

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики и физики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

_____ Е.И.Луковникова

« _____ » декабря 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Б1.Б.05

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

01.03.02 Прикладная математика и информатика

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Инженерия программного обеспечения

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

| | |
|--|-----------|
| 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ | 3 |
| 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ | 4 |
| 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ | 4 |
| 3.1 Распределение объёма дисциплины по формам обучения..... | 4 |
| 3.2 Распределение объёма дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости | 4 |
| 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ | 5 |
| 4.1 Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий | 5 |
| 4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам | 6 |
| 4.3 Лабораторные работы..... | 11 |
| 4.4 Практические занятия..... | 11 |
| 4.5 Контрольные мероприятия: контрольная работа..... | 12 |
| 5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ | 15 |
| 6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ | 16 |
| 7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ..... | 16 |
| 8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ | 17 |
| 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ..... | 17 |
| 9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ | 18 |
| 9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы..... | 62 |
| 10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ | 63 |
| 11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ | 63 |
| Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине..... | 64 |
| Приложение 2. Аннотация рабочей программы дисциплины | 73 |
| Приложение 3. Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе | 74 |
| Приложение 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости по дисциплине..... | 75 |

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к научно-исследовательской деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является знакомство обучающихся с местом и ролью математики в современном мире, мировой культуре и истории; формирование личности обучающихся, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению.

Задачи дисциплины

– на примерах математических понятий и методов продемонстрировать обучающимся действие законов материального мира, сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в научно-техническом прогрессе;

– создать фундамент математического образования, необходимый для развития общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций и для изучения последующих дисциплин.

| Код компетенции | Содержание компетенций | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине |
|-----------------|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| ОК-7 | Способность к самоорганизации и самообразованию. | Знать: - виды и специфику источников достоверной математической информации (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи); уметь: - использовать различные источники информации в своей работе; владеть: - навыками обработки информации с целью получения новых знаний. |
| ОПК-1 | Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой. | Знать: - основы математики, естественных наук, информатики для построения методов решения различных математических задач; уметь: - выбирать способы решения задач прикладной математики; владеть: - навыками решения задач с использованием понятий математического анализа. |
| ПК-2 | Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. | Знать: - понятия и базовые определения, проблемы математического анализа; уметь: - применять аппарат математического анализа для формализации и решения задач; владеть: - навыками дифференцирования и интегрирования функций. |

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.05 Математический анализ относится к базовой части и является обязательной для изучения..

Дисциплина Математический анализ базируется на знаниях основных общеобразовательных программ.

Основываясь на изучении указанных программ, дисциплина Математический анализ представляет основу для изучения дисциплин: Комплексный анализ, Дифференциальные уравнения, Численные методы, Методы оптимизации, Функциональный анализ, Линейное и нелинейное программирование, Математическое программирование, Математическое моделирование, Информационные технологии в математике, Моделирование в математических пакетах.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

| Форма обучения | Курс | Семестр | Трудоемкость дисциплины в часах | | | | | | Контрольная работа | Вид промежуточной аттестации |
|-------------------------------|------|---------|---------------------------------|------------------|--------|---------------------|----------------------|------------------------|--------------------|------------------------------|
| | | | Всего часов (с экз.) | Аудиторных часов | Лекции | Лабораторные работы | Практические занятия | Самостоятельная работа | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Очная | 1 | 1, 2 | 324 | 157 | 70 | - | 87 | 86 | 1,2 кр | Экзамен |
| Заочная | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Заочная (ускоренное обучение) | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Очно-заочная | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

| Вид учебных занятий | Трудоемкость (час.) | в т.ч. в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.) | Распределение по семестрам, час | |
|--|---------------------|--|---------------------------------|----|
| | | | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего) | 157 | 64 | 85 | 72 |
| Лекции (Лк) | 70 | 14 | 34 | 36 |
| Практические занятия (ПЗ) | 87 | 50 | 51 | 36 |
| Контрольная работа | + | - | + | + |
| Групповые (индивидуальные) консультации | + | - | + | + |
| II. Самостоятельная работа обучающихся (СР) | 86 | - | 50 | 36 |
| Подготовка к практическим занятиям | 40 | - | 25 | 15 |
| Подготовка к экзамену в течение семестра | 16 | - | 10 | 6 |
| Выполнение контрольной работы | 30 | - | 15 | 15 |

| | | | | |
|--------------------------------------|-----|---|-----|-----|
| III. Промежуточная аттестация | | | | |
| экзамен | 81 | - | 45 | 36 |
| Общая трудоемкость дисциплины час. | 324 | - | 180 | 144 |
| зач. ед. | 9 | - | 5 | 4 |

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий - для очной формы обучения:

| № раз- де- ла и те- мы | Наименование раздела и тема дисциплины | Тру- доем- кость, (час.) | Виды учебных занятий, включая са- мостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.) | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------------|---|------------------------------|---|
| | | | учебные занятия | | самостоя- тельная ра- бота обучаю- щихся |
| | | | лекции | практи- ческие занятия | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1. | Введение в математический анализ | 39 | 10 | 17 | 12 |
| 1.1. | Числовые последовательности. | 10 | 3 | 4 | 3 |
| 1.2. | Функция, основные понятия. | 3 | 1 | - | 2 |
| 1.3. | Предел функции. | 16 | 3 | 9 | 4 |
| 1.4. | Непрерывность функции. | 10 | 3 | 4 | 3 |
| 2. | Дифференциальное исчисление функ- ции одной переменной | 42 | 13 | 14 | 15 |
| 2.1. | Производная функции. | 14 | 4 | 6 | 4 |
| 2.2. | Дифференцируемость функции. | 4 | 2 | - | 2 |
| 2.3. | Дифференциалы функции. Формула Тейлора. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 2.4. | Основные теоремы дифференциального исчисления. | 4 | 2 | - | 2 |
| 2.5. | Приложение дифференциального исчис- ления к исследованию функции и по- строению графика. | 14 | 3 | 6 | 5 |
| 3. | Интегральное исчисление функции одной переменной | 72 | 16 | 28 | 28 |
| 3.1. | Неопределенный интеграл. | 10 | 2 | 4 | 4 |
| 3.2. | Интегрирование по частям в неопреде- ленном интеграле. | 6 | 1 | 2 | 3 |
| 3.3. | Интегрирование рациональных дробей. | 10 | 2 | 4 | 4 |
| 3.4. | Интегрирование тригонометрических выражений. | 10 | 2 | 4 | 4 |
| 3.5. | Интегрирование иррациональных выра- жений. | 10 | 2 | 4 | 4 |
| 3.6. | Определенный интеграл Римана. | 8 | 2 | 2 | 4 |
| 3.7. | Геометрические и физические приложе- ния определенного интеграла. | 12 | 3 | 6 | 3 |
| 3.8. | Несобственные интегралы первого и второго рода. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 4. | Ряды | 33 | 12 | 10 | 11 |
| 4.1. | Числовые ряды. Сходимость числового ряда. | 3 | 2 | - | 1 |
| 4.2. | Ряды с положительными членами. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 4.3. | Знакопеременные ряды. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 4.4. | Функциональные ряды. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 4.5. | Ряды Тейлора и Маклорена. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 4.6. | Ряды Фурье. | 6 | 2 | 2 | 2 |

| | | | | | |
|-----------|--|------------|-----------|-----------|-----------|
| 5. | Функции нескольких переменных | 24 | 7 | 8 | 9 |
| 5.1. | Понятие функции n переменных. Предел и непрерывность функции n переменных. | 4 | 1 | 1 | 2 |
| 5.2. | Частные производные. | 9 | 3 | 3 | 3 |
| 5.3. | Экстремум функции n переменных. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 5.4. | Элементы теории скалярного поля. | 5 | 1 | 2 | 2 |
| 6. | Кратные и криволинейные интегралы | 33 | 12 | 10 | 11 |
| 6.1. | Двойной и тройной интегралы. | 14 | 6 | 4 | 4 |
| 6.2. | Замена переменных в кратных интегралах. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 6.3. | Криволинейные интегралы первого рода. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 6.4. | Криволинейные интегралы второго рода. | 7 | 2 | 2 | 3 |
| | ИТОГО | 243 | 70 | 87 | 86 |

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

| <i>№ раздела и темы</i> | <i>Наименование раздела и темы дисциплины</i> | <i>Содержание лекционных занятий</i> | <i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i> |
|-------------------------|---|---|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Введение в математический анализ | | |
| 1.1. | Числовые последовательности. | Определение числовой последовательности. Примеры числовых последовательностей. Арифметические действия над числовыми последовательностями. Монотонность числовой последовательности. Минимальный и максимальный элементы. Грани числовых последовательностей. Понятие предела числовой последовательности. Конечный и бесконечный предел. Предел монотонной последовательности, теорема Вейерштрасса. Лемма о вложенных отрезках. Подпоследовательности, частичный предел последовательности. | Лекция с текущим контролем (1 час.) |
| 1.2. | Функция, основные понятия. | Понятие функции, область определения, множество значений. График функции. Способы задания функции. Сложная функция. Грани функции на множестве. Ограниченная функция. Основные элементарные функции. | - |
| 1.3. | Предел функции. | Предел функции по Гейне и Коши, виды предела функции. Свойства предела функции (арифметические операции, предел сложной функции, оценка предела). Первый замечательный предел, его следствия. Второй замечательный предел, его следствия. Бесконечно малая функция, примеры бесконечно малых функций. Бесконечно большая функция, примеры бесконечно больших функций. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций. Связь между бесконечно малой и бесконечно большой функцией. Главная часть | - |

| | | | |
|-----------|--|--|--|
| | | бесконечно малой и бесконечно большой функции. Эквивалентные бесконечно малые, таблица эквивалентных бесконечно малых. | |
| 1.4. | Непрерывность функции. | Понятие левостороннего и правостороннего предела в точке. Непрерывность функции в точке и на множестве. Примеры непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Виды разрывов функции (конечный, бесконечный, устранимый разрыв). Примеры разрывов функций. Первая и вторая теорема Больцано-Коши. Первая и вторая теорема Вейерштрасса. Теорема о непрерывности обратной функции. | Лекция-беседа (1 час.) |
| 2. | Дифференциальное исчисление функции одной переменной | | |
| 2.1. | Производная функции. | Задача о построении касательной к кривой. Задача о скорости движения. Определение производной. Геометрический смысл производной. Физический смысл производной. Правила вычисления производной функции: производная суммы, разности, произведения, частного, сложной функции. Понятие производных старших порядков. Вычисление производных. | - |
| 2.2. | Дифференцируемость функции. | Понятие дифференцируемости функции в точке и на множестве. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Условие дифференцируемости функции. Примеры дифференцируемых и недифференцируемых функций. Понятие левосторонней и правосторонней производной. Односторонние касательные. Понятие бесконечной производной. Вертикальная касательная. | - |
| 2.3. | Дифференциалы функции. Формула Тейлора. | Приращение функции и дифференциал функции. Свойство инвариантности дифференциала. Дифференциалы старших порядков. Вычисление дифференциалов. Формула Тейлора для многочлена и произвольной функции. Формула Маклорена. Погрешность формулы Тейлора. Формулы Тейлора для основных элементарных функций. Применение формул Тейлора и Маклорена для вычисления пределов и значений выражений. | Лекция с текущим контролем (1 час.) |
| 2.4. | Основные теоремы дифференциального исчисления. | Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Формула конечных приращений. Теорема Коши. | - |
| 2.5. | Приложение дифференциального исчисления к исследованию функции и построению графика. | Возрастание и убывание функции. Достаточное условие монотонности, геометрический смысл. Понятие экстремума функции. Необходимое условие существования экстремума. Критические точки первого рода. Первое и второе достаточные условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба. Достаточное условие выпуклости и вогнутости функции. Необходимое условие существования точки перегиба. Критические точки второго рода. Достаточное условие существования точки перегиба. Асимптоты графика функции, нахождение вертикальной, наклонной, горизонтальной асимптоты. | Лекция-беседа (2 час.) |

| 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | | | |
|--|---|--|--|
| 3.1. | Неопределенный интеграл. | Первообразная функции. Свойство первообразной функции. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Интегрируемость в элементарных функциях. Неберущиеся интегралы. Примеры неберущихся интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. | Лекция-беседа (1 час.) |
| 3.2. | Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. | Вывод формулы интегрирования по частям. Основные случаи применения метода интегрирования по частям. Примеры вычисления интегралов. | - |
| 3.3. | Интегрирование рациональных дробей. | Рациональные дроби, основные понятия. Простейшие рациональные дроби, их интегрирование. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Примеры вычисления интегралов. | Лекция с текущим контролем (1 час.) |
| 3.4. | Интегрирование тригонометрических выражений. | Интегрирование тригонометрических выражений с использованием формул тригонометрии. Универсальная тригонометрическая подстановка. Примеры вычисления интегралов. | - |
| 3.5. | Интегрирование иррациональных выражений. | Интегрирование иррациональных выражений: простейшие иррациональности, прием выделения полного квадрата, обратная замена, тригонометрические подстановки. | - |
| 3.6. | Определенный интеграл Римана. | Интегральная сумма Римана. Определение определенного интеграла Римана. Задача о площади криволинейной трапеции. Геометрический смысл определенного интеграла. Условие существования определенного интеграла Римана. Интегрируемая по Риману функция. Классы интегрируемых по Риману функций. Свойства определенного интеграла: свойство линейности, свойство аддитивности, оценка интеграла, теорема о среднем значении функции. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле | - |
| 3.7. | Геометрические и физические приложения определенного интеграла. | Площадь плоской фигуры в декартовой и полярной системе координат. Длина дуги плоской кривой в декартовой и полярной системе координат. Объем тела вращения вокруг оси в декартовой системе координат. Задача о работе силы по перемещению материальной точки. Задача о массе прямого плоского стержня с переменной плотностью. Задача о пройденном пути с переменной скоростью. Физический смысл определенного интеграла. | Лекция-беседа (2 час.) |
| 3.8. | Несобственные интегралы первого и второго рода. | Определение несобственного интеграла первого рода. Сходимость несобственного интеграла первого рода. Интегрируемость функции в несобственном смысле на бесконечном промежутке. Определение несобственного интеграла второго рода. Сходимость несобственного интеграла второго рода. Интегрируемость функции в несобственном смысле на отрезке. Геометрический смысл несобственных интегралов. | - |

| 4. | | Ряды | |
|-----------|--|--|-------------------------------------|
| 4.1. | Числовые ряды. Сходимость числового ряда. | Числовой ряд. Член ряда, общий член ряда. Примеры числовых рядов. Частная сумма числового ряда. Сходимость числового ряда. Сумма ряда. Сходимость арифметического и геометрического рядов. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда. Свойства числовых рядов. | Лекция с текущим контролем (1 час.) |
| 4.2. | Ряды с положительными членами. | Ряды с положительными членами. Интегральный признак Маклорена-Коши. Сходимость гармонического ряда. Признаки сравнения. Корневой признак Коши. Признак Даламбера. | - |
| 4.3. | Знакопеременные ряды. | Знакопеременный ряд. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда. Теорема об абсолютной сходимости знакопеременного ряда. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Вычисление суммы знакопеременного ряда. | Лекция-беседа (1 час.) |
| 4.4. | Функциональные ряды. | Функциональная последовательность. Функциональный ряд. Сходимость функционального ряда в точке и на множестве, область сходимости функционального ряда. Сумма функционального ряда. Степенные ряды. Свойства степенных рядов: непрерывность суммы ряда, дифференцирование и интегрирование рядов. | - |
| 4.5. | Ряды Тейлора и Маклорена. | Ряд Тейлора и ряд Маклорена для функции. Стандартные разложения функций в ряд Маклорена. | - |
| 4.6. | Ряды Фурье. | Тригонометрические ряды Фурье. Вывод коэффициентов ряда. Сходимость ряда Фурье. Сумма ряда Фурье. Вид ряда Фурье для четной и нечетной функции. | - |
| 5. | | Функции нескольких переменных | |
| 5.1. | Понятие функции n переменных. Предел и непрерывность функции n переменных. | Понятие функции n (нескольких) переменных, область определения, множество значений. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня функции. Предел функции нескольких переменных, свойства предела. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. | - |
| 5.2. | Частные производные. | Частное приращение функции. Определение частной производной. Примеры вычисления частных производных. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Уравнение касательной плоскости к поверхности. Частные производные высших порядков. Смешанные производные. Теорема о смешанных производных. Примеры вычисления производных высших порядков. Частные дифференциалы функции нескольких переменных. Полный дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных. Формула Тейлора для функции двух переменных. | Лекция с текущим контролем (1 час.) |

| | | | |
|-----------|--|---|-------------------------------------|
| 5.3. | Экстремум функции n переменных. | Понятие экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных. Достаточное условие экстремума для функции n переменных. | - |
| 5.4. | Элементы теории скалярного поля. | Скалярные и векторные поля, физический смысл функции нескольких переменных. Градиент скалярного поля. Смысл градиента. Производная функции по направлению вектора. Условие возрастания и убывания скалярного поля. | Лекция с текущим контролем (1 час.) |
| 6. | Кратные и криволинейные интегралы | | |
| 6.1. | Двойной и тройной интегралы. | Задача о вычислении объема вертикального криволинейного цилиндра. Задача о вычислении массы плоской пластинки с переменной плотностью. Задача о вычислении массы тела с переменной плотностью. Интегральная сумма для функции двух и трех переменных. Определение двойного и тройного интегралов. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Геометрический и физический смысл тройного интеграла. Свойства кратных интегралов: свойство линейности, свойство аддитивности, оценка интеграла, теорема о среднем значении функции. Виды правильных областей на плоскости и в пространстве. Повторные интегралы. Вычисление двойного и тройного интегралов путем сведения к повторному. Примеры вычисления интегралов. | Лекция-беседа (1 час.) |
| 6.2. | Замена переменных в кратных интегралах. | Полярные координаты. Связь между прямоугольными и полярными координатами. Примеры кривых в полярных координатах. Якобиан преобразования. Переход к полярным координатам в двойном интеграле, расстановка пределов интегрирования. Примеры замены переменной. Цилиндрические координаты. Связь между прямоугольными и цилиндрическими координатами. Примеры поверхностей в цилиндрических координатах. Якобиан преобразования. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле, расстановка пределов интегрирования. Примеры замены переменной. | - |
| 6.3. | Криволинейные интегралы первого рода. | Определение криволинейного интеграла первого рода (по длине дуги кривой). Вычисление криволинейного интеграла первого рода путем сведения к определенному интегралу Римана. Свойства криволинейных интегралов первого рода: линейность, аддитивность. Приложение криволинейных интегралов первого рода к нахождению длины дуги кривой, площади части вертикальной поверхности и массе дуги с переменной плотностью. | - |
| 6.4. | Криволинейные интегралы второго рода. | Определение криволинейного интеграла второго рода (по координатам). Вычисление криволинейного интеграла второго рода путем сведения к определенному интегралу Римана. Свойства криволинейных интегралов второго рода: линейность, аддитивность. Интеграл по | - |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | замкнутому контуру. Формула Грина, вычисление криволинейного интеграла путем сведения к двойному интегралу. Приложение криволинейных интегралов второго рода к нахождению работы силы. | |
|--|--|--|--|

4.3. Лабораторные работы

Учебным планом не предусмотрено.

