

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики и физики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

_____ Е.И. Луковникова

« _____ » декабря 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Б1.Б.13

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

01.03.02 Прикладная математика и информатика

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Инженерия программного обеспечения

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	4
3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ	5
3.1 Распределение объёма дисциплины по формам обучения.....	5
3.2 Распределение объёма дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости	5
4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	6
4.1 Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий	6
4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам	8
4.3 Лабораторные работы.....	11
4.4 Практические занятия.....	11
4.5 Контрольные мероприятия: контрольная работа.....	12
5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	15
6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	16
7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	16
8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	17
9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	17
9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ, практических работ	18
9.2. Методические указания по выполнению курсовой работы, контрольной работы	42
10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	41
11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	41
Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	42
Приложение 2. Аннотация рабочей программы дисциплины	52
Приложение 3. Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе	53
Приложение 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости по дисциплине.....	54

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к организационно-управленческой, научно-исследовательской видам профессиональной деятельности выпускника в соответствии с компетенциями, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика, как разделы современной математики, имеют важное методологическое значение в познавательной деятельности человека, предлагая образцы и методы изучения ситуаций, приемы выявления общих закономерностей и выдвижения гипотез.

Целью изучения дисциплины является знакомство обучающихся с вероятностными и статистическими понятиями и методами, приобретение навыков статистического моделирования в профессиональных ситуациях, развитие логического и алгоритмического мышления.

Обучение основным стохастическим методам обучающихся по направлению «Прикладная математика и информатика» преследует цель повышения уровня фундаментальной математической подготовки студентов, демонстрирует разные варианты осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников, способы представления ее в соответствующем виде.

Задачи дисциплины

Задачи дисциплины состоят в том, чтобы на примерах вероятностных понятий и статистических методов:

- продемонстрировать обучающимся связь случайного и закономерного;
- заложить представления о стохастическом моделировании;
- научить обрабатывать выборочные данные и делать выводы, выдвигать и проверять гипотезы, прогнозируя тем самым, развитие ситуаций;
- расширить математическую базу, необходимую для развития навыков исследовательской и организационно-управленческой деятельности и профессиональных компетенций, а также для изучения последующих дисциплин.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	знать: – аксиоматику теории вероятностей, основные свойства вероятностей; – закон больших чисел и принципы перехода от реального (выборки) к идеальному (генеральная совокупность); уметь: – использовать вероятностный и статистический подходы к оценке ситуации; – находить законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин; владеть: – основными аналитическими приемами решения вероятностных задач; – методиками перехода от частного выборочного случая к принципам и теориям.
ПК-1	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных	знать: – способы отбора данных; – методы анализа стохастических ситуаций и обработки данных;

	исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<ul style="list-style-type: none"> – процедуру выдвижения и проверки статистических гипотез; уметь: <ul style="list-style-type: none"> – находить законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин; – самостоятельно строить репрезентативные выборки; – выбирать способы обработки результатов; – выдвигать и проверять статистические гипотезы; – делать выводы о генеральной совокупности; владеть: <ul style="list-style-type: none"> – методиками проведения вероятностных и статистических расчетов; – способами обработки выборочных данных; – приемами построения практически значимых выводов из результатов, полученных по выборке.
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<ul style="list-style-type: none"> знать: <ul style="list-style-type: none"> – методологию вероятностных исследований; – закон больших чисел и принципы перехода от реального (выборки) к идеальному (генеральная совокупность); уметь: <ul style="list-style-type: none"> – использовать, вероятностный и статистический подходы к оценке ситуации; – выбирать программные средства для обработки результатов; – переводить стохастические ситуации в аналитические; владеть: <ul style="list-style-type: none"> – основными аналитическими приемами решения вероятностных задач; – методиками проведения вероятностных и статистических расчетов; – способами обработки выборочных данных; – приемами построения практически значимых выводов из результатов, полученных по выборке.
ПК-9	способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы	<ul style="list-style-type: none"> знать: <ul style="list-style-type: none"> – процедуры организации статистических исследований; – приемы перекрестного контроля вычислений; уметь: <ul style="list-style-type: none"> – составлять план статистического исследования в соответствии с поставленными задачами; владеть: <ul style="list-style-type: none"> – основными аналитическими приемами контроля верности решения вероятностных задач; – навыками оценки результатов проведенного статистического исследования.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.13 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных как при изучении учебных дисциплин: математический анализ, алгебра и геометрия, основы информатики. Теория вероятностей и математическая статистика представляют основу для изучения дисциплин «Теория игр и исследование операций», «Логическое программирование», «Теория

информации и кодирования», «Искусственный интеллект», «Криптографические методы защиты информации».