4.4. Практические занятия

| <i>№ п/п</i> | <i>Номер раздела дисциплины</i> | <i>Наименование тем практических занятий</i> | <i>Объем в часах</i> | <i>Вид занятия в интерактив- ной, ак- тивной, инновацион- ной формах, (час.)</i> |
|------------------|---|--|--------------------------|--|
| 1 | 1. | Числовые последовательности. | 4 | - |
| 2 | | Предел функции. | 1 | - |
| 3 | | Вычисление предела функции. | 8 | Занятие-тренинг (2 час.) |
| 4 | | Исследование непрерывности функции. | 4 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 5 | 2. | Вычисление производной функции. | 4 | Занятие-тренинг (4 час.) |
| 6 | | Вычисление производных старших порядков. | 2 | Занятие-тренинг (2 час.) |
| 7 | | Вычисление дифференциалов функции. | 2 | - |
| 8 | | Исследование функций и построение графиков. | 4 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 9 | | Наименьшее и наибольшее значение функции. | 2 | - |
| 10 | 3. | Вычисление неопределенных интегралов. | 4 | Занятие-тренинг (2 час.) |
| 11 | | Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. | 2 | Занятие-тренинг (2 час.) |
| 12 | | Интегрирование рациональных дробей. | 4 | Занятие-тренинг (3 час.) |
| 13 | | Интегрирование тригонометрических выражений. | 4 | Занятие-тренинг (3 час.) |
| 14 | | Интегрирование иррациональных выражений. | 4 | Занятие-тренинг (3 час.) |
| 15 | | Вычисление определенных интегралов. | 2 | - |
| 16 | | Вычисление площади фигуры. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |

| | | | | |
|--------------|--|---|---------------------------------|-----------------------------------|
| 17 | | Вычисление объема тела вращения. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 18 | | Вычисление длины дуги кривой. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 19 | | Вычисление несобственных интегралов. | 2 | Занятие-тренинг (2 час.) |
| 20 | 4. | Исследование сходимости положительных рядов. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 21 | | Исследование сходимости знакопеременных рядов. | 2 | - |
| 22 | | Область сходимости функциональных рядов. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 23 | | Ряды Тейлора и Маклорена. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 24 | | Ряды Фурье. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 25 | | 5. | Функции двух и трех переменных. | 1 |
| 26 | Вычисление частных производных. | | 3 | Работа в парах (0,5 час.) |
| 27 | Экстремум функции нескольких переменных. | | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 28 | Градиент скалярного поля и производная по направлению вектора. | | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 29 | 6. | Вычисление двойного интеграла. | 2 | Работа в парах (0,5 час.) |
| 30 | | Вычисление тройного интеграла. | 2 | Работа в малых группах (0,5 час.) |
| 31 | | Замена переменных в двойных и тройных интегралах. | 2 | Обсуждение ситуаций (2 час.) |
| 32 | | Вычисление криволинейного интеграла первого рода. | 2 | - |
| 33 | | Вычисление криволинейного интеграла второго рода. | 2 | Работа в малых группах (0,5 час.) |
| ИТОГО | | | 87 | 50 |

4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа

Контрольная работа выполняется как индивидуальное домашнее задание.

Контрольная работа 1 «Предел и производная функции»

Цель работы. Научиться вычислять пределы, производные, строить макеты графиков функций.

Содержание. 4 задания.

Вариант 1

Задание 1.

Вычислить пределы функций (не используя правило Лопиталя).

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 64}{\sqrt{1-x} - 3} \quad 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x - 5x^2}{10 - 3x^2} \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 5x - 2} - \sqrt{x^2 - 3} \right)$$
$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{\ln(1 + 2x^4)} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 5^{\arcsin 3x^3} \right)^{\frac{1}{x \cdot \sin^2 x}} \quad 7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 4x + 1} \right)^{5x^2 - 7}$$

Задание 2.

Вычислить производную функции.

$$1) y = x^{10} \cdot \sin 4x \quad 2) y = 5^{x^4 + 3x^2} \quad 3) y = \sqrt{3x^5 + \arcsin 4x} \quad 4) y = \frac{2 + 7 \cos 2x}{\sqrt[3]{x}}$$
$$5) y = \ln x \cdot \arcsin \sqrt{x} \quad 6) y = \log_3(\ln x - x \cdot \operatorname{ctgx}) \quad 7) y = \frac{\sin^5 5x}{\sin^2 10x}$$

Задание 3.

Вычислить пределы функций, используя правило Лопиталя.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^3} - 2x}{\sin(x + x^2)}$$

Задание 4.

Провести полное исследование функции, построить график.

$$y = \frac{x^2 - 3x + 15}{x - 5}$$

Контрольная работа 2 «Геометрические приложения определенного интеграла. Числовые и функциональные ряды»

Цель работы. Научиться применять определенный интеграл для решения прикладных задач. Научиться исследовать сходимость рядов и использовать свойства рядов для решения задач.

Содержание. 7 заданий.

Вариант 1

Часть I

Задание 1.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 6x - 4$ и $y = 1$.

Задание 2.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x$, $y = (x - 1)^3$, $y = 0$, $x = 2$.

Задание 3.

Найти объем тела вращения вокруг оси ОХ. Фигура ограничена линиями:

$$y = \sqrt{x - 2}, y = 1, y = 0, x = 0.$$

Задание 4.

Найти объем тела вращения вокруг оси ОУ. Фигура ограничена линиями:

$$y = x^3, y = 1, y = 0, x = 2.$$

Задание 5.

Найти длину дуги кривой $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$, $1 \leq x \leq 2$.

Задание 6.

Найти длину дуги кривой

$$\begin{cases} x = 2,5 \cdot (t - \sin t) \\ y = 2,5 \cdot (1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

Задание 7.

Найти среднее значение функции $f(x) = (2 - 3x)^5$ на отрезке $[-2; 0]$.

Часть 2

Задание 1.

Исследуйте ряд $\left(\frac{7}{7}\right)^7 + \left(\frac{9}{10}\right)^{14} + \left(\frac{11}{13}\right)^{21} + \dots$ с помощью необходимого условия сходимости и корневого признака Коши

Задание 2.

Исследуйте ряд с помощью Даламбера $\frac{3}{4} + \frac{9}{10} + \frac{27}{16} + \frac{81}{22} + \dots$

Задание 3.

Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3n^4 + 11}$ с помощью необходимого условия сходимости, признака сравнения и интегрального признака.

Задание 4.

Исследуйте знакпеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{n^7 + 12}$. В случае сходимости найдите сумму ряда приближенно с оценкой погрешности.

Задание 5.

Найдите область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{5^n \cdot (2n+3)}$.

Задание 6.

Найдите приближенное значение выражения, используя ряд Маклорена а) $\sin 27^\circ$ б) $\ln 1,3$.

Задание 7.

Найдите приближенное значение интеграла $\int_0^1 \sqrt[4]{1+x^4} dx$, используя ряд Маклорена.

Задание 8.

Проверьте сходимость ряда $1 - \frac{\pi^2}{4^2 \cdot 2!} + \frac{\pi^4}{4^4 \cdot 4!} - \frac{\pi^6}{4^6 \cdot 6!} + \dots$ и найдите его сумму, используя ряд Маклорена.

Выдача задания, прием контрольных работ проводится в соответствии с календарным учебным графиком.

| Оценка | Критерии оценки контрольной работы |
|-------------------|--|
| Зачтено | Оценка «Зачтено» ставится при условии правильного выполнения всех заданий. Если задание выполнено неверно, студент должен исправить свои ошибки и снова сдать на проверку. |
| Не зачтено | Если не выполнено хотя бы одно из заданий, то студент получает оценку «Не зачтено» и не допускается к экзамену. |

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| <i>Компетенции</i> <i>№, наименование</i> <i>разделов дисциплины</i> | <i>Кол-во</i> <i>часов</i> | <i>Компетенции</i> | | | Σ <i>комп.</i> | $t_{ср}$ <i>час</i> | <i>Вид</i> <i>учебных</i> <i>занятий</i> | <i>Оценка</i> <i>результатов</i> |
|--|-------------------------------|--------------------|--------------|-------------|--------------------------|------------------------|--|-------------------------------------|
| | | <i>ОК-7</i> | <i>ОПК-1</i> | <i>ПК-2</i> | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1. Введение в математический анализ. | 39 | + | - | + | 2 | 19,5 | Лк, ПЗ, СР | Экзамен, кр1 |
| 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. | 42 | + | + | + | 3 | 14 | Лк, ПЗ, СР | Экзамен, кр1 |
| 3. Интегральное исчисление функции одной переменной. | 72 | + | + | + | 3 | 24 | Лк, ПЗ, СР | Экзамен, кр2 |
| 4. Ряды. | 33 | + | + | + | 3 | 11 | Лк, ПЗ, СР | Экзамен, кр2 |
| 5. Функции нескольких переменных. | 24 | + | + | + | 3 | 8 | Лк, ПЗ, СР | Экзамен |
| 6. Кратные и криволинейные интегралы. | 33 | + | + | + | 3 | 11 | Лк, ПЗ, СР | Экзамен |
| <i>всего часов</i> | 243 | 87,5 | 68 | 87,5 | 3 | 81 | | |

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

а) Подготовка к лекционным и практическим занятиям

1. Бекирова, Р.С. Математика. Функции нескольких переменных: Методические указания/ Р.С. Бекирова, Т.Г. Багинова.- Братск: БрГУ, 2009. – 51 с.
2. Емельянова, Н.В. Математика. Интегрирование функции одной переменной: Методические указания/ Н.В. Емельянова, А.А. Говорина. – Братск: БрГУ, 2010. – 65 с.
3. Емельянова, Н.В. Раскрытие неопределенностей в пределах: Методические указания/ Н.В. Емельянова, О.Г. Ларионова. – Братск: БрГУ, 2009. – 49 с.
4. Жданова, Е.В. Определенный интеграл и его приложения: Методические указания / Жданова Е.В., Шичкина Ю.А. – Братск: БГТУ, 2004. – 71 с.
5. Саакян, К.Г. Математика. Криволинейные интегралы первого и второго рода: методические указания / К.Г. Саакян, Т.Г. Багинова. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2010. – 41 с.

б) Самоподготовка и самопроверка

1. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник / И. И. Баврин. – М.: Высшая школа, 2006. - 327 с.
2. Багинова, Т.Г. Математика. Ч. 1: Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, начала математического анализа. Задания для самостоятельной работы / Багинова Т.Г., Лищук Е.В.. – Братск: Изд-во БрГУ, 2011. – 133 с.
3. Багинова, Т.Г. Математика Ч.2: Неопределенный интеграл. Определенный интеграл: сборник заданий и тестов / Багинова Т.Г., Бекирова Р.С., Лищук Е.В.– Братск: Изд-во БрГУ, 2011. – 44 с.
4. Багинова, Т.Г. Математика Ч.3: Дифференциальные уравнения. Функции нескольких переменных: сборник заданий и тестов / Багинова Т.Г., Бекирова Р.С., Лищук Е.В.– Братск: Изд-во БрГУ, 2012. – 56 с.
5. Багинова, Т.Г. Математика: Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление: сборник заданий и тестов. Часть 1, 2 / Багинова Т.Г., Бекирова Р.С., Лищук Е.В. – Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 83 с.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| № | <i>Наименование издания</i> | <i>Вид занятия</i> | <i>Количество экземпляров в библиотеке, шт.</i> | <i>Обеспеченность, (экз./ чел.)</i> |
|----------------------------------|---|-------------------------------|---|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Основная литература | | | | |
| 1. | Горлач, Б. А. Математический анализ : учебное пособие / Б. А. Горлач. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 608 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). | <i>Лк, ПЗ, кр, СР</i> | 26 | 1 |
| 2. | Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 9-е изд. - Москва : АЙРИС-ПРЕСС, 2010. - 608 с. - (Высшее образование). | <i>Лк, ПЗ, кр, СР</i> | 250 | 1 |
| Дополнительная литература | | | | |
| 3. | Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие/ Г.Н. Берман. – 20-е изд.– М.: Наука, 1985.- 383 с. | <i>ПЗ, СР</i> | 415 | 1 |
| 4. | Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч.1 :учебное пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М.: "Оникс 21 век", 2003. - 304 с. | <i>ПЗ, кр, СР</i> | 288 | 1 |

| | | | | |
|-----|--|-------------------------------|-----|-----|
| 5. | Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: учебное пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М.: "Оникс 21 век", 2003. - 415 с. | <i>ПЗ, кр, СР</i> | 296 | 1 |
| 6. | Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: Уч. для университетов и пед. вузов/ Г. И. Архипов, В.А. Садовничий, В.И. Чубариков. Под ред. В.А. Садовничего. Изд. 2-е, перераб.- М.: Высш. Шк., 2000.- 695 с. | <i>Лк, СР</i> | 75 | 1 |
| 7. | Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учеб. пособие/ Л.А. Кузнецов. – 5-е изд., стереотип. - М.: Лань, 2005. – 240 с. | <i>ПЗ, СР</i> | 49 | 1 |
| 8. | Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. В 2 т. Т.1-2 : учебное пособие для вузов / Н. С. Пискунов. - изд. стереотип. - М.: Интеграл-Пресс, 2003 - 2004. Т.1. - 2003. - 415 с. | <i>Лк, ПЗ, кр, СР</i> | 189 | 1 |
| 9. | Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. В 2 т. Т.1-2 : учебное пособие для вузов / Н. С. Пискунов. - изд. стереотип. - М.: Интеграл-Пресс, 2003 - 2004. Т.2. - 2004. - 544 с. | <i>Лк, ПЗ, кр, СР</i> | 198 | 1 |
| 10. | Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х.т.Т.1: Учебник для вузов/ Г.М. Фихтенгольц.- 8-е изд.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.- 680с. | <i>Лк, СР</i> | 8 | 0,4 |
| 11. | Шипачев, В. С. Высшая математика: учебник для вузов/ В. С. Шипачев. - 8-е изд. стереотип.- М. : Высшая школа, 2007. - 479 с. | <i>Лк, ПЗ, кр, СР</i> | 390 | 1 |

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Электронный каталог библиотеки БрГУ
http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.
2. Электронная библиотека БрГУ
<http://ecat.brstu.ru/catalog>.
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»
<http://biblioclub.ru>.
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»
<http://e.lanbook.com>.
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"
<http://window.edu.ru>.
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru>.
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)
<https://uisrussia.msu.ru/>.
8. Национальная электронная библиотека НЭБ
<http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search/>.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающийся должен разработать собственный режим равномерного освоения дисциплины. Подготовка студента к предстоящей лекции включает в себя ряд важных познавательно-практических этапов:

- чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования предыдущей лекции, вынесение на поля всего, что требуется при дальнейшей работе с конспектом и учебником;

- техническое оформление записей (подчеркивание, выделение главного, выводов, доказательств);
- выполнение практических заданий преподавателя;
- знакомство с материалом предстоящей лекции по учебнику и дополнительной литературе.

Активная работа на лекции, ее конспектирование, продуманная, целенаправленная, систематическая, а главное - добросовестная и глубоко осознанная последующая работа над конспектом - важное условие успешного обучения студентов.

Практические занятия по математическому анализу позволяют обучающемуся более глубоко разобраться в теоретическом материале и определить сферы его практического применения. Основная цель практического занятия – развитие самостоятельности. Подготовка к практическим занятиям состоит в добросовестном анализе теоретического материала, составлении кратких справочников с основными формулами.

Контрольные мероприятия представляют собой способ проверки знаний обучающегося, его умений и предполагают самостоятельное выполнение практических заданий. Подготовка к контрольным мероприятиям состоит в ответственном выполнении всех домашних заданий по дисциплине и самостоятельной проработке основной и дополнительной литературы.

Продуктивной является самостоятельная работа в библиотеке, где доступны основные и дополнительные печатные и электронные источники.

При выполнении приведенных выше рекомендаций подготовка к экзамену сведется к повторению изученного и совершенствованию навыков применения теоретических положений и различных методов решения к стандартным и нестандартным заданиям.

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ

Практическое занятие № 1. Числовые последовательности

Цель работы: научиться выполнять различные операции с числовыми последовательностями.

Задание:

Задание 1.

Даны две последовательности: $\{2; 5; 8; \dots\}$ и $\left\{\frac{4}{9}; \frac{9}{7}; \frac{14}{5}; \dots\right\}$.

- 1) Для каждой последовательности записать формулу общего члена.
- 2) Проверить монотонность последовательностей.
- 3) Найти сумму, разность, произведение, частное последовательностей.

Задание 2.

Вычислить пределы последовательностей:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 4) \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \quad 3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 7}{4n - 1} \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n + 10}{4n^2 - 5n + 12}$$

Задание 3.

Доказать по определению на языке ε - δ :

- 1) предел последовательности $\left\{\frac{2}{5}; \frac{9}{7}; \frac{16}{9}; \dots\right\}$ равен 3,5;
- 2) последовательность $\left\{\frac{2}{3}; \frac{4}{7}; \frac{8}{11}; \dots\right\}$ имеет бесконечный положительный предел.

Задание 4.

Дана последовательность $\left\{\frac{1}{12}; \frac{5}{22}; \frac{9}{32}; \dots\right\}$.

- 1) Записать формулу общего члена.
- 2) Проверить монотонность последовательности.

- 3) Найти минимальный и максимальный элементы.
- 4) Вычислить предел последовательности.
- 5) Найти грани последовательности.
- 6) Построить графическое изображение последовательности

Индивидуальное задание 1.

Самостоятельно задать две числовые последовательности. Найти сумму, разность, произведение, частное последовательностей.

Индивидуальное задание 2.

Вариант 1

Дана числовая последовательность $\left\{ \frac{n+5}{2n+4} \right\}$.

- 1) Записать первые 7 элементов последовательности.
- 2) Исследовать монотонность последовательности.
- 3) Вычислить предел последовательности.
- 4) Исследовать ограниченность последовательности. Указать нижние и верхние грани, точные нижнюю и верхнюю грани, минимальный и максимальный элементы.
- 5) Изобразить последовательность на числовой прямой и в системе координат.
- 6) Доказать, что найденное число в пункте 3 является пределом последовательности (по определению).
- 7) По трем произвольно взятым $\varepsilon \in (0;1)$ найти значения $N(\varepsilon)$. Сделать вывод: чем меньше ε , тем номер $N(\varepsilon)$...

Порядок выполнения:

1. Выполнить задание 1 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание 1 в тетради.
3. Выполнить задания 2, 3, 4 вместе с преподавателем.
4. Выполнить индивидуальное задание 2 в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

Задайте:

- 1) возрастающую числовую последовательность;
- 2) убывающую числовую последовательность;
- 3) числовую последовательность, ограниченную сверху, и укажите точную верхнюю грань;
- 4) числовую последовательность, ограниченную снизу, и укажите точную нижнюю грань;
- 5) сходящуюся, но немонотонную числовую последовательность и укажите ее предел.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекция 1.1).
2. В процессе выполнения задания обращать внимание на математическую символику.
3. В решении указывать все действия, используемые формулы и положения.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1.

Дополнительная литература -№ 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Числовая последовательность.
2. Возрастающая числовая последовательность.
3. Убывающая числовая последовательность.
4. Минимальный элемент числовой последовательности.

5. Максимальный элемент числовой последовательности.
6. Нижняя грань числовой последовательности.
7. Верхняя грань числовой последовательности.
8. Точная нижняя грань числовой последовательности.
9. Точная верхняя грань числовой последовательности.
10. Ограниченная и неограниченная последовательность.
11. Сформулируйте определение конечного предела числовой последовательности.
12. Сходящаяся числовая последовательность.
13. Верно ли, что любая сходящаяся последовательность является ограниченной, но не всякая ограниченная последовательность является сходящейся? Ответ обоснуйте.
14. Теорема Вейерштрасса.

Практическое занятие № 2. Предел функции

Цель работы: закрепить понятие предела функции.

Задание:

Доказать по определению (на языке $\varepsilon - \delta$).

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} (3x + 5) = 8 \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 5}{x - 6} = 1 \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_3 x = +\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x - 3} = \infty \quad 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{x^3} = 0 \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} 5^{7+4x} = +\infty \quad 7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{2 + \sqrt{x}} = 0$$

Порядок выполнения: Выполнить задание вместе с преподавателем.

Форма отчетности: Выполнение заданий в форме обсуждения различных ситуаций.

Задания для самостоятельной работы:

Доказать по определению (на языке $\varepsilon - \delta$).

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} (x - 4) = -1 \quad 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0 \quad 3) \lim_{x \rightarrow +0} \log_5 x = -\infty$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекция 1.3).
2. В процессе выполнения задания обращать внимание на математическую символику и оформление записей.
3. Для каждого примера пояснить геометрический смысл.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1.

Дополнительная литература -№ 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение предела числовой последовательности.
2. Определение конечного предела функции по Гейне в точке.
3. Определение конечного предела функции по Гейне при $x \rightarrow \infty$.
4. Определение конечного предела функции по Коши в точке.
5. Определение конечного предела функции по Коши при $x \rightarrow \infty$.
6. Определение бесконечного предела функции по Гейне в точке.
7. Определение бесконечного предела функции по Гейне при $x \rightarrow \infty$.
8. Определение бесконечного предела функции по Коши в точке.
9. Определение бесконечного предела функции по Коши при $x \rightarrow \infty$.
10. Окрестность точки.
11. Геометрический смысл предела функции.

Практическое занятие № 3. Вычисление предела функции

Цель работы: научиться вычислять предел функции.

Задание:

Задание 1. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \left(2x - 5 - \frac{1}{x} \right) \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2} (4x)^{x^2} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x-1} \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 2} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{(x-2)^2}$$

Задание 2. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{3x-6} \quad 2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x+15}{x^2+3x} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-7x+10}{x^2-25} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2}$$
$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2-2x-1}{x^5+x^2} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x^2-x-60}{2x^2+5x-52} \quad 7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-4}$$
$$8) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^3-10x^2+2x-40}{2x^3+11x-172} \quad 9) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{x^4-x^3-54} \quad 10) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^4-10x^2+2x-12}{x^3+15x-38}$$

Задание 3. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \quad 2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3+x}{1-\sqrt{4+x}} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{x-\sqrt{x+90}}{2x-20}$$
$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4} \quad 7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2-\sqrt[3]{5x+3}} \quad 8) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt[3]{x-2}-\sqrt[3]{18-x}}{x^2-21x+110}$$

Задание 4. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{5x-1} \quad 2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+5x+12}{4x^2-2x-11} \quad 3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-2x+2}{6x^3+7x+1}$$
$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5+2x^2-3x+2}{x^3+4x-9} \quad 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x+1)(3x+4)}{(5x+4)(6x+7)} \quad 6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(5x+1)(2x-1)^3}{(10x+7)(3x^2+4)}$$
$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{4x+1}} \quad 8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{x^7+3}+\sqrt[4]{2x^3-1}}{\sqrt[6]{5x^8+x+3x}} \quad 9) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2}-\sqrt{x})$$
$$10) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2+1}-x) \quad 11) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+x})$$

Задание 5. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 5x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 8x}{\log_2(1+2x)} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(3-x)}{e^{2x-6}-1} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^{x^2-16}-1}{\ln(5x-20)}$$
$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^5-1}{\operatorname{tg}(x^2+x)} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{arcsin}(x^2-5x)}{(16-3x)^{10}-1} \quad 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin 5x}-1}{\ln \cos 4x} \quad 8) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log_5(x^2+5x-13)}{\sqrt[4]{x^2-3}-1}$$
$$9) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{2x}-9}{\operatorname{arctg}(\sqrt{2-x}-1)} \quad 10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x-5^{7x}}{5x-\operatorname{tg} 4x}$$

Задание 6. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x^2)^{\frac{1}{4x^2}} \quad 2) \lim_{x \rightarrow -2} (11+5x)_{x+2}^{2x} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 5} (16-3x)_{\ln(6-x)}^{\frac{1}{x-5}} \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+7x-7)_{\operatorname{tg}(x-1)}^{\frac{2x}{x-1}}$$
$$5) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x} \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+7}{3x+1} \right)^{4x+5} \quad 7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-5}{2x+9} \right)^{x^2+15} \quad 8) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2+5x-1}{3x^2-2x+4} \right)^{2x+1}$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{9x^2 - 1}{9x^2 + 6x + 1} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{2x^3 + 10x - 12} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 3x)^2 - (1 + 3x)}{x + x^5}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x + 4} - x}{2x - 8} \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x}{1 - \sqrt[3]{2x - x^2 + 1}} \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 3x^2 + 17}{100x^2 + 99x}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 9x}{(x + 1)^2 + (4 - 3x)^2} \quad 8) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 5x + 7}) \quad 9) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x + 5}{x - 2} - \frac{1}{x^2 - 4} \right)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2^x - 1} \quad 11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[9]{1 + 4x^5}}{\ln(1 + x^3 + x^5)} \quad 12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} \cdot (x + 1)\right)}{1 - \cos(2\sqrt{x})} \quad 13) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt[5]{x^2 - 3}}{5x^2 + 3 - 5^7}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} (2 + 3x)^{\frac{\sin 3x}{\lg(x + x^2)}} \quad 15) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + 1}{x - 7} \right)^{5x} \quad 16) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x - 1}{x + 1} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1}} \quad 17) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1 + \sin 3x)}}$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-6 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 268-376.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Пределы. Задачи 2-4, 9-18.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекция 1.3).
2. Занятие проводится в виде тренинга, направленного на выработку и закрепление навыков вычисления пределов функций и раскрытия неопределенных выражений.
3. Индивидуальное задание следует выполнять частями по мере изучения материала.
4. В некоторых примерах дополнительно построить набросок графика функции вблизи заданной точки.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Что называется пределом функции?
2. Какие существуют виды предела функции?
3. Что называют неопределенным выражением?
4. Какие существуют виды неопределенных выражений?
5. Какие существуют способы для раскрытия неопределенного выражения $\frac{0}{0}$? $\frac{\infty}{\infty}$?
 $\infty - \infty$? 1^∞ ?

Практическое занятие № 4. Исследование непрерывности функции

Цель работы: научиться исследовать непрерывность и разрывы функции.

Задание:

Задание 1. Найти область определения функции:

$$1) y = x^2 + 5x + 7 \quad 2) y = \frac{x-1}{x-7} \quad 3) y = \sqrt{x^2 + 4x} \quad 4) y = \ln(x^2 - 1) \quad 5) y = \frac{\sqrt[4]{x}}{\cos x}$$

Задание 2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер точек разрыва. Построить эскиз графика функции.

$$1) y = \frac{x}{x-2} \quad 2) y = \frac{2x+3}{x^2-3x+2} \quad 3) y = \frac{3}{x^2-5x} \quad 4) y = 2^{\frac{x}{x-3}} \quad 5) y = \frac{\sin x}{x}$$

$$6) y = \frac{1 - \cos 3x}{x^2} \quad 7) y = \frac{\cos x}{x} \quad 8) y = \frac{3^{\frac{1}{x}} + 3}{3^{\frac{1}{x}} - 3} \quad 9) y = \frac{1}{\lg x} \quad 10) y = \frac{x+5}{|x+5|}$$

$$11) y = \begin{cases} x+1, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ 2x^2, & x > 1 \end{cases} \quad 12) y = \begin{cases} x^2 + 4x - 1, & x < -1 \\ x + 4, & -1 \leq x \leq 2 \\ 10 - 2x, & x > 2 \end{cases}$$

$$13) y = \begin{cases} 1 - x^2, & -\infty < x \leq 2 \\ 5^{\frac{1}{2-x}}, & 2 < x < 4 \\ 1 + \sqrt{x}, & 4 < x < +\infty \end{cases} \quad 14) y = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x < 0 \\ \sqrt{1-x^2}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - 2x, & 1 < x \leq 2 \\ x - 2, & x > 2 \end{cases}$$

Задание 3. Доопределить функцию в точке x_0 , чтобы функция стала непрерывной:

$$1) y = \begin{cases} 5x - x^2, & x < 1 \\ 4x, & x > 1 \end{cases}, \quad x_0 = 1 \quad 2) y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}, \quad x_0 = 3$$

Задание 4. Найти значение параметра A , при котором функция будет непрерывной:

$$1) y = \begin{cases} 3 - 7x, & x < -3 \\ Ax^2, & x > -3 \end{cases} \quad 2) y = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}, & x \neq 1 \\ A, & x = 1 \end{cases}$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер точек разрыва. Построить эскиз графика функции.

$$1) y = \begin{cases} e^x, & -\infty < x < 0 \\ 1 - x, & 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 4x + 4, & 2 \leq x < +\infty \end{cases} \quad 2) y = 5^{\frac{3+x}{2+x}}$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-4 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 47,48, 221, 223-226.
2. Исследовать непрерывность и разрывы функций, построить графики:
А) $y = \sec x$ Б) $y = \operatorname{co} \sec x$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекция 1.4).

2. Занятие проводится в виде обсуждения ситуаций, разбора особенностей функций.
3. В заданиях с кусочным заданием функции построить график функции с указанием характерных точек, в остальных заданиях – эскиз графика вблизи исследуемых точек.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Непрерывность функции в точке.
2. Непрерывность функции на множестве.
3. Разрыв первого рода.
4. Разрыв второго рода.
5. Устранимый разрыв.

Практическое занятие № 5. Вычисление производной функции

Цель работы: научиться вычислять производную функции.

Задание:

Задание 1. Найти производную функции:

$$1) y = x^2 + 5x + 7 \quad 2) y = \sin x + \ln x \quad 3) y = x^5 \cdot \cos x \quad 4) y = (2 - \sqrt{x}) \cdot \operatorname{tg} x$$

$$5) y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x} \quad 6) y = \frac{3x-1}{2x+7} \quad 7) y = \frac{x^2+5x+21}{x^2-5} \quad 8) y = \frac{\sqrt[4]{x}}{\cos x}$$

$$9) y = \frac{x \cdot \arcsin x}{x^2-1} \quad 10) y = \left(2 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\sqrt[7]{x^3} + \frac{3}{x^4}\right)$$

Задание 2. Найти производную функции:

$$1) y = (4x+3)^5 \quad 2) y = \sin(x^2) \quad 3) y = \sqrt{x^2+4x} \quad 4) y = \ln(x^2-1) \quad 5) y = \log_2 \cos x$$

$$6) y = e^{2 \operatorname{arctg} 4x} \quad 7) y = \ln \operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x \quad 8) y = \frac{\operatorname{ctg} 3x}{2 - \sin 3x} \quad 9) y = (2x - \operatorname{tg}^3 x)^7$$

$$10) y = \ln \log_3 \log_5 x \quad 11) y = \sqrt[3]{x \cdot \operatorname{arctg} 2x} \quad 12) y = \arcsin^2(1 - \sqrt{1+x^2})$$

Задание 3. Найти значение производной функции в точке x_0 :

$$1) y = x^3 \cdot \log_5(2x+3), x_0 = -1 \quad 2) y = \frac{x^3}{2 - \sqrt[4]{x}}, x_0 = 1 \quad 3) y = \operatorname{arctg}^5(1-x), x_0 = 0$$

$$4) y = \sin 2x - x \cdot \cos 4x, x_0 = \pi \quad 5) y = 2^{3x - x \ln x}, x_0 = 1$$

Задание 4.

1) Показать, что функция $y = -\sqrt{x^4 - x^2}$ удовлетворяет уравнению $xyy' - y^2 = x^4$.

2) Показать, что функция $y = \ln(3 + e^x)$ удовлетворяет уравнению $y' = e^{x-y}$.

Задание 5.

Найти производную функции, заданную параметрически:

$$1) \begin{cases} x = 3t^2 + 4t \\ y = \frac{1}{\sqrt{t}} \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 2 \operatorname{cost} \\ y = 4 \operatorname{sint} \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = \operatorname{arccost} \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{t}{t^2+1} \end{cases}, t_0 = 1$$

Задание 6.

Найти производную функции, заданную неявно:

$$1) x^2 + y^2 = 4 \quad 2) x y + \ln y = 0 \quad 3) x^3 + x^4 y^5 - 2y = 1$$

Задание 7.

Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 :

$$1) y = x^3 - 3 \cdot \sqrt[3]{x}, x_0 = 1 \quad 2) y = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 2}, x_0 = -2$$

Задание 8.

Вычислить пределы функций с использованием правила Лопиталья:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^5 - 10x - 44}{x^4 + 2x - 2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 3x^2 - 4x + 9}{5x^3 + 2x^2 + x - 2} \quad 3) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2 + 3x}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \log_2 x) \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x} \quad 7) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 6)^{\frac{1}{x^3}}$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Найти производную функции:

$$1) y = x^4 - 2x^5 + 7 \operatorname{ctg} 5x \quad 2) y = 5 \operatorname{arctg} x + \frac{2}{\sqrt{x}} \quad 3) y = x - 3^x - \frac{9}{x+3} \quad 4) y = x^3 \cdot \sin x$$

$$5) y = \operatorname{tg} x \cdot (1 - x \cdot \sin x) \quad 6) y = \frac{4x+3}{\ln x} \quad 7) y = (3 - 4 \cos x)^{10} \quad 8) y = x \cdot \operatorname{arctg} 3x \quad 9) y = \frac{1}{\cos 5x}$$

$$10) y = \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \quad 11) y = \sin^3 \log_5 x \quad 12) 3x^4 + 1 = y^2 \cdot e^y \quad 13) \begin{cases} x = 4t^3 + 5t^2 + 1 \\ y = \cos e^t \end{cases}$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-8 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 667-770.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Дифференцирование. Задачи 2, 5-10, 15, 20.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 2, лекция 2.1).
2. Занятие проводится в виде тренинга, направленного на выработку и закрепление навыков вычисления производных.
3. Справочный материал:

Правила вычисления производной

- Производная суммы функций: $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- Постоянный множитель можно вынести за знак производной: $(k \cdot u)' = k \cdot u'$
- Производная произведения функций: $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- Производная частного функций: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, v \neq 0$
- Производная сложной функций $f(u(x))$, где x - независимая переменная, а u - зависимая переменная: $f'_x = f'_u \cdot u'_x$
-

Таблица производных

| | |
|---|---|
| 1. $(C)' = 0$ | 10. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ |
| 2. $(x)' = 1$ | 11. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ |
| 3. $(x^2)' = 2x$ | 12. $(\sin x)' = \cos x$ |
| 4. $(x^n)' = nx^{n-1}, n \in R$ | 13. $(\cos x)' = -\sin x$ |
| 5. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | 14. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ |
| 6. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ | 15. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |
| 7. $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$ | 16. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| 8. $(a^x)' = a^x \ln a$ | 17. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| 9. $(e^x)' = e^x$ | 18. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ |
| | 19. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ |

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение производной функции.
2. Правило вычисления производной суммы (разности) функций.
3. Правило вычисления производной произведения функций.
4. Правило вычисления производной частного функций.
5. Правило вычисления производной сложной функции.
6. Перечислите формулы производных элементарных функций.
7. Геометрический смысл производной.

Практическое занятие № 6. Вычисление производных старших порядков

Цель работы: научиться вычислять производные старших порядков.

Задание:

Задание 1. Найти производную функции второго порядка:

1) $y = x^5 + 15x^4 + 7x$ 2) $y = \log_4 x$ 3) $y = x^5 \cdot \sin 3x$

4) $y = \operatorname{tg} 2x$ 5) $y = \sqrt{x^2 + 4}$ 6) $y = \frac{3x + 2}{2x + 7}$

Задание 2. Найти производную функции третьего порядка:

1) $y = (x^2 + 3)^2$ 2) $y = \operatorname{arctg} 2x$ 3) $y = (3x + 2)^3 \cdot \ln(3x + 2)$

Задание 3. Найти производную функции указанного порядка:

1) $y = 2x^{10} + 5x^7 - 3x^2 + 121, \frac{d^5 y}{dx^5} = ?$ 2) $y = \sin^2 4x, \frac{d^4 y}{dx^4} = ?$

$$3) y = \frac{1}{5x+7}, \frac{d^5 y}{dx^5} = ? \quad 4) y = \cos 3x, \frac{d^{15} y}{dx^{15}} = ?, \frac{d^{22} y}{dx^{22}} = ? \quad 5) y = \sqrt{x}, \frac{d^{20} y}{dx^{20}} = ?$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

1. Найти производную функции второго порядка:

$$1) y = 2x \cdot \sin 5x \quad 2) y = \frac{1}{x^7} \quad 3) y = \frac{4x+3}{x-5} \quad 4) y = \sqrt{7x-3}$$

2. Найти производную функции указанного порядка:

$$1) y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \quad 2) y = \frac{\ln x}{x^2}, \frac{d^3 y}{dx^3} = ? \quad 3) y = 2^{1+3x}, \frac{d^{100} y}{dx^{100}} = ?$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 1006-1040.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Дифференцирование. Задачи 17, 18.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 2, лекция 2.1).
2. Занятие проводится в виде тренинга, направленного на выработку и закрепление навыков вычисления производных старших порядков.
3. При нахождении производных старших порядков рекомендуется упрощать промежуточные производные.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение производной функции.
2. Определение производной функции второго (третьего и т.д.) порядка.
3. Как обозначаются производные старших порядков?
4. Правило вычисления производной суммы (разности) функций.
5. Правило вычисления производной произведения функций.
6. Правило вычисления производной частного функций.
7. Правило вычисления производной сложной функции.
8. Перечислите формулы производных элементарных функций.

Практическое занятие № 7. Вычисление дифференциалов функции

Цель работы: научиться вычислять дифференциалы функции первого и старших порядков.

Задание:

Задание 1. Найти дифференциал функции:

$$1) y = \frac{x^2}{x^2+4} \quad 2) y = \sqrt{1-x^2} \cdot \arcsin x \quad 3) y = \frac{x+5}{x+3} \text{ в точке } x=2$$

Задание 2. Найти дифференциал функции указанного порядка

- 1) $y = \operatorname{arctg} 4x$, $d^2 y = ?$ 2) $y = \frac{e^x}{x}$, $d^2 y$ в точке $x=1$? 3) $y = 3^x$, $d^{15} y = ?$
4) $y = \sin 2x$, $d^{17} y$ в точке $x = \frac{\pi}{4}$? 5) $y = \ln(1+2x)$, $d^n y = ?$

Задание 3.

Показать, что для линейной функции в любой точке приращение и дифференциал совпадают по величине.

Задание 4.

Найти функцию α (в формуле для приращения функции), если функция имеет вид $y = 2x^2 + 4x + 7$.

Задание 5.

Найти значение функции α (в формуле для приращения функции), если функция имеет вид $y = \frac{1}{x}$, начальная точка $x_0 = \frac{1}{2}$, конечная точка $x = \frac{5}{2}$.