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	Курс	Семестр	Трудоемкость дисциплины в часах						Курсовая работа, контрольная работа	Вид промежуточной аттестации
			Всего часов (с экз.)	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Очная	2	3,4	360	122	52	36	34	166	КР 4	Экзамен (2)
Заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	Трудоемкость (час.)	в т.ч. в интерактивной, актив-ной, инновационной формах, (час.)	Распределение по семестрам, час	
			3	4
1	2	3	4	5
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	122	76	68	54
Лекции (Лк)	52	16	34	18
Лабораторные работы (ЛР)	36	34	-	36
Практические занятия (ПЗ)	34	26	34	-
Курсовой проект (работа)*	+		-	+
Контрольная работа*	+		+	-
Групповые (индивидуальные) консультации*	+		+	+
II. Самостоятельная работа обучающихся (СР)	166		85	90
Подготовка к лабораторным работам	26		-	26
Подготовка к практическим занятиям	34		34	-

Подготовка к экзамену в течение семестра	52		32	20
Выполнение курсовой работы	54		-	54
III. Промежуточная аттестация экзамен	63		27	36
Общая трудоемкость дисциплины, час. зач. ед.	360		180	180
	10		5	5

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для очной формы обучения:

№ раздела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоемкость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)			
			учебные занятия			самостоятельная работа обучающихся*
			лекции и	практические занятия	лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Случайные события	71	18	18	0	35
1.1	Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	11	2	2	-	7
1.2	Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	15	4	4	-	7
1.3	Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	17	4	6	-	7
1.4	Формула полной вероятности и формулы Байеса.	15	4	4	-	7
1.5	Независимые повторные испытания.	13	4	2	-	7
2	Случайная величина	57	16	16	0	25
2.1	Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	14	4	3	-	7
2.2	Дискретная случайная величина, законы распределения	14	4	3	-	7
2.3	Числовые характеристики случайной величины.	15	4	4	-	7
2.4	Законы распределения непрерывной	12	4	4	-	4

	случайной величины.					
3.	Начала математической статистики	38	3	0	10	25
3.1.	Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	13	1	-	4	8
3.2.	Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	13	1	-	4	8
3.3.	Интервальные оценки	12	1	-	2	9
4.	Статистическая проверка статистических гипотез	41	3	-	12	26
4.1	Основные понятия	9	1	-	2	6
4.2	Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	17	1	-	6	10
4.3	Проверка различных гипотез.	15	1	-	4	10
5.	Корреляционный анализ	81	12	-	14	55
5.1.	Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	19	2	-	3	14
5.2.	Нелинейная и множественная корреляция	20	3	-	4	13
5.3.	Ранговая корреляция	21	3	-	4	14
5.4.	Однофакторный дисперсионный анализ	21	4	-	3	14
	ИТОГО	288	52	34	36	166

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

<i>№ раздела и темы</i>	<i>Наименование раздела и темы дисциплины</i>	<i>Содержание лекционных занятий</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	2	3	4
1.	Случайные события		
1.1.	Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Элементы комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки. Способы вычисления. Правила вычисления количества вариантов комбинаций: сумма и произведение.	-
1.2.	Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Основные понятия теории вероятностей. Испытания и события. Виды случайных событий. Понятия совместных (несовместных), элементарных, благоприятствующих событий, полной группы событий. Классическое определение вероятности. Примеры непосредственного вычисления вероятностей. Относительная частота. Статистическая вероятность. Геометрические вероятности. Аксиомы теории вероятностей.	Лекция- беседа (2 часа)
1.3.	Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Понятие алгебры событий. Зависимые и независимые события. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема о вероятности произведения зависимых событий. Теорема о вероятности произведения независимых событий. Сумма событий. Теорема о вероятности суммы двух несовместных событий. Теорема о вероятности суммы двух совместных событий. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу событий. Противоположные события. Вероятность появления хотя бы одного из n независимых в совокупности событий. Следствие.	Обсуждение ситуаций (2 часа)
1.4.	Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Теорема о полной вероятности. Формула Байеса. Условия применения формулы полной вероятности и формулы Байеса.	-
1.5.	Независимые повторные испытания.	Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.	-

2.	Случайная величина		
2.1	Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Способы задания закона распределения. Многоугольник распределения вероятностей. Функция распределения вероятностей случайной величины и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства.	-
2.2	Дискретная случайная величина, законы распределения	Биномиальный закон распределения и его числовые характеристики. Закон Пуассона. Простейший поток событий. Свойства стационарности, ординарности и отсутствия последствия. Интенсивность потока.	-
2.3	Числовые характеристики случайной величины.	Характеристики положения: мода, медиана, математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Вероятностный смысл математического ожидания. Характеристики рассеяния случайной величины. Отклонение случайной величины от ее математического ожидания. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение. Начальные и центральные моменты k-го порядка.	-
2.4	Законы распределения непрерывной случайной величины.	Закон равномерного распределения вероятностей, его функция распределения и плотности распределения, числовые характеристики. Закон показательного распределения, его функция распределения и плотности распределения, числовые характеристики. Закон нормального распределения вероятностей, функция плотности распределения, характеристики. Правило трех сигм.	Лекция- беседа (2часа)
3.	Начала математической статистики		
3.1	Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Предмет математической статистики. Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Вариационный ряд и его характеристики. Полигон частот (относительных частот). Эмпирическая функция распределения и ее свойства. Гистограмма частот (относительных частот), эмпирическая функция плотности распределения.	-
3.2	Статистические	Точечные оценки параметров и их	-

	оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	свойства: несмещенность, эффективность, состоятельность. Генеральная средняя, выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии. Выборочное среднее квадратическое отклонение, асимметрия и эксцесс. Расчет статистических оценок генеральной совокупности.	
3.3	Интервальные оценки	Точность оценки. Доверительная вероятность (надежность). Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении.	Обсуждение ситуаций (2 часа)
4.	Статистическая проверка статистических гипотез		
4.1.	Основные понятия	Статистическая гипотеза, нулевая и конкурирующая гипотезы, простая и сложная гипотезы, одномерная и многомерная гипотезы, область принятия, область отказа от гипотезы, уровень значимости, виды ошибок и рисков при проверке гипотез, статистический критерий, виды статистических критериев, виды критических областей, алгоритм статистической проверки статистических гипотез.	-
4.2.	Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Понятие критерия согласия. Критерии Смирнова и Колмогорова, критерий Пирсона. Центрирование и нормирование выборки, алгоритм проверки	-
4.3.	Проверка различных гипотез.	Гипотезы о средних. Гипотезы о дисперсиях.	-
5.	Корреляционный анализ		
5.1.	Начала корреляционного анализа	Понятие зависимости генеральных совокупностей: функциональная, статистическая, корреляционная. Корреляционное поле. Метод наименьших квадратов. Вывод уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции	-
5.2.	Нелинейная и множественная корреляция	Нелинейная корреляция. Виды зависимостей. Множественная линейная корреляция. Особенности «отношений» переменных.	Лекция- беседа (3 часа)
5.3.	Ранговая корреляция	Понятие ранга. Виды зависимостей: прямая, обратная, произвольная. Понятие и вычисление коэффициента корреляции. Проверка значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции	Лекция- беседа (3 часа)

5.4.	Однофакторный дисперсионный анализ	Понятие фактора, уровня фактора, факторной, остаточной и общей сумм квадратов отклонений выборочного параметра от среднего. Методы самопроверки при выполнении расчетов. Понятие факторной, остаточной, общей дисперсии. Проверка гипотезы о значимом влиянии фактора.	Лекция- беседа (2 часа)
------	------------------------------------	--	----------------------------

4.3. Лабораторные работы

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование лабораторной работы</i>	<i>Объем в часах</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1.	3.	Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки. Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки. Интервальные оценки	10	Ситуационная задача (4 часа) Работа в малых группах (6 часов)
2.	4.	Основные понятия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Проверка различных гипотез	12	Кейс ситуаций (10 часов)
3.	5.	Начала корреляционного анализа. Нелинейная и множественная корреляция. Ранговая корреляция Однофакторный дисперсионный анализ	14	Ситуационная задача (3 часа) Анализ ситуации (3 часа) Работа в малых группах (4 часа) Работа в малых группах (4 часа)
ИТОГО			36	34

4.4 Практические занятия

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование тем практических занятий</i>	<i>Объем в часах</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1.	1.	Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события. Алгебра событий. Произведение и сумма событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые повторные испытания.	18	Работа в малых группах (4 часа), Анализ ситуаций (10 часов)
2.	2.	Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения. Дискретная случайная величина, законы распределения. Числовые характеристики случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины.	16	Анализ ситуаций (6 часов) Работа в малых группах (6 часов)
ИТОГО			34	26

Контрольные мероприятия: контрольная работа

Курсовая работа (4 семестр)

Цель: Обобщить и углубить знания по математической статистике.

Структура:

1. Теоретическая информация, предназначенная для самостоятельного изучения.
2. Практическая часть: индивидуальные задания по всем темам лабораторных работ.

Основная тематика: Математическая статистика.

Рекомендуемый объем: 40-50 страниц.

Темы для теоретической части:

1. Распределение Вейбулла.
2. Распределение хи-квадрат.
3. Статистические расчеты в теории надежности.
4. Вероятностные модели.
5. Вероятность и математическая статистика в теории кодирования информации.
6. Вероятностно-статистические методы в геологии.
7. Формула Байеса в теории управления.
8. Закон больших чисел, как теоретическая основа связи дискретного и непрерывного.
9. Простейший поток событий.
10. Число степеней свободы в математической статистике.
11. Система двумерных случайных величин. Корреляция, ковариация.
12. Вывод формул факторного анализа.
13. Гипотезы о проверке вида распределения генеральной совокупности.
14. Кластерный анализ.
15. Эмпирические функции распределения и плотности распределения.
16. Индексы Доу Джонса, ММВБ и другие – связь с временными рядами.
17. Связь качественных параметров в математической статистике. Вывод.
18. Распределение Фишера-Снедекора.
19. Статистические гипотезы о средних.
20. Статистические гипотезы о дисперсиях.

Защита курсовой работы: Открытая, перед учебной группой, обязательна презентация. Защита проводится только при наличии проверенного преподавателем текста курсовой работы.

Выдача задания, прием КР и защита проводится в соответствии с календарным учебным графиком.

Оценка	Критерии оценки курсовой работы
Неудовлетворительно	Работа не представлена в срок
Удовлетворительно	Работа представлена с опозданием по срокам, при защите студент не может дать пояснения по теоретической и практической части.
Хорошо	Работа представлена в срок. При защите выясняется нетвердое знание теоретического материала, презентация с незначительными ошибками и опечатками.
Отлично	Работа представлена в срок, все этапы отчета пройдены своевременно. Презентация, текст работы и речь соответствуют требованиям. Отвечает на все дополнительные вопросы.

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<i>№, наименование разделов дисциплины</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Компетенции</i>				<i>Σ комп.</i>	<i>t_{ср}, час</i>	<i>Вид учебны х заняти й</i>	<i>Оценка результатов</i>
		<i>ОПК</i>	<i>ПК</i>						
		<i>1</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>9</i>				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Случайные события	71	+		+	+	3	23,67	Л, ПЗ	тест, экзамен
2. Случайная величина	57	+		+	+	3	19	Л., ПЗ	тест, экзамен
3. Начала математической статистики	38	+	+	+	+	4	9,5	Л., ЛР	КР, защита ЛР, экзамен
4. Статистическая проверка статистических гипотез	50	+	+	+	+	4	12,5	Л., ЛР	КР, защита ЛР, экзамен
5. Корреляционный анализ	81	+	+	+	+	4	20,25	Л., ЛР	КР, защита ЛР, экзамен
всего часов	297					4	74,25		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

а) Подготовка к лекционным и практическим занятиям

1. Нейман, Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики : научное издание / Ю. Нейман; Под ред. Ю. В. Линника; Пер. с англ. - Москва : Наука, 1968. - 448 с.

2. Геврасева С.А. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие. / О.Г.Ларионова, С.А. Геврасева.– Братск: Изд-во БрГУ, 2012. -136 с.

3. Ларионова О.Г. Вероятность случайного события. Методические указания. / О.Г.Ларионова, С.А. Геврасева.– Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008.- 48 с.

4. Ларионова О.Г., Математическая статистика: учеб. пособие / О.Г.Ларионова, С.А. Геврасева. – 3-е изд. перераб. и доп. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. – 66с.

б) Самоподготовка и самопроверка

1. Багинова Т.Г. Математика: Теория вероятностей и математическая статистика: сборник заданий и тестов./ Т.Г. Багинова, Р.С. Бекирова. Е.В., Лищук – Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 69 с.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Наименование издания (автор, заглавие, выходные данные)	Вид занятия (Лк, ЛР, ПЗ, КР, кр)	Количество экземпляров в библиотеке, шт.	Обеспеченность, (экз./ чел.)
1	2	3	4	5
Основная литература				
1.	Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492	Лк, ЛР, ПЗ, КР, кр	1ЭУ	1
2.	Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - ISBN 5-238-00560-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721	Лк, ЛР, ПЗ, КР, кр	1ЭУ	1
3	Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт, 2011. - 404 с. - (Основы наук).	Лк, ЛР, ПЗ, КР, кр	150 (включая аналоги)	1
4	Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙРИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.	Лк, ЛР, ПЗ, КР, кр	27 (включая аналоги)	1
Дополнительная литература				
4.	Карасев, А. И. Курс высшей математики для	Лк, ПЗ,	115	1

	экономических вузов. В 2ч. Ч.1-2: учебное пособие / А.И. Карасев, З.М. Аксютин, Т.И. Савельева. - М.: Высшая школа, 1982. Ч.2: Теория вероятностей и математическая статистика. Линейное программирование. - 320 с.	<i>ЛР, кр</i>		
5.	Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Математическая статистика: учебн. пособие. – 4-е изд. перераб и доп. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. – 104 с.	<i>Лк, ЛР, кр</i>	16	0,5
6.	Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. : учеб. пособие для вузов / П.Е.Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Москва : "Оникс 21 век"; Мир и Образование, 2006 - Ч.2. - 415 с	<i>Лк, ПЗ, кр</i>	54	1

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Электронный каталог библиотеки БрГУ
http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.
2. Электронная библиотека БрГУ
<http://ecat.brstu.ru/catalog> .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»
<http://biblioclub.ru> .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»
<http://e.lanbook.com> .
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"
<http://window.edu.ru> .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru> .
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)
<https://uisrussia.msu.ru/> .
8. Национальная электронная библиотека НЭБ
<http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search/> .

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающийся должен разработать собственный режим равномерного освоения дисциплины. Подготовка студента к предстоящей лекции включает в себя ряд важных познавательных-практических этапов:

- чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования предыдущей лекции, вынесение на поля всего, что требуется при дальнейшей работе с конспектом и учебником;
- техническое оформление записей (подчеркивание, выделение главного, выводов, доказательств);
- выполнение практических заданий преподавателя;
- знакомство с материалом предстоящей лекции по учебнику и дополнительной литературе.

Активная работа на лекции, ее конспектирование, продуманная, целенаправленная, систематическая, а главное - добросовестная и глубоко осознанная последующая работа над конспектом - важное условие успешного обучения студентов.

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ/ практических работ

Практические занятия по математике позволяют студенту более глубоко разобраться в теоретическом материале и определить сферы его практического применения. При изучении раздела, связанного с комбинаторикой, применяется работа в малых группах. Анализ ситуаций используется при изучении алгебры событий, полной вероятности и независимых испытаний. Основная цель практического занятия – развитие самостоятельности студента. Подготовка к практическим занятиям состоит в добросовестном анализе теоретического материала, составлении кратких справочников, словариков, схем, алгоритмов. Кроме того, все домашние задания к практическому занятию должны быть выполнены, либо подготовлены вопросы преподавателю, раскрывающие трудности в освоении учебного материала.