Задание 6.

Приблизить кривую $y = \ln x$ касательной в точке $x_0 = 1$. Вычислить приближенно $\ln 1,2$ и $\ln 0,84$.

Индивидуальное задание

Вариант 1

Приблизить функцию \sqrt{x} в точке $x_0 = 1$ линейной функцией.

Вычислить приближенно $\sqrt{1,23}$, $\sqrt{1,34}$, $\sqrt{0,78}$.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-6 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 889-893, 1096-1102.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 2, лекция 2.3).
2. При нахождении дифференциалов старших порядков рекомендуется упрощать промежуточные производные.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Приращение функции.
2. Дифференциал независимой переменной.
3. Определение дифференциала функции.
4. Формула для вычисления дифференциала функции.
5. Дифференциал функции второго (третьего и т.д.) порядка.
6. Свойство инвариантности формы дифференциала.

Практическое занятие № 8. Исследование функций и построение графиков

Цель работы: научиться проводить исследование поведения функции методами дифференциального исчисления и строить графики функций.

Задание:

Задание 1. Найти промежутки монотонности и точки экстремума функции:

1) $y = x^3 - 12x + 9$ 2) $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$ 3) $y = (2x + 7) \cdot e^x$

4) $y = \ln(x^2 - 3x)$ 5) $y = 2x - \sqrt[3]{(4-x)^2}$

Задание 2. Найти промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции:

1) $y = x^3 + 3x^2 - 6x + 5$ 2) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ 3) $y = \frac{e^{x^2}}{x}$

4) $y = \frac{\ln(x+2)}{x+2}$ 5) $y = \sqrt[3]{x \cdot (x-6)^2}$

Задание 3.

Найти асимптоты графика функции:

1) $y = \frac{3x}{x-4}$ 2) $y = \frac{4x^2 + 1}{x^2 + 3}$ 3) $y = \frac{2x^3}{x^2 + x - 6}$ 4) $y = \ln \frac{x+2}{x-3}$ 5) $y = (x+1) \cdot e^{-3x}$

Задание 4.

Провести полное исследование функции и построить график:

1) $y = \frac{x^3}{x^2 + 4}$ 2) $y = \frac{x+1}{(x-3)^2}$ 3) $y = (7-x) \cdot e^{x-4}$

4) $y = 2 \ln(x^2 - x)$ 5) $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Провести полное исследование функции и построить график:

1) $y = \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2$ 2) $y = \frac{e^{x+2}}{2x-6}$ 3) $y = \ln \frac{x+1}{x+3}$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-4 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 1152-1159, 1165-1176, 1287-1300, 1398-1413.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Графики. Задачи 1, 2, 5-9.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 2, лекция 2.5).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций поведения функций.
3. В заданиях 1-4 построить эскизы графиков.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение возрастающей (убывающей) функции.
2. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
3. Определение точки минимума (максимума) функции.
4. Необходимое условие точки минимума (максимума) функции.
5. Достаточное условие точки минимума (максимума) функции.
6. Стационарная точка.
7. Критические точки первого рода.
8. Определение выпуклой (вогнутой) функции.
9. Достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции.
10. Определение точки перегиба графика функции.
11. Необходимое условие точки перегиба графика функции.
12. Достаточное условие точки перегиба графика функции.
13. Критические точки второго рода.
14. Асимптота графика функции.
15. Виды асимптот.
16. Условия существования и нахождение вертикальной (горизонтальной, наклонной) асимптоты.

Практическое занятие № 9. Наименьшее и наибольшее значение функции

Цель работы: научиться находить наименьшее и наибольшее значение функции в заданной области, решать прикладные задачи.

Задание:

Задание 1.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции на данном промежутке:

$$1) y = \frac{x^2 + 3}{x^2 + 4}, [-2; 5] \quad 2) y = x + \frac{1}{x + 3}, [1; 3] \quad 3) y = \sqrt[3]{2x^2 \cdot (x - 5)}, [-1; 7]$$

Задание 2.

Найти наименьшее и наибольшее значение, а так же грани функции на данном промежутке:

$$1) y = x^4 + 2x^2, (-\infty; +\infty) \quad 2) y = \frac{x^2}{x - 5}, [0; +\infty) \quad 3) y = x \cdot e^x, (-\infty; 1]$$

Задание 3.

Цилиндр вписан в шар радиуса 2 см. Найти высоту цилиндра, при которой объем цилиндра будет наибольшим.

Задание 4.

Требуется изготовить ящик объемом 120 куб. см., чтобы стороны основания относились как 1:3. Найти размеры всех сторон ящика, чтобы его полная поверхность была минимальной.

Задание 5.

Число 85 разложить на два слагаемых, чтобы сумма их кубов была наибольшей (слагаемые являются натуральными числами).

Индивидуальное задание

Вариант 1

Найти наименьшее и наибольшее значение, а так же грани функции на данном промежутке:

$$1) y = \frac{2x + 3}{x^2 - 4}, (0; +\infty) \quad 2) y = \frac{\ln x}{x + 3}, [1; +\infty)$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-5 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 1185-1197, 1208-1259.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Графики. Задачи 3, 4.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 2, лекция 2.5).
2. В заданиях 1-2 построить эскиз графика.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение точки минимума (максимума) функции.
2. Понятие локального и глобального экстремума.
3. Нижняя и верхняя грани функции на множестве.
4. Точные нижняя и верхняя грани функции на множестве.

Практическое занятие № 10. Вычисление неопределенных интегралов

Цель работы: научиться вычислять неопределенные интегралы.

Задание:

Задание 1.

Вычислить неопределенные интегралы:

- 1) $\int x^3 dx$ 2) $\int x^{\frac{1}{3}} dx$ 3) $\int x^2 \cdot x^{\frac{1}{5}} dx$ 4) $\int \frac{1}{x^2+9} dx$ 5) $\int \sin t dt$ 6) $\int 10^y dy$
- 7) $\int (2x + 3 \cos x) dx$ 8) $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ 9) $\int \frac{x^3 + x^2 + 2}{x} dx$ 10) $\int \frac{(3+x)(1+4x)}{x^3} dx$
- 11) $\int (1 + 2 \sin x)(3 - \cos x) dx$ 12) $\int \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x^7}}{\sqrt{x}} dx$

Задание 2.

Вычислить неопределенные интегралы:

- 1) $\int \sin 2x dx$ 2) $\int (1+5x)^7 dx$ 3) $\int \frac{1}{\sqrt{1+4x}} dx$ 4) $\int \operatorname{tg}(2-x) dx$ 5) $\int \frac{dx}{5x+10}$
- 6) $\int e^{\frac{x}{2}} dx$ 7) $\int \frac{dx}{4x^2+9}$ 8) $\int \frac{dx}{\sin 7x}$ 9) $\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx$ 10) $\int \frac{4 + \cos^2 5x}{\sin^2 5x} dx$

Задание 3.

Вычислить неопределенные интегралы:

- 1) $\int (1+5x^2)^7 \cdot x dx$ 2) $\int \frac{\sqrt[4]{5-3 \ln x}}{x} dx$ 3) $\int 2^{3-7 \operatorname{tg} 4x} \cdot \frac{dx}{\cos^2 4x}$ 4) $\int x^5 \cdot \sin(3-7x^6) dx$
- 5) $\int \frac{\cos 5x}{\sin^2 5x} dx$ 6) $\int \frac{\sin 3x}{\sqrt{\cos^2 3x + 36}} dx$ 7) $\int \frac{25^x}{\sqrt{16-25^x}} dx$ 8) $\int \frac{5^x}{\sqrt{16-25^x}} dx$
- 9) $\int \frac{4x^4 dx}{x^{10}-16}$ 10) $\int \frac{4x^9 dx}{x^{10}-16}$ 11) $\int \frac{dx}{(1+4x^2) \cdot \operatorname{arctg} 2x}$ 12) $\int \frac{\sin \operatorname{tg} 4x}{\cos^2 4x} dx$

$$13) \int \frac{5+x}{x^2-16} dx \quad 14) \int \frac{\sin^8 4x + 5 \cos 4x}{\sin^7 4x} dx \quad 15) \int \frac{1+x+\arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить неопределенные интегралы:

$$1) \int (2+5x)^{20} dx \quad 2) \int (x^{12} + 4x) \cdot x^3 dx \quad 3) \int \frac{(x^2+4)(1+x)}{x^4} dx \quad 4) \int x^{20} \cdot \cos(2+3x^{21}) dx$$

$$5) \int 3^{\cos 4x} \cdot \sin 4x dx \quad 6) \int \frac{4x^5 + 15x^2}{x^6 + 36} dx \quad 7) \int \frac{10-5x+\operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 1676-1780.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.1).
2. Занятие проводится в форме тренинга с целью уяснения основных формул и простейших правил интегрирования.
3. В задании 3 проверить результат интегрирования с помощью дифференцирования первообразной.
4. Справочный материал:

| <u>Свойства неопределенного интеграла</u> | | | |
|---|--|----|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ Интеграл от суммы функций: $\int (f_1(x) \pm f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \pm \int f_2(x) dx$ ➤ Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла: $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$ | | | |
| <u>Таблица неопределенных интегралов</u> | | | |
| 1 | $\int dx = x + C$ | 11 | $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x + C$ |
| 2 | $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$ | 12 | $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + C$ |
| 3 | $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ | 13 | $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$ |
| 4 | $\int \frac{1}{x^n} dx = \frac{1}{(1-n)x^{n-1}} + C, n \neq 1$ | 14 | $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$ |
| 5 | $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$ | 15 | $\int \frac{1}{\sin x} dx = \ln \left \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right + C$ |
| 6 | $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ | 16 | $\int \frac{1}{\cos x} dx = \ln \left \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$ |

| | | | |
|----|---------------------------------------|----|--|
| 7 | $\int e^x dx = e^x + C$ | 17 | $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$ |
| 8 | $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ | 18 | $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$ |
| 9 | $\int \sin x dx = -\cos x + C$ | 19 | $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$ |
| 10 | $\int \cos x dx = \sin x + C$ | 20 | $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$ |

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Первообразная функции.
2. Неопределенный интеграл.
3. Свойство линейности интеграла.
4. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Таблица основных интегралов.

Практическое занятие № 11. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле

Цель работы: научиться вычислять неопределенные интегралы.

Задание:

Вычислить неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

- 1) $\int x \cdot \cos x dx$ 2) $\int (3x + 5)e^{2x} dx$ 3) $\int (x^2 + 4x + 3) \cdot \ln x dx$ 4) $\int \log_4 x dx$
5) $\int \arcsin x dx$ 6) $\int (2x^2 + 4) \sin 3x dx$ 7) $\int e^x \cdot \cos 4x dx$ 8) $\int 4^{2x+3} \cdot \cos 5x dx$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

- 1) $\int (7 + 2x) \cdot \sin 3x dx$ 2) $\int (x^3 + 4x) \cdot \ln x dx$ 3) $\int \log_4 (2 - x^2) dx$
4) $\int (2x^2 - 5) \cdot 9^x dx$ 5) $\int 3^x \cdot \cos 5x dx$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-8 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 1832-1868.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Интегралы. Задача 1.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.2).
2. Занятие проводится в форме тренинга с целью уяснения основных формул и метода интегрирования по частям.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Первообразная функции.
2. Неопределенный интеграл.
3. Метод замены интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
4. Основные случаи применения формулы интегрирования по частям.

Практическое занятие № 12. Интегрирование рациональных дробей

Цель работы: научиться вычислять неопределенные интегралы.

Задание:

Задание 1. Вычислить неопределенные интегралы от простейших рациональных дробей:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{2}{x+3} dx & \quad 2) \int \frac{5}{4x-7} dx & \quad 3) \int \frac{3}{(x-3)^5} dx & \quad 4) \int \frac{2}{x^2+4x+4} dx \\ 5) \int \frac{1}{x^2+16} dx & \quad 6) \int \frac{3x}{x^2+4} dx & \quad 7) \int \frac{2}{x^2+6x+12} dx & \quad 8) \int \frac{2x-7}{x^2+4x+9} dx \\ 9) \int \frac{5x}{x^2-14x+30} dx & \quad 10) \int \frac{x}{(x^2+4)^5} dx & \quad 11) \int \frac{1}{(x^2+2x+5)^2} dx \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить неопределенные интегралы от рациональных дробей, выделив целую часть дроби:

$$1) \int \frac{2x-6}{x+2} dx \quad 2) \int \frac{x^2}{x^2+10x+5} dx \quad 3) \int \frac{x^2+10x}{x^2+10x+34} dx \quad 4) \int \frac{4x^3-5x}{x^2+2x+7} dx$$

Задание 3. Вычислить неопределенные интегралы от рациональных дробей, применив разложение на простейшие дроби:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{x-2}{x^2-5x+4} dx & \quad 2) \int \frac{1}{x^2+12x+40} dx & \quad 3) \int \frac{3x+12}{x^3-2x^2} dx \\ 4) \int \frac{5x^2-6x+1}{x^3-5x^2+6x} dx & \quad 5) \int \frac{x^2-1}{x^3+x} dx & \quad 6) \int \frac{1}{(x^2-4x+6)(x^2-4x+5)} dx \\ 7) \int \frac{x}{(x-1)(x^2+2x+1)} dx & \quad 8) \int \frac{4x+20}{(x+1)(x+3)(x+5)} dx & \quad 9) \int \frac{12}{x^4+x^3+4x^2} dx \\ 10) \int \frac{4x^3-6x+12}{(x^2+7)(x^2+9)} dx & \quad 11) \int \frac{10x-20}{(x-3)^2(x-5)^2} dx \end{aligned}$$

Задание 4. Вычислить неопределенные интегралы от рациональных дробей:

$$1) \int \frac{x^3}{x^2+10x+15} dx \quad 2) \int \frac{5x^2-70x}{x^2-14x-10} dx \quad 3) \int \frac{x^4}{x^4-16} dx \quad 4) \int \left(\frac{x+5}{x+2} \right)^3 dx$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить неопределенные интегралы от рациональных дробей:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{3x+2}{x^2+9} dx & \quad 2) \int \frac{x^3}{x-3} dx & \quad 3) \int \frac{1}{x^2+2x+7} dx & \quad 4) \int \frac{3x+5}{x^2-8x+20} dx \\ 5) \int \frac{x^3-2x+7}{x^2+2x-15} dx & \quad 6) \int \frac{10x^2+61x+4}{(x+2)(x^2+6x+9)} dx & \quad 7) \int \frac{31x+4}{(x^2+10x+36)(x+1)} dx \end{aligned}$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-4 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2012-2055.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Интегралы. Задачи 5, 6, 7.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.3).
2. Занятие проводится в форме тренинга с целью уяснения основных формул и разных способов интегрирования рациональных дробей, основанных на их преобразовании.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Рациональная дробь.
2. Правильная и неправильная рациональные дроби.
3. Простейшая дробь 1-го вида, ее интегрирование.
4. Простейшая дробь 2-го вида, ее интегрирование.
5. Простейшая дробь 3-го вида, ее интегрирование.
6. Простейшая дробь 4-го вида, ее интегрирование.
7. Правило разложения правильной рациональной дроби на простейшие дроби.

Практическое занятие № 13. Интегрирование тригонометрических выражений

Цель работы: научиться вычислять неопределенные интегралы.

Задание:

Задание 1. Вычислить неопределенные интегралы, преобразовав тригонометрическое выражение:

- 1) $\int \sin 7x \cdot \cos 4x dx$
- 2) $\int \sin 4x \cdot \sin 2x dx$
- 3) $\int \sin^2 2x dx$
- 4) $\int (2 + 5 \cos 7x)^2 dx$
- 5) $\int \sin 5x \cdot (2 \sin 4x + 5 \cos 3x) dx$
- 6) $\int \sin^3 x dx$
- 7) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$
- 8) $\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos^2 x} dx$
- 9) $\int \frac{\cos 4x}{\sin^2 2x \cdot \cos 2x} dx$
- 10) $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$
- 11) $\int \frac{\cos^4 3x}{\sin^6 3x} dx$
- 12) $\int \sin^2 5x \cdot \cos^2 5x dx$
- 13) $\int \sin^4 5x dx$
- 14) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$
- 15) $\int \sin 4x \cdot \sqrt[5]{\cos^2 4x} dx$
- 16) $\int \sin^2 3x \cdot \cos^3 3x dx$
- 17) $\int \frac{\operatorname{tg} 2x}{\cos^4 2x} dx$
- 18) $\int \frac{\sin 6x}{\cos^9 6x} dx$
- 19) $\int \frac{\cos^3 7x}{\sin^{10} 7x} dx$
- 20) $\int \operatorname{tg}^3 4x \cdot \cos^{10} 3x dx$

Задание 2. Вычислить неопределенные интегралы, применив универсальную тригонометрическую подстановку:

- 1) $\int \frac{1}{\sin x + 2} dx$
- 2) $\int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}$
- 3) $\int \frac{dx}{4 \sin x + 7 \cos x + 2}$
- 4) $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x} dx$
- 5) $\int \frac{4 - \cos x}{(1 + \sin x)^2} dx$
- 6) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot (5 - 2 \cos x)}$
- 7) $\int \frac{\cos^4 x}{\sin x} dx$
- 8) $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$
- 9) $\int \frac{dx}{\cos^7 x}$

$$10) \int \frac{\cos x dx}{\sin^4 x + 3 \sin^2 x} \quad 11) \int \frac{dx}{\cos^6 x} \quad 12) \int \operatorname{tg}^4 x dx \quad 13) \int \frac{dx}{3 + \cos^2 x}$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить неопределенные интегралы от тригонометрических выражений:

$$1) \int \sin 10x \cdot \sin 7x dx \quad 2) \int (1 + 2 \sin 4x)^2 dx \quad 3) \int \cos 10x \cdot \sin^2 3x dx$$

$$4) \int \sqrt{\cos 4x} \cdot \sin^3 4x dx \quad 5) \int \frac{10}{2 + 5 \cos x} dx \quad 6) \int \frac{1}{5 \sin x + \cos x + 2} dx$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-2 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2090-2122.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.4).
2. Занятие проводится в форме тренинга с целью уяснения основных формул и разных способов интегрирования тригонометрических выражений, основанных на их преобразовании и на замене переменной.
3. Справочный материал:

Тригонометрические формулы:

$$\sin^2 a + \cos^2 b = 1$$

$$\operatorname{tga} = \frac{\sin a}{\cos a} \quad \operatorname{ctga} = \frac{\cos a}{\sin a} \quad \operatorname{tga} \cdot \operatorname{ctga} = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}$$

$$2 \sin a \cdot \cos a = \sin 2a$$

$$\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$$

$$\cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos 2a)$$

$$\sin^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos 2a)$$

$$\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$$

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$$

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a - b) + \sin(a + b))$$

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Запишите формулы интегралов от тригонометрических функций.
2. Какие преобразования проводят над тригонометрическими выражениями при интегрировании?
3. Для интегрирования каких выражений применяется универсальная тригонометрическая подстановка?
4. Запишите формулы универсальной тригонометрической подстановки.
5. Какими способами можно вычислить интеграл $\int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$?

Практическое занятие № 14. Интегрирование иррациональных выражений

Цель работы: научиться вычислять неопределенные интегралы.

Задание:

Задание 1. Вычислить неопределенные интегралы от простейших иррациональностей:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx & \quad 2) \int \frac{\sqrt{3x+2}}{\sqrt{3x+2}+2} dx & \quad 3) \int x^3 \cdot \sqrt[4]{5+7x} dx \\ 4) \int \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2} + 4 \cdot \sqrt[3]{x-2} + 4} dx & \quad 5) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^3}} & \quad 6) \int \frac{dx}{(1 + \sqrt[4]{x})^3 \cdot \sqrt{x}} \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить неопределенные интегралы, используя выделение полного квадрата:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 10}} dx & \quad 2) \int \frac{1}{\sqrt{21 - 4x - x^2}} dx & \quad 3) \int \frac{2x + 7}{\sqrt{x^2 + 6x + 4}} dx \\ 4) \int \frac{5x}{\sqrt{x^2 - 12x - 9}} dx & \quad 5) \int \frac{9x - 15}{\sqrt{29 + 12x - x^2}} dx \end{aligned}$$

Задание 3. Вычислить неопределенные интегралы, применив обратную замену:

$$1) \int \frac{1}{x \cdot \sqrt{7x^2 + 2x + 1}} dx \quad 2) \int \frac{1}{(x+2) \cdot \sqrt{30x^2 - 12x + 1}} dx \quad 3) \int \frac{1}{(x-1)^2 \cdot \sqrt{25x^2 + 8x + 4}} dx$$

Задание 4. Вычислить неопределенные интегралы, применив тригонометрические подстановки:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx & \quad 2) \int x \cdot \sqrt{25+x^2} dx & \quad 3) \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2-4}} & \quad 4) \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^3} dx \\ 5) \int \sqrt{x^2+6x+34} dx & \quad 6) \int \sqrt{65-2x-x^2} dx & \quad 7) \int \frac{\sqrt{87+4x-x^2}}{x^3} dx \end{aligned}$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить неопределенные интегралы от иррациональных выражений:

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{7x-25}{\sqrt{x^2-15}} dx & \quad 2) \int \frac{10}{\sqrt{x^2-8x+114}} dx & \quad 3) \int \frac{1}{x \cdot \sqrt{75x^2-12x+5}} dx \\ 4) \int \frac{2+3 \cdot \sqrt{x+9}}{\sqrt{x+9}-5} dx & \quad 5) \int \frac{1}{\sqrt{(x^2+16)^3}} dx & \quad 6^*) \int \frac{7^x-2}{7^x+5} dx \end{aligned}$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-4 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2068-2073, 2151-2160.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.5).
2. Занятие проводится в форме тренинга с целью уяснения основных формул и разных способов интегрирования иррациональных выражений, основанных на их преобразовании и на замене переменной.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Запишите формулы интегралов от иррациональных функций.
2. Какое выражение называют простейшей иррациональностью?
3. Какая замена применяется для простейших иррациональностей?
4. Для интегрирования каких выражений применяется обратная замена?
5. Для какого иррационального выражения применяется подстановка $x = a \cdot \sin t$?

$$x = a \cdot \operatorname{tg} t ? \quad x = \frac{a}{\cos t} ?$$

6. Какими способами можно вычислить интеграл $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{25 - x^2}}$?

Практическое занятие № 15. Вычисление определенных интегралов

Цель работы: научиться вычислять неопределенные интегралы.

Задание:

Вычислить определенные интегралы:

$$1) \int_{-1}^2 x^3 dx \quad 2) \int_1^2 (3x^2 - 2x + 1) dx \quad 3) \int_1^3 \frac{dx}{2x-1} \quad 4) \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^6} dx \quad 5) \int_0^1 \frac{1}{4x^2 + 4x + 5} dx$$

$$6) \int_3^4 \frac{x^2 + 3}{x-2} dx \quad 7) \int_1^3 \frac{x^2 + 3x - 18}{x^3 - 4x^2} dx \quad 8) \int_1^6 \frac{dx}{1 + \sqrt{3x-2}} \quad 9) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2}{\sin x + 2 \cos x} dx$$

$$10) \int_1^2 (3x^2 - 2x + 1) dx \quad 11) \int_{-1}^0 x \cdot e^{5x} dx \quad 12) \int_0^{\pi} (x^2 + 3) \cdot \sin 2x dx$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить определенные интегралы:

$$1) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{10-3x}} \quad 2) \int_{\sqrt{\frac{\pi^2}{6}}}^{\sqrt{\frac{\pi^2}{4}}} x \cdot \operatorname{ctg} x^2 dx \quad 3) \int_{-1}^2 (7-2x) \cdot 4^x dx$$

$$4) \int_{-3}^{-2} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{10-2x-x^2}} \quad 5) \int_2^3 \frac{7x-9}{x^3+2x^2} dx$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-12 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2231-2268, 2275-2293.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Интегралы. Задачи 2, 4, 8, 10, 12.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.6), а так же способы вычисления неопределенных интегралов.
2. Результат вычисления интеграла должен быть получен в виде числа или числового выражения (без приближенного вычисления).

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Что называется определенным интегралом (Римана)?
2. В каком виде записывается результат вычисления неопределенного интеграла? Определенного интеграла?
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Метод замены переменной в определенном интеграле.
5. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле.

Практическое занятие № 16. Вычисление площади фигуры

Цель работы: научиться находить площадь фигуры с помощью определенного интеграла.

Задание:

Задание 1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, в ДСК:

1) $y = -x^2 + 2x + 3, y = 0$

2) $y = \frac{3}{x}, x + y = 4$

3) $y = -1, y = 2, y - x = 1, y^2 = 2x$

4) $y = x^3, y = (x - 2)^3, x + y = 2, y = -1$

5) $x = 1 - \sqrt{-y}, x + 3y - 1 = 0, 5x + y + 9 = 0$

Задание 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями. Использовать параметрическое задание кривых.

1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, y = \frac{3}{2}, y = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$

2) $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}} + y^{\frac{2}{3}} = 1, x = \frac{1}{4} \left(x \geq \frac{1}{4} \right)$

3) $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases} y = 6 \text{ (I арка)}$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, в ПСК:

1) $\rho = 2 \sin 3\varphi$

2) $\rho = 8 \cos \varphi$, $\rho = 4$ (вне $\rho = 4$)

3) $\rho = 1 + \sin \varphi$, $\rho = -\sin \varphi$ (общая часть)

Индивидуальное задание

Вариант 1

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y = 2^x$, $y = \frac{2}{x}$, $y = \frac{x-3}{2}$, $x = 0$

2) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, $x = 2$ ($x \leq 2$)

3) $\rho = 2 \sin 2\varphi$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2455-2467, 2490-2501.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Интегралы. Задачи 14, 15, 16.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.7).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций, возникающих при нахождении площади фигуры: построение фигуры, ее особенности, составление интеграла, вычисление интеграла.
3. Чертеж в задачах обязателен. Чертеж должен быть выполнен аккуратно, с указанием характерных точек и подписями линий.
4. Результат вычисления площади фигуры должен быть получен в виде точного числа или числового выражения с приближенным вычислением.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Криволинейная трапеция.
2. Площадь криволинейной трапеции.
3. Геометрический смысл определенного интеграл.
4. Площадь произвольной фигуры в ДСК.
5. Площадь криволинейного сектора.
6. Площадь произвольной фигуры в ПСК.

Практическое занятие № 17. Вычисление объема тела вращения

Цель работы: научиться находить объем тела вращения фигуры с помощью определенного интеграла.

Задание:

Задание 1. Найти объем тела вращения фигуры вокруг оси ОХ. Фигура ограничена линиями:

1) $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$

2) $y = x^4$, $y = x^2 + 4x + 4$, $y = 0$

3) $y = 2^x$, $y = x - 1$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$

Задание 2. Найти объем тела вращения фигуры вокруг оси ОУ. Фигура ограничена линиями:

1) $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$

2) $y = x^2 + 4$, $y = -x$, $x = -2$, $x = 0$

3) $x = y^2 + 2$, $y = x - 4$

Задание 3. Найти объемы тел вращения фигуры вокруг осей ОХ и ОУ. Фигура ограничена линиями:

1) $y = 2x$, $y = 3 - x$, $y = \frac{x}{2}$

2) $y = 2$, $x = y^2 - 2y + 1$, $x = 0$

3) $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 4 - x$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Найти объемы тел вращения фигуры вокруг осей ОХ и ОУ. Фигура ограничена линиями:

$y = 2 + 3^{-x}$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 2$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2556-2565.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Интегралы. Задача 21.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.7).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций, возникающих при нахождении объема тела вращения: построение фигуры и тела вращения, особенности тела, составление интеграла, вычисление интеграла.
3. Чертеж в задачах обязателен. Чертеж должен быть выполнен аккуратно, с указанием характерных точек и подписями линий.
4. Результат вычисления объема тела вращения должен быть получен в виде точного числа или числового выражения с приближенным вычислением.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Формула объема тела вращения криволинейной трапеции вокруг оси ОХ.
2. Формула объема тела вращения криволинейной трапеции вокруг оси ОУ.
3. Формула объема тела вращения произвольной фигуры вокруг оси ОХ.
4. Формула объема тела вращения произвольной фигуры вокруг оси ОУ.

Практическое занятие № 18. Вычисление длины дуги кривой

Цель работы: научиться находить длину дуги кривой с помощью определенного интеграла.

Задание:

Задание 1. Найти длину дуги кривой в ДСК:

1) $y = \sqrt{4 - x^2}$, $1 \leq x \leq \sqrt{2}$

2) $y = x^{\frac{2}{3}}$, $1 \leq x \leq 8$

3) $y = \frac{2}{\pi} \ln \sin \frac{\pi x}{2}$, $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

Задание 2. Найти длину дуги кривой, заданной параметрически:

1) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t\left(\frac{1}{3} - t^2\right) \end{cases}$, $0 \leq t \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$

2) $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$, $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$

3) $\begin{cases} x = \cos t + \ln \operatorname{tg} \frac{t}{2} \\ y = \sin t \end{cases}$, $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{4}$

4) $\begin{cases} x = 2t^2 \\ y = 2\left(t + \frac{1}{3}t^3\right) \\ z = 2\left(t - \frac{1}{3}t^3\right) \end{cases}$, $0 \leq t \leq \sqrt{3}$

Задание 3. Найти длину дуги кривой в ПСК:

1) $\rho = 2 \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$

2) $\rho = 2^\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Найти длину дуги кривой:

1) $y = 2 + \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

2) $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$, $0 \leq t \leq 2\pi$

3) $\rho = 7\varphi$, $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2519-2547.

- Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Интегралы. Задачи 17, 18, 19.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

- Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.7).
- Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций, возникающих при нахождении длин дуг плоских и пространственных кривых: составление интеграла, вычисление интеграла.
- Чертеж в задачах не обязателен
- Результат вычисления длины дуги кривой должен быть получен в виде точного числа или числового выражения с приближенным вычислением.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 7, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

- Формула длины дуги плоской кривой в ДСК.
- Формула длины дуги плоской кривой в ПСК.
- Формула длины дуги плоской кривой, заданной параметрически.
- Формула длины дуги пространственной кривой, заданной параметрически.

Практическое занятие № 19. Вычисление несобственных интегралов

Цель работы: научиться вычислять несобственные интегралы или устанавливать их расходимость.

Задание:

Задание 1. Определить тип интеграла: определенный интеграл Римана (собственный), несобственный 1-го рода, несобственный 2-го рода:

$$1) \int_1^{+\infty} x^2 dx \quad 2) \int_1^3 \frac{1}{x^2} dx \quad 3) \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{5-x}} dx \quad 4) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx \quad 5) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+1} dx \quad 6) \int_0^{\pi} \operatorname{tg} x dx \quad 7) \int_{-3}^2 \frac{1}{x^2-9} dx$$

Задание 2. Вычислить несобственные интегралы или устанавливать их расходимость.

$$1) \int_0^{+\infty} (6x^2 + 4x) dx \quad 2) \int_1^{+\infty} \frac{1}{(2x+7)^4} dx \quad 3) \int_2^5 \frac{1}{x-5} dx \quad 4) \int_1^2 \frac{1}{\sqrt[3]{2x-4}} dx \quad 5) \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+4x+15} dx$$

$$6) \int_{-\infty}^0 e^{-3x} dx \quad 7) \int_1^5 \frac{x^2}{x^2-25} dx \quad 8) \int_{-1}^0 \frac{1}{(x^2+2x+1)^5} dx \quad 9) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{ctg} 3x dx \quad 10) \int_0^1 \log_2 x dx$$

$$11) \int_0^1 \frac{x^4}{\sin^2 x^5} dx \quad 12) \int_1^{+\infty} 3^{\frac{2}{x}} \cdot \frac{dx}{x^2} \quad 13) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{4x^3+7} dx \quad 14) \int_1^4 \frac{1}{2x-8} dx$$

Задание 3.

1) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = 0$

2) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{2^x}$, $x = 1$, $y = 0$

3) Найти объем тела вращения фигуры вокруг оси OX. Фигура ограничена линиями:
 $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $y = 0$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Вычислить несобственные интегралы или устанавливать их расходимость.

$$1) \int_3^5 \frac{x^3}{x-3} dx \quad 2) \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 8x + 12}} dx$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2366-2378, 2394-2409.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.8).
2. Занятие проводится в форме тренинга с целью усвоения правил вычисления несобственных интегралов, а так же приемов интегрирования в целом.
3. При вычислении несобственных интегралов следует обращать внимание на аккуратность и полноту записей.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение определенного интеграла Римана (собственного) интеграла.
2. Какие функции являются интегрируемыми по Риману?
3. Определение несобственного интеграла 1-го рода.
4. Определение несобственного интеграла 2-го рода.
5. Определение сходящегося несобственного интеграла 1-го (2-го) рода.
6. Интегрируемость функции на промежутке в несобственном смысле.
7. Геометрический смысл несобственного интеграла.

Практическое занятие № 20. Исследование сходимости положительных рядов

Цель работы: научиться исследовать сходимость положительных числовых рядов.

Задание:

Задание 1. Исследовать сходимость ряда с помощью признаков сравнения:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10+2^n} \quad 2) \sum_{n=6}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n-5}} \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{3^n} \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)5^n} \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^2+4} \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3+7n}{5n^8+10}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n^3}{1+n^4} \right)^5 \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^2} \quad 9) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad 10) \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \operatorname{arcsin} \frac{1}{5^n} \quad 11) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3+3}{n^3}$$

Задание 2. Исследовать сходимость ряда с помощью корневого признака Коши:

$$1) \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots \quad 2) \frac{1}{3} + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{7}{7}\right)^3 + \left(\frac{10}{9}\right)^4 + \dots$$

$$3) \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \left(\frac{4}{19}\right)^9 + \left(\frac{5}{27}\right)^{16} + \dots \quad 4) \frac{1}{\ln^2 2} + \frac{1}{\ln^3 3} + \frac{1}{\ln^4 4} + \frac{1}{\ln^5 5} + \dots$$

Задание 3. Исследовать сходимость ряда с помощью признака Даламбера:

$$1) \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots \quad 2) \frac{5}{5} + \frac{8}{25} + \frac{11}{125} + \frac{14}{625} + \dots$$

$$3) 1 + 2 + 6 + 24 + \dots \quad 4) \frac{2}{5!} + \frac{9}{7!} + \frac{16}{9!} + \frac{23}{11!} + \dots$$

Задание 4. Исследовать сходимость ряда с помощью интегрального признака:

$$1) \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{18} + \dots \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4} \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n^{10} - 5} \quad 4) \frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + \frac{1}{4 \ln 4} + \frac{1}{5 \ln 5} + \dots$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Исследовать сходимость ряда:

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n^4 + 3n^2 + 12}{2n^7 - 5n^3 + 10}$ с помощью признака сравнения
- 2) $\frac{1}{3} + \left(\frac{9}{9}\right)^4 + \left(\frac{17}{15}\right)^7 + \left(\frac{25}{21}\right)^{10} + \dots$ с помощью корневого признака Коши
- 3) $\frac{10}{4} + \frac{100}{14} + \frac{1000}{24} + \frac{10000}{34} + \dots$ с помощью признака Даламбера
- 4) $\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18} + \frac{1}{21} + \dots$ с помощью интегрального признака

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-4 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2737-2745, 2754-2784.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Ряды. Задачи 3-7.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 4, лекция 4.2).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций, возникающих при исследовании рядов: составление общей формулы, выбор признака сходимости, вычисления.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Гармонический ряд, его сходимость.
2. Геометрический ряд, его сходимость и сумма.
3. Основной признак сравнения.
4. Признак сравнения в предельной форме.
5. Признак сравнения в эквивалентной форме.
6. Корневой признак Коши.
7. Признак Даламбера.
8. Интегральный признак Маклорена-Коши.

Практическое занятие № 21. Исследование сходимости знакопеременных рядов

Цель работы: научиться исследовать сходимость знакопеременных числовых рядов.

Задание:

Задание 1. Исследовать сходимость знакопередающегося ряда с помощью признака Лейбница:

1) $\frac{1}{4} - \frac{1}{16} + \frac{1}{64} - \frac{1}{256} + \dots$ 2) $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{4}} + \dots$

3) $1 - \frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{7}{6} + \dots$ 4) $1 - \frac{2}{7} + \frac{3}{13} - \frac{4}{9} + \dots$

Задание 2. Исследовать сходимость знакопеременного ряда с помощью теоремы об абсолютной сходимости:

1) $1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{36} - \dots$ 2) $1 - \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{8} - \frac{9}{16} + \frac{11}{32} + \dots$

3) $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} - \frac{1}{5^5} + \frac{1}{6^6} + \dots$

Задание 3. Установить для знакопеременных рядов абсолютную или условную сходимость или расходимость:

1) $\frac{3}{1 \cdot 2} - \frac{5}{2 \cdot 3} + \frac{7}{3 \cdot 4} - \frac{9}{4 \cdot 5} + \dots$ 2) $\frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} + \frac{\ln 5}{5} - \dots$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\pm \frac{n^5}{n^{10} + n^7 + 1} \right)$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} (\pm 4^{-n^2+3n})$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{10n^2 + 25}$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \arctg \frac{1}{n^4}$ 7) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{10^n + n^2}$

Задание 4. Найти приближенно сумму ряда, оценить погрешность результата:

1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{7} + \frac{1}{12} - \frac{1}{17} + \dots$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^3 + 1}$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Установить для знакопеременных рядов абсолютную или условную сходимость или расходимость. В случае сходимости найти приближенно сумму ряда и оценить погрешность результата.

1) $\frac{1}{3} - \frac{5}{15} + \frac{9}{27} - \frac{13}{39} + \dots$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\pm \frac{n^7 + 2}{2n^9 + n^3 + 1} \right)$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-4 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2790-2799.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Ряды. Задачи 8, 9.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 4, лекция 4.3).
2. При выполнении индивидуального задания обучающиеся самостоятельно выбирают условие для проверки сходимости ряда.
3. При нахождении суммы ряда обучающиеся самостоятельно выбирают количество членов ряда, но не менее двух членов и погрешность должна быть не более 0,1.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Знакопеременный ряд.
2. Знакопеременный ряд.
3. Какой знакопеременный ряд называется абсолютно сходящимся?
4. Какой знакопеременный ряд называется условно сходящимся?
5. Признак Лейбница.
6. Теорема об абсолютной сходимости.
7. Сколько первых членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{n^2 + 4}$ следует взять, чтобы найденная приближенная сумма ряда имела погрешность не более 0,01?