Лабораторные работы в дисциплине предусмотрены для раздела «Математическая статистика». Расчеты выполняются в пакете Excel. В аудитории вся группа анализирует и реализует один вариант. При этом занятия проводятся как ситуационная задача. Занятия в виде «кейс ситуаций», «анализ ситуаций», способствуют формированию необходимых компетенций. Обучающиеся, работая в малых группах, максимально автоматизируют все вычисления и сохраняют для домашнего задания. Дома каждый выполняет аналогичное задание для индивидуальных данных. Так студент обучается использовать готовые программные средства и формировать представление о необходимости «ручной работы» при любых автоматических вычислениях.

Практическое занятие № 1

Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события. Алгебра событий. Произведение и сумма событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые повторные испытания.

Цель работы:

1. Изучить элементы комбинаторики, правила логического сложения и умножения.
2. Изучить случайные события, их виды, классическое определение вероятности.
3. Изучить алгебру событий.
4. Определить взаимосвязь между зависимыми, не зависимыми, совместными и несовместными событиями.
5. Выяснить какие события образуют полную группу.

Задание:

- 8 различных книг расставляют наудачу на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся рядом.

- Вероятность поражения мишени для некоторого стрелка равна $\frac{2}{3}$. Если при первом выстреле зафиксировано попадание, стрелок получает право на второй выстрел по другой мишени. Вероятность поражения обеих мишеней при двух выстрелах равна 0.5. Найдите вероятность поражения второй мишени.

- Двое играют в игру: из ящика с тремя белыми и 4 черными шарами поочередно наудачу вынимают шары без возвращения. Победившим считается тот, кто первым вытащит белый шар. Найти вероятность выигрыша для игрока, начинающего первым, и для игрока, начинающего игру вторым.

- Среди поступающих на сборку деталей с первого станка 0.1% бракованных, со второго - 0.2%, с третьего - 0.25%, с четвертого - 0.5%. Производительности их относятся как 4:3:2:1. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найдите вероятность того, что она изготовлена на третьем станке.

Порядок выполнения:

-Выделить основное событие задачи. Определить, простое это событие или составное (сложное).

-Если основное событие простое, использовать классическое определение вероятности события.

-Если основное событие сложное, определить вид и количество элементарных событий, установить соотношения между ними.

-Составить алгебраическое выражение, связывающее основное и элементарное события.

-Найти вероятности элементарных событий.

-На основании п.п. 3,4,5 выбрать нужную

Форма отчетности: выполнить задание в тетради и показать преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. В инструментальном ящике находится 15 стандартных и 5 бракованных деталей. Из ящика наугад вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что эта деталь стандартна.

2. Малыш, не умеющий читать, раскладывает в ряд карточки с буквами А, Т, Е, Ф, Н, О, К. Найдите вероятность того, что он случайно выложит слово "КОНФЕТА".

3. Набирая номер телефона, абонент забыл 3 последние цифры. И, помня лишь, что они различны, начал набирать их наудачу. Найти вероятность того, что он с первого раза наберет нужный номер.

4. Библиотечка состоит из десяти различных книг. Пять книг - детективы, три - приключения, две - фантастики. Наугад выбраны три книги. Найти вероятность того, что а) это книги о приключениях; б) две фантастики и одна приключения.

5. В цехе уст В приборе имеется три независимо установленных сигнализатора об аварии. Вероятность того, что в случае аварии сработает первый равна 0.9, второй - 0.7, третий - 0.8. Найдите вероятность того, что при аварии не сработает ни один сигнализатор.

6. Определите вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется высшего качества, если известно, что 4% всей продукции является браком, а $\frac{3}{4}$ всех небракованных изделий является продукцией высшего качества.

7. Вероятность поражения мишени для некоторого стрелка равна $\frac{2}{3}$. Если при первом выстреле зафиксировано попадание, стрелок получает право на второй выстрел по другой мишени. Вероятность поражения обеих мишеней при двух выстрелах равна 0.5. Найдите вероятность поражения второй мишени.

8. Стрелок производит один выстрел в мишень, состоящую из трех зон. Вероятность попадания в первую зону равна 0.2, во вторую - 0.15, в третью - 0.1. найдите вероятность промаха по мишени.

9. В корзинке 5 шаров белого цвета и 7 красного. Из корзины вынимают поочередно без возврата два шара. Найдите вероятность того, что первым будет вынут красный шар, а затем белый.

10. Вероятность того, что бревно, привезенное на лесопилку стандартно, равна 0.8. Найдите вероятность того, что из 100 бревен не менее 75 и не более 90 стандартны.

11. На первой лесосеке работает 10 лесовозов, из которых 2 требуют ремонта. На второй - 6 лесовозов, из которых 1 требует ремонта. На вторую лесосеку был отправлен лесовоз. А затем со второй лесосеки один лесовоз отправили в мастерские за запчастями. Найдите вероятность того, что этот лесовоз не требует ремонта.

12. Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено с первого курса - 4 студента, со второго - 6, а с третьего - 5. Вероятности того, что студент попадает в сборную института равны 0.9, 0.7 и 0.8 соответственно для студентов I, II и III курсов. Студент, выбранный наудачу по спискам, в итоге соревнования попал в сборную. С какого курса вероятнее всего этот студент ?