Практическое занятие № 22. Область сходимости функциональных рядов

Цель работы: научиться находить область сходимости функциональных рядов.

Задание:

Задание 1. Проверить, сходится или расходится функциональный ряд в точке x_0 :

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n+n^2}$, $x_0 = 5$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(n+3)^4 \cdot (x+3)^n}$, $x_0 = -2$

Задание 2. Найти область сходимости функционального ряда:

1) $e^x + e^{2x} + e^{3x} + \dots$ 2) $\ln x + \ln^2 x + \ln^3 x + \dots$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{4n+3}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{(2n+9)(x+1)^n}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{(x+1)^{3n}}{n^2+3n+5}$

Задание 3. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot (x+3)^n$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+1}{2n+3} \cdot (x-5)^n$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+7)^n}{4^n \cdot (5n+9)}$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3 \cdot 5^n} \cdot (x+2)^n$.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2802-2816, 2878-2885.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Ряды. Задача 14.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 4, лекция 4.4).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций: обучающиеся самостоятельно выбирают способ нахождения области сходимости ряда: как для функционального или как для степенного. Проверка сходимости функционального ряда на границах области обязательна. Обучающиеся могут использовать любой подходящий в данном случае признак для числовых рядов.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Функциональный ряд.
2. Сходимость функционального ряда в точке.
3. Область сходимости функционального ряда.
4. Какие условия для числовых рядов используют при нахождении области сходимости функциональных рядов?
5. Степенной ряд.
6. Радиус сходимости степенного ряда.
7. Какой вид имеет область сходимости степенного ряда?

Практическое занятие № 23. Ряды Тейлора и Маклорена

Цель работы: научиться применять разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена для решения прикладных задач.

Задание:

Задание 1. Разложить функцию в ряд Тейлора, найти область сходимости ряда:

1) $f(x) = 3^x, x_0 = 1$ 2) $f(x) = \sin x, x_0 = \pi$ 3) $f(x) = \ln(2x + 1), x_0 = 2$

Задание 2. Вычислить неопределенные интегралы, используя стандартные разложения в ряд Маклорена:

1) $\int e^{x^2} dx$ 2) $\int x^{10} \cdot \cos 2x dx$ 3) $\int \frac{1}{1+x^5} dx$ 4) $\int \sqrt[3]{(1+2x^2)^{10}} dx$

Задание 3. Вычислить определенные интегралы, используя стандартные разложения в ряд Маклорена, оценить погрешность результата:

1) $\int_0^{0,4} \frac{1 - \cos x}{x} dx$ 2) $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x^3} dx$ 3) $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$ 4) $\int_0^1 (\sin x^2 - x \cdot \sin x) dx$

Задание 4. Найти приближенное значение выражения, используя стандартные разложения в ряд Маклорена, оценить погрешность результата:

1) $e^{0,2}$ 2) $\sqrt{29}$ 3) $\sin 22^\circ$ 4) $\ln 0,8$

Задание 5. Найти сумму числового ряда, используя стандартные разложения в ряд Маклорена:

1) $1 + \frac{2}{1!} + \frac{4}{2!} + \frac{8}{3!} + \dots$ 2) $1 - \frac{\pi^2}{4 \cdot 2!} + \frac{\pi^4}{16 \cdot 4!} + \frac{\pi^6}{64 \cdot 6!} + \dots$
3) $7 - \frac{7^3}{3!} + \frac{7^5}{5!} - \frac{7^7}{7!} + \dots$ 4) $\frac{1}{16} - \frac{1}{16^2 \cdot 2} + \frac{1}{16^3 \cdot 3} - \frac{1}{16^4 \cdot 4} + \dots$

Индивидуальное задание

Вариант 1

- 1) Разложить функцию $f(x) = \cos 2x, x_0 = \frac{\pi}{2}$ в ряд Тейлора, найти область сходимости

ряда.

- 2) Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{3x - \sin 3x}{x^3} dx$, используя стандартные разложения в ряд Маклорена, оценить погрешность результата.
- 3) Найти сумму числового ряда $\frac{3}{7} - \frac{3^2}{7^2 \cdot 2} + \frac{3^3}{7^3 \cdot 3} - \frac{3^4}{7^4 \cdot 4} + \dots$, используя стандартные разложения в ряд Маклорена.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-5 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2894-2914, 2920-2933.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Ряды. Задачи 19, 20.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 4, лекция 4.5).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций, при которых можно использовать ряды Тейлора и Маклорена: приближенные вычисления, интегрирование функций, нахождение суммы числового ряда.
3. При вычислении интегралов следует обратить внимание на тип интеграла и интегрируемость функции в различных смыслах.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Формула ряда Тейлора.
2. Сумма ряда Тейлора.
3. Формула ряда Маклорена.
4. Разложение функции $\sin x$ в ряд Маклорена, область сходимости ряда.
5. Разложение функции $\cos x$ в ряд Маклорена, область сходимости ряда.
6. Разложение функции e^x в ряд Маклорена, область сходимости ряда.
7. Разложение функции $\ln(1+x)$ в ряд Маклорена, область сходимости ряда.
8. Разложение функции $(1+x)^m$ в ряд Маклорена, область сходимости ряда.

Практическое занятие № 24. Ряды Фурье

Цель работы: научиться выполнять разложение функций в ряд Фурье.

Задание:

Задание 1.

Разложить функцию в ряд Фурье. Найти сумму ряда. Построить графики функции и суммы ряда.

$$1) f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-4; 2) \\ 3, & x \in (2; 4) \end{cases}, T = 8$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-1; 0) \\ 0, & x = 0 \\ 2, & x \in (0; 1) \end{cases}, T = 2$$

$$3) f(x) = x, x \in [-2; 2], T = 4$$

$$4) f(x) = 2x + 5, x \in [-4; 4], T = 8$$

$$5) f(x) = |x|, x \in (-\pi; \pi), T = 2\pi$$

Задание 2.

Разложить функцию $f(x) = \frac{x}{2}, x \in (-\pi; \pi], T = 2\pi$ в ряд Фурье. Найти сумму ряда. Построить графики функции и суммы ряда. Пользуясь полученным разложением, найти суммы числовых рядов:

$$1) \sin 1 - \frac{\sin 2}{2} + \frac{\sin 3}{3} - \frac{\sin 4}{4} + \dots$$

$$2) \sin \frac{\pi}{5} - \frac{\sin \frac{2\pi}{5}}{2} + \frac{\sin \frac{3\pi}{5}}{3} - \frac{\sin \frac{4\pi}{5}}{4} + \dots$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Разложить функцию в ряд Фурье. Найти сумму ряда. Построить графики функции и суммы ряда. Указать сумму ряда в точках $x=-3, x=1, x=2$.

$$f(x) = \begin{cases} 5, & x \in (-3; 1) \\ -2, & x \in (1; 3) \end{cases}, T = 6$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-2 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Разложить функцию в ряд Фурье. Найти сумму ряда. Построить графики функции и суммы ряда. Указать сумму ряда в точках $x=0, x=1, x=2$; составить соответствующие числовые ряды.

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 5, & x \in (-2; 1) \\ 0, & x \in (1; 2) \end{cases}, T = 4$$

2. Разложить функцию в ряд Фурье. Найти сумму ряда. Построить графики функции и суммы ряда. Указать сумму ряда в точках $x=-\pi, x=0, x=\pi$; составить соответствующие числовые ряды.

$$f(x) = x^2 + 5, x \in (-\pi; \pi), T = 2\pi$$

3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 4372, 4376(а), 4379.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 4, лекция 4.6).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций: проверка четности или функции, нахождение коэффициентов ряда, построение графиков, периодическое продолжение графиков, определение суммы ряда, сравнение функции и суммы ряда.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Периодическая функция, период функции.

2. Для какой функции можно составить ряд Фурье?
3. Вид ряда Фурье.
4. Формулы для нахождения коэффициентов a_0, a_n, b_n .
5. Вид ряда Фурье для четной функции.
6. Вид ряда Фурье для нечетной функции.
7. Сходимость ряда Фурье.
8. Сумма ряда Фурье.

Практическое занятие № 25. Функции двух и трех переменных

Цель работы: научиться определять простейшие свойства функций двух и трех переменных.

Задание:

Задание 1. Найти значение функции в заданной точке:

$$1) z = 2x^2 + 3xy, M(2, -3) \quad 2) z = \sqrt{\frac{x+y}{\sin y}}, M\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \quad 3) u = x^2 + y^2 - \sqrt[3]{z}, M(4, -1, 8)$$

Задание 2. Найти и построить область определения функции:

$$1) z = \sqrt{y-2x} \quad 2) z = \frac{x+y}{x^3-y} \quad 3) z = \sqrt{x^2+y^2-9} \quad 4) z = \sqrt[4]{\frac{y-5x}{y+3x}} \quad 5) z = \ln(x^2-y-3)$$

$$6) u = \frac{1}{2x+3y+z-6} \quad 7) u = \sqrt{25-x^2-y^2-z^2} \quad 8) u = \frac{xyz}{z-x^2-y^2}$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Найти и построить область определения функции:

$$1) z = \frac{xy}{x^2+y^2-4} \quad 2) z = \sqrt{\frac{3x+y+4}{4x-y-5}} \quad 3) u = \frac{x+y+z}{2x+4z-8}$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-2 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 2953-2957, 2983-3002.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 5, лекция 5.1).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций: анализ функции, условие существования значений функции, построения.
3. Для функции двух переменных область определения строится в системе двух координат, для функции трех переменных – в системе трех координат (допускается в виде эскизов поверхностей с указанием характерных точек).

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Понятие функции двух (трех и более) переменных.

2. Область определения фнп.
3. Множество значений фнп.
4. График функции двух переменных.

Практическое занятие № 26. Вычисление частных производных

Цель работы: научиться вычислять частные производные фнп первого и старших порядков.

Задание:

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функции:

$$1) z = 2x^2 + y^3 + 3xy \quad 2) z = y \cdot \sqrt{2x-3} + 2^y \quad 3) z = (2x + \sin y) \cdot x^5 \quad 4) z = \frac{\cos x}{\operatorname{tg} y}$$

$$5) z = \frac{3x^3 - 4y^2}{5x + 2} \quad 6) z = \ln(1 + xy^2) \quad 7) z = y \cdot 3^{\sqrt{x+2y}} \text{ в точке } M(3, 1)$$

$$8) u = x^2 + y^5 - 4z^5 - xy + z + 2 \quad 9) u = y \cdot \operatorname{arcsin} z - \frac{x+4z}{y} \quad 10) u = y^2 z \cdot \ln(xz - yz)$$

Задание 2. Найти частные производные старших порядков функции:

$$1) z = x^5 + 4xy^3 + 3x - 2y. \text{ Найти все производные второго порядка}$$

$$2) z = \ln(2x + y^2). \text{ Найти } \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \text{ и } \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

$$3) z = x^3 \cdot \sin y + y^3 \cdot \sin x. \text{ Найти } \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} \text{ и } \frac{\partial^3 z}{\partial y^3}.$$

$$4) z = \frac{y}{(x+y)^3}. \text{ Найти } \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} \text{ и } \frac{\partial^3 z}{\partial y \partial x \partial y}.$$

$$5) z = e^{x^2-3y}. \text{ Найти } \frac{\partial^5 z}{\partial x^2 \partial y^3}.$$

$$6) u = z \cdot \operatorname{tg} x - 3x^4 yz. \text{ Найти все производные второго порядка.}$$

$$7) u = \frac{2x+3y^2}{4z-x}. \text{ Найти } \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \text{ и } \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$$

Задание 3. Составить уравнение касательной плоскости к поверхности в точке M_0 . Построить касательную плоскость.

$$1) z = 4x^2 + 5y^2, \quad M_0(1; 2) \quad 2) z = \frac{x-5y}{1+\sqrt{y}}, \quad M_0(-3; 4)$$

$$3) x^2 + 3y^2 - 4z^2 = 1, \quad M_0(1; -2) \quad 4) x^3 + xy^4 + yz^2 - 2x = 0, \quad M_0(-3; 1)$$

Задание 4. Найти дифференциалы функции:

$$1) z = \sqrt{xy}. \text{ Найти } dz \text{ в точке } M(1; 4).$$

$$2) z = \operatorname{arcsin} \frac{y}{x}. \text{ Найти } dz \text{ и } d^2 z.$$

$$3) u = x \cdot \cos 2y - \frac{z^5}{y^2}. \text{ Найти } du \text{ и } d^2 u.$$

Индивидуальное задание 1

Вариант 1

$$1) z = x \cdot \operatorname{arctg}(xy). \text{ Найти } \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \text{ и } \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

$$2) z = \frac{x^2}{x+3y}. \text{ Найти } \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} \text{ и } \frac{\partial^3 z}{\partial y^2 \partial x}.$$

3) $z = y^3 \cdot \log_2(x^2 - y)$. Найти $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y \partial x}$ и $\frac{\partial^3 z}{\partial y \partial x^2}$.

Индивидуальное задание 2

Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка функции:

1) $z = \operatorname{ctg} \frac{x}{y^3}$ 2) $z = \ln(x^3 - 2xy)$ 3) $z = e^{x \sin y}$

2. Найти все производные второго порядка функции $z = \sin \frac{2}{x^3}$. Показать, что

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

3. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ в точке $M(2; 0)$ функции $z = \frac{y}{y^2 - 4x^2}$.

4. Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = 3x^5 y^2 + 2x + 4y$ в точке $M_0(-1; 2)$. Построить касательную плоскость.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-2 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание 1 в тетради – выполняется в парах.
3. Выполнить задания 3-4 вместе с преподавателем.
4. Выполнить индивидуальное задание 2 в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3036-3090, 3094-3099, 3181-3201, 3219-3226.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 5, лекция 5.2).
2. Часть занятия проводится как работа в парах (индивидуальное задание 1): два обучающихся вычисляют смешанные частные производные разными способами и должны прийти к одному результату.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Частное приращение функции по переменной x .
2. Частное приращение функции по переменной y .
3. Определение частной производной по переменной x .
4. Определение частной производной по переменной y .
5. Определение частных производных старших порядков.
6. Смешанные производные.
7. Теорема о смешанных производных.
8. Частные дифференциалы функции.
9. Полный дифференциал функции.
10. Дифференциал второго порядка.

Практическое занятие № 27. Экстремум функции нескольких переменных

Цель работы: научиться исследовать на экстремум функции двух и трех переменных.

Задание:

Задание 1. Исследовать функцию на экстремум, построить эскиз графика функции:

1) $z = x^2 + y^2 - 2y + 1$ 2) $z = 3x^2 + 4y^2 - 4x + 12y + 15$ 3) $z = -x^2 - 4y^2 + 4x - 8y + 10$

Задание 2. Исследовать функцию на экстремум:

1) $z = x \cdot \sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$ 2) $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ 3) $z = x^3 + xy^2 + 6xy$

4) $z = 3 \ln \frac{x}{6} + 2 \ln y + \ln(12 - x - y)$ 5) $z = 2x^2 + y^4 + 6x$ 6) $z = x^4 + y^4 - x^2 - y^2 - 2xy$

7) $u = 10 - x^2 - y^2 - z^2 - 2x - 4y + 6z$ 8) $u = x^4 + 3y^2 + 4z^2 - 256x + 12y + 4z$

9) $u = x^3 + y^2 + z^2 + 12xy + 2z$

Индивидуальное задание

Вариант 1

1. Исследовать функцию $z = x^2 + y^2 - 6x + 2y + 14$ на экстремум, построить эскиз графика функции.
2. Исследовать функцию $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ на экстремум.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-2 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3259-3267, 3271-3278.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 5, лекция 5.3).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций поиска экстремума фнп. При исследовании функции двух переменных в спорных случаях следует применять достаточное условие экстремума функции n переменных.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Точка минимума (максимума) функции.
2. Необходимое условие экстремума фнп.
3. Стационарная точка.
4. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
5. Достаточное условие экстремума фнп.

Практическое занятие № 28. Градиент скалярного поля и производная по направлению вектора

Цель работы: научиться исследовать скалярное поле, находить производную функции по направлению вектора.

Задание:

Задание 1. Построить линии уровня функции:

1) $z = 2x - y$ 2) $z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14$ 3) $z = x^2 - y + 4$ 4) $z = \frac{y-2}{x}$

Задание 2. Найти градиент скалярного поля u в точке M_0 :

1) $u = x^3 + 3y^2 - xy + y + 5$, $M_0(1;2)$ 2) $u = \frac{x^3 - 4y}{x^4 + y}$, $M_0(-1;3)$

3) $u = x^3 - 2y^3 + xz^2 - xyz + 2xy + 5$, $M_0(1;0;4)$

Задание 3. Найти производную функции в точке M_0 по направлению вектора \vec{a} , сделать вывод о характере изменения функции вдоль вектора:

1) $z = x^4 y^5 + y^2 - 5y + 2$, $M_0(1;-1)$, $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

2) $z = \sqrt{x^2 - y^2}$, $M_0(3;1)$, $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$

3) $u = \frac{y}{\sqrt[3]{z}} + \frac{z}{x}$, $M_0(1;-2;8)$, $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$

Индивидуальное задание

Вариант 1

Дана функция $z = x^2 + y^2 - 10x + 4y + 6$.

- 1) Найдите градиент функции в точке $M(1; 2)$. Укажите скорость наибольшего возрастания и убывания функции
- 2) Выясните, возрастает или убывает функция в точке $M(1; 2)$ по направлению вектора $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$. Укажите скорость изменения функции
- 3) Постройте линии уровня функции и поясните результаты в пунктах 1 и 2.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3439-3444, 3451-3456.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 5, лекция 5.4).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций изменения скалярного поля и функции.
3. При построении линий уровня указывать значение уровня и направление изменения уровня (значений функции).

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 4, 8, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Скалярное поле.
2. Линии уровня функции.
3. Градиент скалярного поля.
4. Смысл градиента.

5. Производная функции по направлению вектора.
6. Смысл производной по направлению вектора?

Практическое занятие № 29. Вычисление двойного интеграла

Цель работы: научиться вычислять двойной интеграл.

Задание:

Задание 1. Вычислить двойной интеграл:

1) $\iint_D xy^2 dx dy$, D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

2) $\iint_D (x - 4y) dx dy$, D ограничена линиями: $y = \frac{x}{2}$, $y = 2$, $x = 0$.

3) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, D ограничена линиями: $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $x = 2$.

4) $\iint_D (2x - y + 1) dx dy$, D ограничена линиями: $y = x$, $y = 2x$, $x = 2$.

5) $\iint_D \frac{y^3}{x^2 + y^2} dx dy$, D ограничена линиями: $y = x$, $y = 2$, $y = 4$, $x = 0$.

Задание 2. Найти массу плоской пластинки, занимающей область D , с переменной плотностью $\rho = \rho(x, y)$.

1) $\rho = x^4 y$, D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

2) $\rho = x^2 + y^2$, D ограничена линиями: $y = x^2 - 1$, $y = 3$.

Индивидуальное задание 1

Вариант 1

Вычислить двойной интеграл:

$\iint_D (4x - y + 5) dx dy$, D ограничена линиями: $y = 2x - 1$, $y = -3$, $x = 4$.

Индивидуальное задание 2

Вариант 1

1. Вычислить двойной интеграл:

$\iint_D \left(\frac{4}{5} xy + \frac{9}{11} x^2 y^2 \right) dx dy$, D ограничена линиями: $y = x^3$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$.

2. Найти массу плоской пластинки, занимающей область D , с переменной плотностью $\rho = 7x + 3y^2$, D ограничена линиями: $y^2 = 8x$, $y = 0$, $x = \frac{1}{2}$.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задание 1 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание 1 в тетради – выполняется в парах.
3. Выполнить задание 2 вместе с преподавателем.
4. Выполнить индивидуальное задание 2 в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3477-3484, 3506-3510.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Кратные интегралы. Задачи 2, 3, 6, 8.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 6, лекция 6.1).
2. Индивидуальное задание 1 выполняется двумя обучающимися разными способами, ответы должны совпасть.
3. Чертеж обязателен, должны быть указаны характерные точки и уравнения линий.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение двойного интеграла.
2. Повторные интегралы.
3. Правило расстановки границ в повторном интеграле.
4. Правила вычисления повторного интеграла.
5. Геометрический смысл двойного интеграла.
6. Физический смысл двойного интеграла.

Практическое занятие № 30. Вычисление тройного интеграла

Цель работы: научиться вычислять тройной интеграл.

Задание:

Задание 1. Вычислить тройной интеграл:

1) $\iiint_T (z-x) dx dy dz, T : x=2, x=5, y=1, y=4, z=1, z=xy$

2) $\iiint_T x dx dy dz, T : x=0, x=3, y=0, z=0, y=\sqrt{4-z}$

3) $\iiint_T (1-x)yz dx dy dz, T : x=0, y=0, z=0, z=1-x-y$

Задание 2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

1) $y=4, y=x^2, z=4+x+y$

2) $x=1, y=x, y=2x, z=x^2+2y^2, z=x^2+y^2$

3) $x=2y^2, x+2y+z=4, y=0, z=0$

Задание 3. Найти массу тела, занимающей область T , с переменной плотностью $\rho=\rho(x,y,z)$.

1) $\rho = xyz, T$ ограничена поверхностями: $y=3x, y=3, x=0, z=4-x, z=2$.

2) $\rho = z, T$ ограничена поверхностями: $y=x^2, y=0, x=1, z=xy^3, z=0$.

Индивидуальное задание 1

Вариант 1

Координаты центра тяжести тела вычисляются по формулам:

$$x = \frac{1}{M} \iiint_T x \cdot \rho dx dy dz \quad y = \frac{1}{M} \iiint_T y \cdot \rho dx dy dz \quad z = \frac{1}{M} \iiint_T z \cdot \rho dx dy dz$$

Найдите координаты центра тяжести тела с плотностью $\rho = x + 2yz$, ограниченного поверхностями $x=5, y=1, y=4x, z=0, z=4$.

Индивидуальное задание 2

Вариант 1

1. Вычислить тройной интеграл:

$$\iiint_T (3x + 4y) dx dy dz, \quad T : x = 1, \quad y = x, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad z = 5x^2 + 5y^2$$

2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $x = 2 - 5y^2, \quad x = -3, \quad z = 3x^2 + y^2 + 1, \quad z = 3x^2 + y^2 - 5$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание 1 в тетради – выполняется в малых группах.
3. Выполнить индивидуальное задание 2 в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3517-3524, 3559-3565.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Кратные интегралы. Задачи 4, 5, 10-12.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 6, лекция 6.1).
2. Индивидуальное задание 1 выполняется четырьмя обучающимися: первый находит массу тела, второй – координату x , третий – координату y , четвертый – координату z . Для контроля – центр тяжести выпуклого тела принадлежит телу.
3. Чертеж выполняется в системе трех и двух координат, должны быть указаны характерные точки и уравнения линий и поверхностей.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Определение тройного интеграла.
2. Повторный интеграл в случае трехмерной области.
3. Правило расстановки границ в повторном интеграле в случае трехмерной области.
4. Правила вычисления повторного интеграла.
5. Геометрический смысл тройного интеграла.
6. Физический смысл тройного интеграла.

Практическое занятие № 31. Замена переменных в двойных и тройных интегралах

Цель работы: научиться вычислять тройной интеграл с помощью замены переменной.

Задание:

Задание 1. Вычислить двойной интеграл, выполнив переход к полярным координатам:

1) $\iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}, \quad D$ ограничена линиями: $y = \sqrt{1 - x^2}, \quad y = 0$.

2) $\iint_D \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy, \quad D$ ограничена линиями: $x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9}, \quad x^2 + y^2 = \pi^2$.

3) $\iint_D y dx dy, \quad D$ ограничена линиями: $x^2 + y^2 + 2x = 0, \quad y = 0 \quad (y > 0)$.

Задание 2. Вычислить тройной интеграл, выполнив переход к цилиндрическим координатам:

1) $\iiint_T z \, dx \, dy \, dz$, $T : z = 2, z^2 = x^2 + y^2$

2) $\iiint_T xyz \, dx \, dy \, dz$, $T : x = 0, y = 0, z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (I октант)

3) $\iiint_T \frac{z \, dx \, dy \, dz}{1 + x^2 + y^2}$, $T : x = 1, x = 3, z = 0, x^2 + y^2 = 9$ ($z \geq 0$)

Задание 3

1) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x^2 + y^2 = 2y, x^2 + y^2 = 6y, y = x, y = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

2) Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = 4 - x^2 - y^2, 2z = 2 + x^2 + y^2$$

3) Найти массу тела, занимающей область T , с переменной плотностью

$$\rho = (x^2 + y^2)z, T \text{ ограничена поверхностями: } z = 5, z = 2 + x^2 + y^2.$$

Индивидуальное задание

Вариант 1

1. Найдите массу пластинки с плотностью $\rho = \frac{5y - x}{x^2 + y^2}$, ограниченной линиями

$$x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 36, (x \leq 0, y \geq 0).$$

2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = 2 - x^2 - y^2, z = -7$$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3587-3591.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Кратные интегралы. Задачи 7, 8, 11, 13, 14, 16.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 6, лекция 6.2).
2. Занятие проводится в форме обсуждения ситуаций: построение области, выполнение замены переменной, составление повторного интеграла, вычисление интеграла.
3. Чертеж выполняется в системе трех и двух координат, должны быть указаны характерные точки и уравнения линий и поверхностей.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Полярные координаты.
2. Цилиндрические координаты.
3. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.
4. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле.

Практическое занятие № 32. Вычисление криволинейного интеграла первого рода

Цель работы: научиться вычислять криволинейные интегралы первого рода.

Задание:

Задание 1. Вычислить интеграл:

1) $\int_{AB} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, AB – отрезок прямой, соединяющей точки $A(0;-2)$ и $B(4;0)$

2) $\int_{AB} x^2 dl$, AB – дуга кривой $y = \ln x$, соединяющей точки $A(1;0)$ и $B(2, \ln 2)$

3) $\int_C xy dl$, C – эллипс $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

4) $\int_C (4 \cdot \sqrt[3]{x} - 3 \cdot \sqrt{y}) dl$, C – астроида $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}}} + \frac{y^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}}} = 1$

5) $\int_{AB} xyz dl$, AB – дуга винтовой линии $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 3t$, $0 \leq t \leq 2\pi$

Задание 2. Найти массу дуги кривой C с переменной плотностью $\rho = \rho(x, y)$:

1) $\rho = y^2$, C – верхняя половина окружности $x^2 + y^2 = 4$

2) $\rho = xy$, C – дуга параболы $y = x^2$, $1 \leq x \leq 2$

3) $\rho = \sqrt{\frac{2y}{7}}$, C – дуга кривой $x = 12t$, $y = 6t^2$, $z = 4t^3$, $0 \leq t \leq 1$

Задание 3. Найти площадь части вертикальной поверхности, построенной на дуге C и ограниченной сверху поверхностью $z = f(x, y)$:

1) C – правая половина окружности $x^2 + y^2 = 25$, $z = x^2 + y^2 + 4xy$

2) C – ломаная ABK , $A(1;0)$, $B(2;5)$, $K(3;-2)$, $z = x^3 - 4y$

Индивидуальное задание

Вариант 1

1. Вычислить интеграл $\int_C (2x + xy - x^2) dl$, C – ломаная ABK , $A(-1;2)$, $B(2;0)$, $K(5;1)$.

2. Найти массу дуги кривой C с переменной плотностью $\rho = 3x - y$, C – часть окружности $x^2 + y^2 = 9$ в IV четверти.

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3770-3775, 3781-3782, 3784-3788.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 6, лекция 6.3).
2. Если кривая является окружностью, эллипсом, астроидой, то следует перейти к параметрическому заданию.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Дифференциал длины дуги.
2. Криволинейный интеграл первого рода.
3. Геометрический смысл криволинейного интеграла первого рода.
4. Физический смысл криволинейного интеграла первого рода.
5. Переход от криволинейного интеграла первого рода к определенному интегралу.

Практическое занятие № 33. Вычисление криволинейного интеграла второго рода

Цель работы: научиться вычислять криволинейные интегралы второго рода.

Задание:

Задание 1. Вычислить интеграл:

- 1) $\int_{AB} y dx - x dy$, АВ – дуга параболы $y = x^2$, А(0; 0) и В(2; 4)
- 2) $\int_{AB} 2xy dx + x^3 dy$, АВ – отрезок прямой, А(0; 5) и В(1; -3)
- 3) $\int_{AB} (x^2 + y) dx + (y - x) dy$, АВ – дуга кривой $y = x^3$, А(-1; -1) и В(1; 1)
- 4) $\int_{ABC} (y + 2) dx + x y dy$, АВ: $y = x^2 + 3$, $0 \leq x \leq 1$, ВС: $y = \frac{4}{x}$, $1 \leq x \leq 4$
- 5) $\int_{AB} y dx + (x + y) dy$, АВ – дуга окружности $x^2 + y^2 = 9$ во II четверти, А(0; 3) и В(-3; 0)

Задание 2. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру, применив формулу Грина:

- 1) $\oint_{C^+} x^4 y dx - 3y^3 dy$, С: $x + y = 4$, $y = x$, $x = 4$
- 2) $\oint_{C^+} y^2 dx + 4xy dy$, С: $y = -x^3$, $y = -1$, $x = -1$
- 3) $\oint_{C^+} (x - y) dx + 2dy$, С: $x = y^2 - 3$, $y = x + 1$

Задание 3. Найти работу силы по перемещению материальной точки вдоль дуги С под действием силы $\vec{F} = P \cdot \vec{i} + Q \cdot \vec{j}$:

- 1) С: $y = 4 - x^3$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $\vec{F} = x \cdot \vec{i} + 2xy \cdot \vec{j}$
- 2) С: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, IV четверть от точки А(3; 0) до точки В(0; -3), $\vec{F} = (3x - y) \cdot \vec{i} + x \cdot \vec{j}$
- 3) С: $y = x^2$, $y = 1$, $y = 2$, $x = 0$ положительное направление обхода, $\vec{F} = \frac{x}{y^3} \cdot \vec{i} + x^2 \cdot \vec{j}$.

Индивидуальное задание 1

Вариант 1

Вычислить интеграл по замкнутому контуру двумя способами: обход контура и формула Грина: $\oint_{C^+} (5xy - 4y) dx + (4y - 2x) dy$, С=АВ+ВА, АВ: $y = x^2 - 2$, ВА: $y = 7 - x^2$.

Индивидуальное задание 2

Вариант 1

1. Найти работу силы по перемещению материальной точки под действием силы $\vec{F} = x^2 \cdot \vec{i} + (2x + y^2) \cdot \vec{j}$ вдоль отрезка прямой от точки А(5; -4) до точки В(0; 1).

2. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру, применив формулу Грина $\oint_{C^+} (3x^2 - y)dx + (y^2 + 2x)dy$, $C: x = y^2 + 5, x = 9$

Порядок выполнения:

1. Выполнить задания 1-3 вместе с преподавателем.
2. Выполнить индивидуальное задание 1 в тетради – выполняется в малых группах.
3. Выполнить индивидуальное задание 2 в тетради.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. №№ 3806-3817, 3781-3782, 3784-3788.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Векторный анализ. Задача 10.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 6, лекция 6.4).
2. Если кривая является окружностью, эллипсом, то следует перейти к параметрическому заданию.
3. Индивидуальное задание 1 выполняется в малых группах по три человека: первый обучающийся вычисляет интеграл по контуру АВ, второй – по контуру ВА, третий – с помощью формулы Грина. Контроль: $\int_{AB} + \int_{BA} = \oint_{C^+}$.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература -№ 3, 5, 7, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Криволинейный интеграл второго рода по координате x.
2. Криволинейный интеграл второго рода по координате y.
3. Криволинейный интеграл второго рода.
4. Геометрический смысл криволинейного интеграла второго рода.
5. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
6. Переход от криволинейного интеграла второго рода к определенному интегралу.
7. Формула Грина.

9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы

Контрольная работа представляет собой способ проверки знаний студента, его умений и предполагает самостоятельное выполнение практических заданий. Подготовка к контрольной работе состоит в ответственном выполнении всех домашних заданий по дисциплине и самостоятельной проработке основной и дополнительной литературы.

Целью контрольной работы является приобретение навыков самостоятельной работы с литературой, закрепление умений решать типовые задачи, формирование навыков оценки результатов собственной деятельности.

Выполнение контрольной работы включает в себя:

- анализ поставленных задач и выбор методов их решения;
- реализацию решения поставленных задач;
- проверку и анализ полученных результатов;
- оформление отчета.

Отчет по контрольной работе оформляется в рукописном виде и должен содержать:

- титульный лист;

- формулировку заданий;
- описание их решений;
- полученные результаты;
- выводы.

Отчет должен быть выполнен аккуратно, без помарок и исправлений.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. ОС Windows 7 Professional.
2. Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level.
3. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.
4. Adobe Reader.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

| <i>Вид занятия</i> | <i>Наименование аудитории</i> | <i>Перечень основного оборудования</i> | <i>№ ПЗ</i> |
|--------------------|-------------------------------|---|-------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Лк | Лекционная аудитория | - | - |
| ПЗ | Лекционная аудитория | - | 1-33 |
| кр | Читальный зал №1 | Оборудование 10-ПК i5-2500/Н67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D | - |
| СР | Читальный зал №1 | Оборудование 10-ПК i5-2500/Н67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D | - |

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

| № компетенции | Элемент компетенции | Раздел | Тема | ФОС |
|---|--|---|---|---|
| ОК-7 | Способность к самоорганизации и самообразованию. | 1. Введение в математический анализ | 1.1. Числовые последовательности. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 1.2. Функция, основные понятия. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 1.4. Непрерывность функции. | Экзаменационные вопросы |
| | | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | 2.1. Производная функции. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 2.2. Дифференцируемость функции. | Экзаменационные вопросы |
| | | 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | 3.1. Неопределенный интеграл. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 3.6. Определенный интеграл Римана. | Экзаменационные вопросы |
| | | 4. Ряды | 4.1. Числовые ряды. Сходимость числового ряда. | Экзаменационные вопросы |
| | | 5. Функции нескольких переменных | 5.1. Понятие функции n переменных. Предел и непрерывность функции n переменных. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 5.2. Частные производные. | Экзаменационные вопросы |
| | | 6. Кратные и криволинейные интегралы | 6.1. Двойной и тройной интегралы. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 6.3. Криволинейные интегралы первого рода. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 6.4. Криволинейные интегралы второго рода. | Экзаменационные вопросы |
| | | ОПК-1 | Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой. | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной |
| 2.5. Приложение дифференциального исчисления к исследованию функции и построению графика. | Экзаменационные вопросы | | | |
| 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | 3.6. Определенный интеграл Римана. | | | Экзаменационные вопросы |
| | 3.7. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. | | | Экзаменационные вопросы |

| | | | | | | |
|---|---|---------------------------------------|---|---|-----------------------------------|-------------------------|
| | | 4.Ряды | 4.5. Ряды Тейлора и Маклорена. | Экзаменационные вопросы | | |
| | | | 4.6. Ряд Фурье. | Экзаменационные вопросы | | |
| | | | 5. Функции нескольких переменных | 5.2. Частные производные. | Экзаменационные вопросы | |
| | | 5.4. Элементы теории скалярного поля. | | Экзаменационные вопросы | | |
| | | 6.Кратные и криволинейные интегралы | 6.1. Двойной и тройной интегралы. | Экзаменационные вопросы | | |
| | | | 6.3. Криволинейные интегралы первого рода. | Экзаменационные вопросы | | |
| | | | 6.4. Криволинейные интегралы второго рода. | Экзаменационные вопросы | | |
| | | ПК-2 | Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат | 1. Введение в математический анализ | 1.1. Числовые последовательности. | Экзаменационные вопросы |
| | | | | | 1.3. Предел функции. | Экзаменационные вопросы |
| | | | | | 1.4. Непрерывность функции. | Экзаменационные вопросы |
| | | | | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | 2.1. Производная функции. | Экзаменационные вопросы |
| | | | | | 2.2. Дифференцируемость функции. | Экзаменационные вопросы |
| 2.3. Дифференциалы функции. Формула Тейлора. | Экзаменационные вопросы | | | | | |
| 2.4. Основные теоремы дифференциального исчисления. | Экзаменационные вопросы | | | | | |
| 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | 3.1. Неопределенный интеграл. | | | Экзаменационные вопросы | | |
| | 3.2. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. | | | Экзаменационные вопросы | | |
| | 3.3. Интегрирование рациональных дробей. | | | Экзаменационные вопросы | | |
| | 3.4. Интегрирование тригонометрических выражений. | | | Экзаменационные вопросы | | |
| | 3.5. Интегрирование иррациональных выражений. | | | Экзаменационные вопросы | | |
| | 3.6. Определенный интеграл Римана. | | | Экзаменационные вопросы | | |
| | 3.8. Несобственные интегралы первого и второго рода. | | | Экзаменационные вопросы | | |

| | | | | |
|--|--|--------------------------------------|--|-------------------------|
| | | 4.Ряды | 4.1. Числовые ряды. Сходимость числового ряда. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 4.2. Ряды с положительными членами. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 4.3. Знакопеременные ряды. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 4.4. Функциональные ряды. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 4.5. Ряды Тейлора и Маклорена. | Экзаменационные вопросы |
| | | 5. Функции нескольких переменных | 5.2. Частные производные. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 5.3. Экстремум функции n переменных. | Экзаменационные вопросы |
| | | 6. Кратные и криволинейные интегралы | 6.1. Двойной и тройной интегралы. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 6.2. Замена переменных в кратных интегралах. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 6.3. Криволинейные интегралы первого рода. | Экзаменационные вопросы |
| | | | 6.4. Криволинейные интегралы второго рода. | Экзаменационные вопросы |