13. Рабочий и его ученик выполняют одну и ту же работу. Скорость рабочего в два раза выше, чем у его ученика. Все детали складываются в общий ящик. Брак, допускаемый рабочим составляет 5%, учеником - 15%. Из ящика наудачу взяли деталь, которая оказалась стандартной. Найдите вероятность того, что эта деталь сделана учеником.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

Выучить порядок действий при определении количества благоприятных и количества всех возможных исходов. Рассмотреть примеры выполнения аналогичных заданий, приведенные в лекциях, в рекомендуемых источниках, в основной и дополнительной литературе. Подготовить вопросы преподавателю.

Основная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492> (07.03.2018).

2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙРИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с

Дополнительная литература

1. Нейман, Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики : научное издание / Ю. Нейман; Под ред. Ю. В. Линника; Пер. с англ. - Москва : Наука, 1968. - 448 с.

2. Карасев, А. И. Курс высшей математики для экономических вузов. В 2ч. Ч.1-2: учебное пособие / А.И. Карасев, З.М. Аксютин, Т.И. Савельева. - М.: Высшая школа, 1982. Ч.2: Теория вероятностей и математическая статистика. Линейное программирование. - 320 с.

3. Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Вероятность случайного события. Методические указания. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. - 48 с.

4. Ларионова О.Г., Геврасева, С.А. Математическая статистика: учеб. пособие / О.Г.Ларионова, С.А. Геврасева. – 3-е изд. перераб. и доп. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. – 66с.

5. Багинова Т.Г., Бекирова Р.С., Лищук Е.В. Математика: Теория вероятностей и математическая статистика: сборник заданий и тестов.– Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 69 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Элементы комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения (определения, вычисление).

2. Опыт, событие, виды событий, соотношения, т.е. зависимость, совместность (определения, примеры).

3. Классическое определение вероятности события

4. Алгебра событий: простое составное, сумма, произведение

5. Полная вероятность. Формула Байеса (условия применения, формулы).

6. Повторение испытаний: формула Бернулли, теоремы Муавра-Лапласа (условия применения, формулы).

Практическое занятие № 2

Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения. Дискретная случайная величина, законы распределения. Числовые характеристики случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины.

Цель работы:

1. Сформировать понятие о случайной величине. Дискретные и непрерывные случайные величины.

2. Изучить понятия «функция распределения и функция плотности распределения». Их свойства, графики.

3. Рассмотреть виды распределения дискретной случайной величины: биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, Пуассона, многоугольник распределения.

4. Рассмотреть и изучить числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, моменты распределения.

5. Изучить виды распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное. Их свойства, графики. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Закон больших чисел.

Задание:

1. Известен закон распределения дискретной случайной величины X:

X	-4	6	10
P _i	p ₁	0,3	0,5

Найти p₁, M(X), D(X), σ(X).

РЕШЕНИЕ: $\sum_{i=1}^n p_i = 1 \Rightarrow p_1 = 1 - (0,3 + 0,5) = 0,2$;

X	16	36	100
P _i	0,2	0,3	0,5

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = -4 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,5 = 6;$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = 16 \cdot 0,2 + 36 \cdot 0,3 + 100 \cdot 0,5 - 36 = 28;$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{28} \approx 5,29.$$

ЗАДАЧА. Цена деления шкалы амперметра равна 0,1 А. Показания округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отчете будет сделана ошибка, превышающая 0,02 А.

РЕШЕНИЕ. Ошибку округления отсчета можно рассматривать как случайную величину X, которая распределена равномерно в интервале между двумя соседними целыми делениями.

Плотность равномерного распределения $f(x) = \frac{1}{b-a}$, где (b - a) есть длина интервала, в котором заключены возможные значения X, вне этого интервала f(x) = 0. Таким образом,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0; 0,1) \\ 10, & x \in (0; 0,1) \end{cases}.$$

Тогда ошибка отсчета превысит 0,02, если она окажется в интервале (0,02;

0,08). По формуле $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$ получим $P(0,02 < X < 0,08) = \int_{0,02}^{0,08} 10dx = 0,6$

Порядок выполнения:

При построении закона распределения дискретной случайной величины пользуются правилами отыскания вероятности конкретного события или определяют, что данная случайная величина распределена по известному закону, после чего вычисляют вероятности появления конкретных ее значений по соответствующим формулам.

Подготовить вопросы преподавателю

Форма отчетности: выполнить задание в тетради и показать преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Укажите числовые характеристики случайной величины Y=3X, если M(X)=5, D(X)=3, σ(X)=1,732

2. Рабочий изготовил 10 приборов, из которых 3 с отклонением от ГОСТа. Контролер берет наудачу 4 прибора и процент брака в выборке считает процентом брака всей партии. Оплачивается только стандартная продукция. Какова ожидаемая рабочим средняя зарплата, если 1% стоит 1 у.д.е. Проиллюстрировать графически.

3. На перекрестке стоит автоматический светофор, в котором 1 минуту горит зеленый свет и 0,5 минуты – красный. Машина подъезжает к перекрестку в любой момент времени. Найдите вероятность того, что она проедет не останавливаясь.