2. Экзаменационные вопросы

| № п/п | Компетенции | | ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ 1 семестр | № и наименование раздела |
|-------|-------------|--|--|---|
| | Код | Определение | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1. | ОК-7 | Способность к самоорганизации и самообразованию. | 1. Числовые последовательности, арифметические действия над последовательностями. | 1. Введение в математический анализ |
| | | | 2. Понятие функции. | |
| | | | 3. Непрерывность функции в точке и на множестве (различные определения). | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной |
| | | | 4. Производная функции, геометрический и физический смысл. | |
| | | | 5. Формула для приращения функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. | |
| | | | 6. Первообразная и неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. | |
| | | | 7. Определение определенного интеграла Римана. | |
| | | | 8. Интегрируемость функции по Риману. Классы интегрируемых функций. | |
| 2. | ОПК-1 | Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, | 1. Задача о нахождении уравнения касательной к кривой. | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной |
| | | | 2. Задача о вычислении скорости движения точки. | |
| | | | 3. Монотонность функции. Условие монотонности функции. | |

| | | | | |
|----|------|--|---|---|
| | | <p>концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> | <p>4. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума (критические точки первого рода).</p> <p>5. Достаточное условие экстремума.</p> <p>6. Выпуклость и вогнутость функции, геометрический смысл, связь с касательной.</p> <p>7. Условия выпуклости и вогнутости функции.</p> <p>8. Точки перегиба графика функции. Условия точки перегиба.</p> <p>9. Площадь криволинейной трапеции.</p> | <p>3. Интегральное исчисление функции одной переменной</p> |
| 3. | ПК-2 | <p>Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p> | <p>1. Ограниченные и неограниченные последовательности.</p> <p>2. Предел последовательности (различные случаи).</p> <p>3. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности.</p> <p>4. Лемма о вложенных отрезках.</p> <p>5. Подпоследовательности. Частичный предел последовательности.</p> <p>6. Предел функции (различные случаи).</p> <p>7. Свойства предела функции.</p> <p>8. Первый замечательный предел.</p> <p>9. Второй замечательный предел.</p> <p>10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.</p> <p>11. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.</p> <p>12. Эквивалентность бесконечно малых функций. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.</p> <p>13. Главная часть бесконечно малой (бесконечно большой функции).</p> <p>14. Точки разрыва функции.</p> <p>15. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши.</p> <p>16. Теорема о непрерывности обратной функции.</p> <p>17. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.</p> <p>18. Правила вычисления производной.</p> <p>19. Односторонние производные.</p> <p>20. Бесконечные производные.</p> <p>21. Дифференциал функции, геометрический смысл.</p> <p>22. Производные и дифференциалы старших порядков.</p> <p>23. Формула Тейлора.</p> <p>24. Теорема Ферма.</p> <p>25. Теорема Ролля.</p> <p>26. Теорема Лагранжа.</p> <p>27. Формула конечных приращений.</p> <p>28. Теорема Коши.</p> | <p>1. Введение в математический анализ</p> <p>2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</p> |

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| | | | 29. Свойства неопределенного интеграла. | 3. Интегральное исчисление функции одной переменной |
| | | | 30. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. | |
| | | | 31. Интегрирование простейших рациональных дробей. | |
| | | | 32. Интегрирование рациональной дроби путем разложения на простейшие дроби. | |
| | | | 33. Интегрирование тригонометрических выражений. | |
| | | | 34. Универсальная тригонометрическая подстановка. | |
| | | | 35. Интегрирование иррациональных выражений, примеры подстановок. | |
| | | | 36. Свойства определенного интеграла (отрезок интегрирования, оценка интеграла). | |
| | | | 37. Свойства определенного интеграла (теорема о среднем значении, интеграл с переменным пределом). | |
| | | | 38. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. | |

| № п/п | Компетенции | | ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ 2 семестр | № и наименование раздела |
|-------|-------------|--|---|---|
| | Код | Определение | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1. | ОК-7 | Способность к самоорганизации и самообразованию. | 1. Числовые ряды, сходимость ряда, сумма ряда. | 4. Ряды |
| | | | 2. Действия над рядами. | |
| | | | 3. Понятие функции нескольких переменных. | 5. Функции нескольких переменных |
| | | | 4. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. | |
| | | | 5. Частные производные. | |
| | | | 6. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл. | 6. Кратные и криволинейные интегралы |
| | | | 7. Определение тройного интеграла, геометрический и физический смысл. | |
| | | | 8. Определение криволинейного интеграла первого рода. | |
| | | | 9. Определение криволинейного интеграла второго рода. | |
| 2. | ОПК-1 | Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой | 1. Площадь плоской фигуры. | 3. Интегральное исчисление функции одной переменной |
| | | | 2. Объем тела вращения. | |
| | | | 3. Длина дуги кривой. | |
| | | | 4. Физические приложения определенного интеграла. | 4. Ряды |
| | | | 5. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена. | |
| | | | 6. Ряд Фурье для произвольной функции. | |
| | | | 7. Сходимость и сумма ряда Фурье. | |
| | | | 8. Ряд Фурье для четной и нечетной функции. | |

| | | | | | |
|----|------|---|--|---|-----------------------------------|
| | | | 9. Уравнение касательной плоскости. | 5. Функции нескольких переменных | |
| | | | 10. Градиент скалярного поля, смысл градиента. | | |
| | | | 11. Производная функции по направлению вектора. | 6. Кратные и криволинейные интегралы | |
| | | | 12. Вычисление площади плоской фигуры с помощью двойного интеграла. | | |
| | | | 13. Вычисление массы плоской пластинки с переменной плотностью с помощью двойного интеграла. | | |
| | | | 14. Вычисление объема вертикального криволинейного цилиндра с помощью двойного интеграла. | | |
| | | | 15. Вычисление объема произвольного трехмерного тела с помощью тройного интеграла. | | |
| | | | 16. Вычисление массы трехмерного тела с переменной плотностью с помощью тройного интеграла. | | |
| | | | 17. Геометрические и физические приложения криволинейных интегралов. | | |
| 3. | ПК-2 | Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат | 1. Несобственные интегралы первого рода. | 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | |
| | | | 2. Несобственные интегралы второго рода. | | |
| | | | 3. Необходимое условие сходимости ряда. | 4. Ряды | |
| | | | 4. Сходимость арифметического и геометрического ряда. | | |
| | | | 5. Интегральный признак Маклорена-Коши. | | |
| | | | 6. Сходимость гармонического ряда. | | |
| | | | 7. Признаки сравнения. | | |
| | | | 8. Признак Даламбера. | | |
| | | | 9. Корневой признак Коши. | | |
| | | | 10. Знакопеременные ряды. Теорема об абсолютной сходимости. | | |
| | | | 11. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. | | |
| | | | 12. Функциональные ряды, область сходимости. | | |
| | | | 13. Степенные ряды. Свойства степенных рядов. | | |
| | | | 14. Ряды Тейлора и Маклорена. | | |
| | | | 15. Частные производные старших порядков. Теорема о смешанных производных. | | 5. Функции нескольких переменных. |
| | | | 16. Дифференциалы функции нескольких переменных. | | |
| | | | 17. Экстремум функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума. | | |
| | | | 18. Достаточное условие экстремума функции двух переменных. | | |
| | | | 19. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных. | | |

| | | | |
|--|--|--|--------------------------------------|
| | | 20.Свойства линейности и аддитивности кратных интегралов. | 6. Кратные и криволинейные интегралы |
| | | 21.Теорема об оценке кратных интегралов и теорема о среднем значении функции двух и трех переменных в области. | |
| | | 22.Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному. | |
| | | 23.Вычисление тройного интеграла путем сведения его к повторному. | |
| | | 24.Замена переменных в двойном интеграле. | |
| | | 25.Замена переменных в тройном интеграле. | |
| | | 26.Вычисление криволинейного интеграла первого рода путем сведения его к определенному интегралу Римана. | |
| | | 27.Вычисление криволинейного интеграла второго рода путем сведения его к определенному интегралу Римана. | |
| | | 28.Вычисление криволинейного интеграла второго рода путем сведения его к двойному интегралу. | |

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

| Показатели | Оценка | Критерии |
|--|----------------|--|
| <p>Знать ОК-7 - виды и специфику источников достоверной математической информации (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи); ОПК-1 - основы математики, естественных наук, информатики для построения методов решения различных математических задач; ПК-2 - понятия и базовые определения, проблемы математического анализа.</p> | Отлично | Обучающийся демонстрирует полное или с некоторыми допустимыми неточностями знание основного учебно-программного материала. Знает различные источники получения информации и умеет грамотно их использовать. Свободно и уверенно оперирует основными математическими понятиями и базовыми математического анализа. Знает все основные методы решения, предусмотренные учебной программой, знает типичные ошибки и возможные сложности при решении той или иной проблемы и способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи. Демонстрирует на высоком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. |
| <p>Уметь ОК-7 - использовать различные источники информации в своей работе; ОПК-1 - выбирать способы решения задач прикладной математики; ПК-2 - применять аппарат матема-</p> | | Хорошо |

| | | |
|--|-----------------------------------|--|
| <p>тического анализа для формализации и решения задач.</p> <p>Владеть ОК-7 - навыками обработки информации с целью получения новых знаний; ОПК-1 - навыками решения задач с использованием понятий математического анализа; ПК-2 - навыками дифференцирования и интегрирования функций.</p> | <p>Удовлетворительно</p> | <p>Демонстрирует на низком уровне способность применять теоретические знания к конкретному фактическому материалу. Часто затрудняется в поиске нужной информации. В отдельных случаях способен правильно решать только типичные, наиболее часто встречающиеся проблемы, задачи в конкретной области. Демонстрирует на низком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений.</p> |
| | <p>Неудовлетворительно</p> | <p>Не способен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.</p> |

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Математический анализ направлена на ознакомление с задачами и проблемами дифференциального и интегрального исчисления функции; на получение теоретических знаний и практических навыков применения методов решения различных математических задач для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины Математический анализ предусматривает:

- лекции;
- практические занятия;
- контрольную работу;
- самостоятельную работу студента в объемах часов, соответствующих учебному плану направления.

Для фиксирования успешности обучения предусматривается экзамен.

В ходе освоения раздела 1 «Введение в математический анализ» студенты должны уяснить такие фундаментальные понятия, как предел числовой последовательности и функции и непрерывность функции, освоить способы вычисления пределов и исследования непрерывности функции.

В ходе освоения раздела 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» студенты осваивают понятие производной функции одной переменной, правила вычисления производных и дифференциалов и приложения производных к решению задач.

В ходе освоения раздела 3 «Интегральное исчисление функции одной переменной» студенты осваивают понятие неопределенного и определенного интеграла, различные способы вычисления интегралов, приложения интегралов к решению геометрических и физических задач.

В ходе освоения раздела 4 «Ряды» студенты осваивают понятие числового и функционального рядов, способы исследования сходимости рядов, приложения рядов к решению математических задач.

В ходе освоения раздела 5 «Функции нескольких переменных» студенты осваивают понятие функции двух и более переменных, вычисление частных производных и их приложения к решению задач.

В ходе освоения раздела 6 «Кратные и криволинейные интегралы» студенты осваивают понятия двойных и тройных интегралов, правила вычисления и приложения кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.

Студентам необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для разработки и реализации профессионально ориентированных проектов в последующей учебной деятельности.

В процессе изучения дисциплины рекомендуется на первом этапе обратить внимание

на специфику математических текстов и умение выбирать методы решения различных задач.

Овладение ключевыми понятиями является основой усвоения учебного материала по дисциплине.

При подготовке к экзамену особое внимание необходимо уделить рекомендациям и замечаниям преподавателей, ведущих аудиторские занятия по дисциплине.

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков применения различных методов решения стандартных математических ситуаций.

Самостоятельную работу необходимо начинать с чтения лекций и учебников.

В процессе консультации с преподавателем обучающийся выясняет наличие пробелов в знаниях и способах решения разных ситуаций.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в Интернете.

Предусмотрено проведение аудиторских занятий в виде тренингов и ситуаций общения в сочетании с внеаудиторной работой.

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

Математический анализ

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является: знакомство обучающихся с местом и ролью математики в современном мире, мировой культуре и истории; формирование личности обучающихся, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению.

Задачей изучения дисциплины является: на примерах математических понятий и методов продемонстрировать обучающимся действие законов материального мира, сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в научно-техническом прогрессе; создать фундамент математического образования, необходимый для развития общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций и для изучения последующих дисциплин.

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк.-70 час., ПЗ-87 час., СР-86 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 324 часа, 9 зачетных единиц

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Введение в математический анализ.
2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.
3. Интегральное исчисление функции одной переменной.
4. Ряды.
5. Функции нескольких переменных.
6. Кратные и криволинейные интегралы.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОК-7 – Способность к самоорганизации и самообразованию.

ОПК-1 – Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ПК-2 – Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

4. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

*Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20__-20__ учебный год*

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

Протокол заседания кафедры № ____ от «__» _____ 20 ____ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

(Ф.И.О.)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

| № компетенции | Элемент компетенции | Раздел | Тема | ФОС |
|---|--|---|---|---|
| ОК-7 | Способность к самоорганизации и самообразованию. | 1. Введение в математический анализ | 1.1. Числовые последовательности. | Индивидуальное задание Собеседование |
| | | | 1.2. Функция, основные понятия. | Индивидуальное задание |
| | | | 1.4. Непрерывность функции. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | 2.1. Производная функции. | Контрольная работа Собеседование |
| | | | 2.2. Дифференцируемость функции. | Собеседование |
| | | 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | 3.1. Неопределенный интеграл. | Собеседование |
| | | | 3.6. Определенный интеграл Римана. | Контрольная работа |
| | | 4. Ряды | 4.1. Числовые ряды. Сходимость числового ряда. | Контрольная работа |
| | | 5. Функции нескольких переменных | 5.1. Понятие функции n переменных. Предел и непрерывность функции n переменных. | Собеседование Индивидуальное задание |
| | | | 5.2. Частные производные. | Собеседование |
| | | 6. Кратные и криволинейные интегралы | 6.1. Двойной и тройной интегралы. | Собеседование |
| | | | 6.3. Криволинейные интегралы первого рода. | Собеседование |
| | | | 6.4. Криволинейные интегралы второго рода. | Собеседование |
| | | ОПК-1 | Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, свя- | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной |
| 2.5. Приложение дифференциального исчисления к исследованию функции и построению графика. | Индивидуальное задание Контрольная работа | | | |

| | | | | |
|------|---|---|--|--|
| | | 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | 3.6. Определенный интеграл Римана. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | | 3.7. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | 4.Ряды | 4.5. Ряды Тейлора и Маклорена. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | | 4.6. Ряд Фурье. | Индивидуальное задание Собеседование |
| | | 5. Функции нескольких переменных | 5.2. Частные производные. | Индивидуальное задание |
| | | | 5.4. Элементы теории скалярного поля. | Индивидуальное задание |
| | | 6.Кратные и криволинейные интегралы | 6.1. Двойной и тройной интегралы. | Индивидуальное задание |
| | | | 6.3. Криволинейные интегралы первого рода. | Индивидуальное задание |
| | | | 6.4. Криволинейные интегралы второго рода. | Индивидуальное задание |
| ПК-2 | Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат | 1. Введение в математический анализ | 1.1. Числовые последовательности. | Индивидуальное задание |
| | | | 1.3. Предел функции. | Контрольная работа Индивидуальное задание |
| | | | 1.4. Непрерывность функции. | Контрольная работа Индивидуальное задание |
| | | 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | 2.1. Производная функции. | Контрольная работа Индивидуальное задание |
| | | | 2.2. Дифференцируемость функции. | Собеседование |
| | | | 2.3. Дифференциалы функции. Формула Тейлора. | Индивидуальное задание |
| | | | 2.4. Основные теоремы дифференциального исчисления. | Собеседование |
| | | 3. Интегральное исчисление функции одной переменной | 3.1. Неопределенный интеграл. | Индивидуальное задание |
| | | | 3.2. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. | Индивидуальное задание |

| | | | | | |
|--|-------------------------------------|--|--|--|--|
| | | | 3.3. Интегрирование рациональных дробей. | Индивидуальное задание | |
| | | | 3.4. Интегрирование тригонометрических выражений. | Индивидуальное задание | |
| | | | 3.5. Интегрирование иррациональных выражений. | Индивидуальное задание | |
| | | | 3.6. Определенный интеграл Римана. | Индивидуальное задание Контрольная работа | |
| | | | 3.8. Несобственные интегралы первого и второго рода. | Индивидуальное задание | |
| | 4.Ряды | | | 4.1. Числовые ряды. Сходимость числового ряда. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | | | 4.2. Ряды с положительными членами. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | | | 4.3. Знакопеременные ряды. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | | | 4.4. Функциональные ряды. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | | | | 4.5. Ряды Тейлора и Маклорена. | Индивидуальное задание Контрольная работа |
| | 5.Функции нескольких переменных | | | 5.2. Частные производные. | Индивидуальное задание |
| | | | | 5.3. Экстремум функции n переменных. | Индивидуальное задание |
| | 6.Кратные и криволинейные интегралы | | | 6.1. Двойной и тройной интегралы. | Индивидуальное задание |
| | | | | 6.2. Замена переменных в кратных интегралах. | Индивидуальное задание |
| | | | | 6.3. Криволинейные интегралы первого рода. | Индивидуальное задание |
| | | | | 6.4. Криволинейные интегралы второго рода. | Индивидуальное задание |

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

| Показатели | Оценка | Критерии |
|---|---------|--|
| Знать ОК-7 - виды и специфику источников достоверной математической информации (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные | Зачтено | Оценка «Зачтено» выставляется, если обучающийся: - демонстрирует полное или с некоторыми допустимыми неточностями знание основного учебно-программного материала; - знает источники информации и умеет на удовлетворительном уровне использовать |

| | | |
|--|--------------------------|--|
| <p>статьи); ОПК-1 - основы математики, естественных наук, информатики для построения методов решения различных математических задач; ПК-2 - понятия и базовые определения, проблемы математического анализа.</p> <p>Уметь ОК-7 - использовать различные источники информации в своей работе; ОПК-1 - выбирать способы решения задач прикладной математики; ПК-2 - применять аппарат математического анализа для формализации и решения задач.</p> <p>Владеть ОК-7 - навыками обработки информации с целью получения новых знаний; ОПК-1 - навыками решения задач с использованием понятий математического анализа; ПК-2 - навыками дифференцирования и интегрирования функций.</p> | | <p>их для получения новых знаний; - свободно и уверенно оперирует основными математическими понятиями и базовыми определениями математического анализа; - знает все основные методы решения, предусмотренные учебной программой; - способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи; - демонстрирует удовлетворительные навыки решения задач, направленных на использование методов математического анализа; - демонстрирует верное или с несущественными ошибками выполнение практических заданий по всем разделам учебной дисциплины; - демонстрирует на удовлетворительном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений.</p> |
| | <p>Не зачтено</p> | <p>Оценка «Не зачтено» выставляется обучающемуся: - у обучающегося обнаруживаются значительные пробелы в знании основного учебно-программного материала; - обучающийся не умеет использовать источники информации; - обучающийся не демонстрирует удовлетворительных навыков решения задач, направленных на знание понятий и использование методов математического анализа; - обучающийся допускает грубые ошибки при выполнении практических заданий по хотя бы по одному из разделов учебной дисциплины; - обучающийся не владеет на удовлетворительном уровне навыками выполнения расчетов и вычислений.</p> |

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от «12» марта 2015г. № 228;

для набора 2017 года: учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «06» марта 2017г. № 125;

для набора 2018 года: учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018г. № 130.

Программу составил:

О.С. Кочмарская, старший преподаватель _____

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры МиФ

от «21» ноября 2018 г., протокол № 3

И. о. заведующего кафедрой МиФ _____ О.И. Медведева

СОГЛАСОВАНО:

И. о. заведующего выпускающей кафедрой _____ О.И. Медведева

Директор библиотеки _____ Т.Ф. Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ЕН факультета

от «20 » декабря 2018 г., протокол № 4

Председатель методической комиссии факультета _____ М.А. Варданян

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
учебно-методического управления _____ Г.П. Нежевец

Регистрационный № _____