4. Статистическая вероятность ошибки контролера, проверяющего соответствие нормативам фактических размеров стальных колец, равна 0,02. Сколько в среднем ошибок совершит за смену контролер, проверяющий в среднем 200 колец, если число ошибок – случайная величина, подчиняющаяся биномиальному закону распределения? Определить дисперсию и стандарт (среднее квадратическое отклонение) рассматриваемой случайной величины.

5. Автомат пробивает круглые отверстия диаметром 2 мм в резиновой полосе длиной 26 и шириной 10мм. Полоса считается испорченной, если край отверстия находится на расстоянии меньшем, чем 2мм от края полосы. Найдите вероятность того, что наудачу взятая полоса с пробитыми отверстиями стандартна, если величины отклонения центра отверстия от вертикальной и горизонтальной осей распределены нормально с $\sigma(X)=5$ и $\sigma(Y)=2$, $a=0$. Как изменится эта вероятность, если полоса будет шире и длиннее?

6. Испытывают два независимо работающих элемента. Длительность времени безотказной работы каждого элемента имеет показательное распределение и функции распределения для них $F_1(t)=1-e^{-0.1t}$, $F_2(t)=1-e^{-0.2t}$. Найдите вероятность того, что за 10 часов работы откажут:

а) только один элемент; б) хотя бы один элемент.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

Выучить порядок действий при определении вида закона распределения непрерывной случайной величины. Рассмотреть примеры выполнения аналогичных заданий, приведенные в лекциях, в рекомендуемых источниках, в основной и дополнительной литературе. Подготовить вопросы преподавателю.

Основная литература

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт, 2010. - 404 с. - (Основы наук).

2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙРИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.

Дополнительная литература

1.Геврасева С.А., Ларионова О.Г. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. -136 с.

2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. : учеб. пособие для вузов / П.Е.Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Москва : "Оникс 21 век"; Мир и Образование, 2006 – Ч..2. - 54 с

3.Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Математическая статистика: учебн. пособие. – 4-е изд. перераб и доп. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. – 104 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1.Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.

2.Дискретная случайная величина, законы распределения

3.Числовые характеристики случайной величины.

4.Законы распределения непрерывной случайной величины.

Лабораторная работа 1

Первичная обработка выборки. Вычисление точечных и интервальных оценок

Цель работы:

научиться использовать пакет Excel для обработки числовых данных, освоить приемы первичной обработки выборки

Задание:

1. Дан одномерный массив чисел, представляющих собой результаты измерений проведенного эксперимента. Требуется: провести первичную обработку выборки.

2. Для данной выборки: найти точечные и интервальные оценки,

– проверить правило «трех сигм»,

– на основании полученных результатов выдвинуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности и провести ее статистическую проверку.

Построенный интервальный ряд служит основой для выполнения расчетов по формулам.

Порядок выполнения:

1. Первичная обработка выборки состоит из следующих действий:

Упорядочить массив.

Найти размах выборки: $R = x_{max} - x_{min}$

Построить интервальный ряд из 11 интервалов:

$$\Delta x = \frac{R}{10}, \quad x_{лев} = x_{min} - \frac{\Delta x}{2}, \quad x_{прав} = x_{max} + \frac{\Delta x}{2}, \quad x_i = x_{i-1} + \Delta x.$$

Найти частоты (количество чисел массива в каждом интервале) n_i . Контроль правильности вычислений: $\sum_i n_i = n$ (объем выборки).

Построить гистограмму.

Выполненная работа содержит:

- выборку в первоначальном виде;

- упорядоченную выборку;

- вычисленные параметры для построения интервального ряда (Таблица 1);

- сам интервальный ряд (Таблица 2);

- гистограмму (Рис. 2) с необходимыми данными на осях координат («Мастер диаграмм») и эмпирической функцией плотности распределения, построенной по точкам – серединам интервалов (функция «Добавить» и далее по рекомендациям пакета).

Таблица 1. «Сводные данные»

Название	Обозначение	Величина	Формула
1. Наименьшее значение	X min		
2. Наибольшее значение	X max		
3. Размах выборки	R		
4. Длина интервала	Δx		
5. Левая граница интервального ряда	X лев		
6. Правая граница интервального ряда	X прав		

Формулы в таблицу вписываются вручную.

Величины наименьшего и наибольшего значения вариант в таблицу 1 вставляются автоматически: ставим курсор в ячейку, где должен быть результат, вводим знак =, указываем ячейку, из которой нужно вставить число, Enter.

Границы интервалов для таблицы 2 вычисляются автоматически. Левая граница первого интервала – автоматически вставленное значение Xлев. А остальные значения отстоят друг от друга на длину интервала.

Частоты можно вычислять либо полуавтоматически, либо с помощью формулы.

Для полуавтоматического варианта (Рис. 1) необходимо вручную в упорядоченной выборке выделять те числа, которые попадают в нужный интервал. Затем в нижнем правом углу экрана найти «Количество: » и впечатать это число в столбец «Частоты».

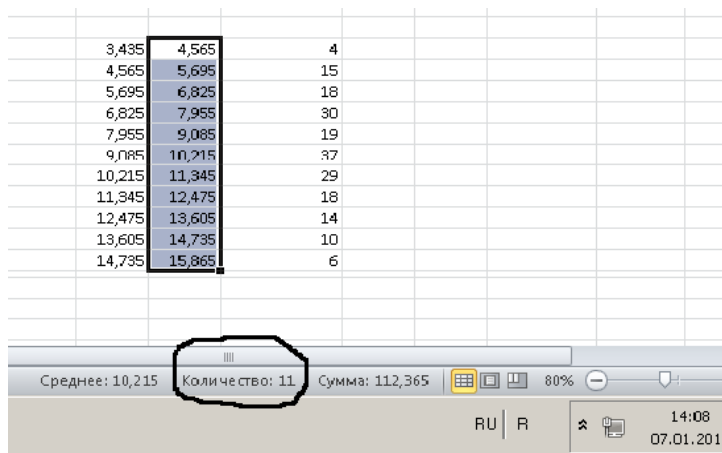


Рис. 1 Автоматический подсчет чисел в выделенном массиве

Если Вы владеете формулами, то используйте СЧЕТЕСЛИМН(диапазон(вся выборка)+F4;условие 1 (\geq левая граница); диапазон(опять вся выборка)+F4; условие 2 (\leq правая граница)).

Таблица 2 «Интервальный ряд»

№ интервала	Левые границы интервалов	Правые границы интервалов	Частоты	Середины интервалов
1				
2				
3				
...				
11				
Контроль			Σ	

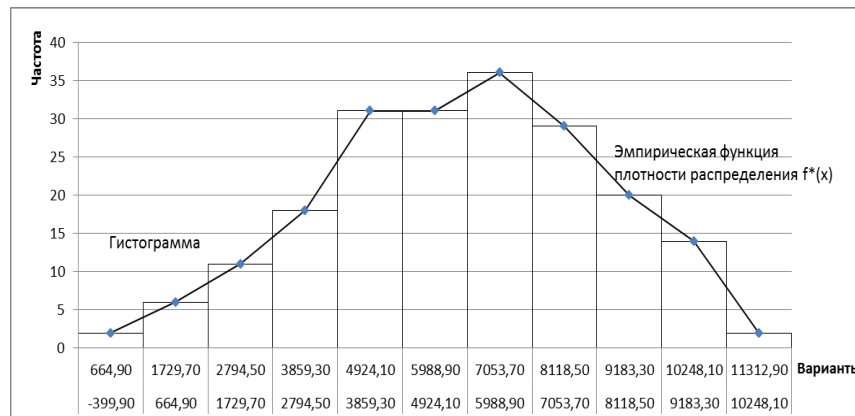


Рис. 2 Образец гистограммы и эмпирической функции плотности распределения

Образец задания для лабораторных работ 1, 2, 3:

Семья Козловых приобрела две точки для продажи постельного белья и подсчитывает выручку, планируя дальнейшие действия. За 200 рабочих дней получены следующие результаты (тыс. руб). Оптимальные доходы частников, ведущих аналогичную деятельность от до на одну точку от 22 до 24 тысяч рублей. Проанализируйте результаты деятельности семьи и предложите варианты дальнейших действий.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10,955	11,76	9,905	8,225	37,065	37,955	9,045	9,925	9,305	11,155

		5										
2	37,325	4,56	3,085	11,51	5	2,07	39,625	5,14	26,795	38,825	16,33	
3	35,305	11,68	39,12	5	7,32	11,125	4,905	36,68	27,255	37,955	18,20	
4	12,365	16,36	20,03	24,92	5	27,995	32,535	35,00	5	30,225	36,715	19,16
5	32,825	2,325	6,93	26,92	5	20,225	3,675	16,32	5	13,035	3,035	8,805
6	32,805	41,24	10,73	5	8,885	2,275	27,925	12,25	5	25,165	7,065	34,025
7	4,885	13,65	28,32	21,36	5	19,165	28,925	12,65	5	24,255	24,825	40,61
8	5,32	18,25	32,12	26,93	5	21,145	9,935	14,32	5	25,215	26,905	29,155
9	8,925	22,91	13,27	28,25	5	18,735	38,035	15,45	5	37,125	25,025	35,995
10	2,905	25,03	17,30	32,25	5	27,125	18,045	12,92	5	25,195	30,215	33,965
11	15,025	39,65	21,14	13,19	5	28,925	16,795	14,21	5	24,325	29,195	34,985
12	19,025	21,63	25,32	38,32	5	32,425	21,415	15,93	5	5,295	28,805	35,145
13	19,845	25,92	31,21	28,32	5	15,125	26,885	12,64	5	31,325	30,125	6,045
14	7,15	41,84	34,33	34,81	5	30,915	33,315	19,81	5	25,125	30,325	17,035
15	26,145	12,79	27,02	5	4,625	5,90	9,255	3,815	4,12	30,125	17,355	
16	2,125	19,22	30,30	14,81	5	16,525	20,935	4,125	16,335	29,125	16,235	
17	19,73	23,54	35,23	16,09	5	26,125	19,725	19,42	5	23,125	8,085	33,215
18	25,235	5,82	13,92	7,90	6,82	7,07	19,10	5	21,305	25,125	21,655	
19	25,125	34,12	16,91	24,13	5	4,93	19,165	16,32	5	23,465	23,035	4,95
20	37,50	4,70	9,905	3,925	18,195	33,235	17,45	5	23,825	11,255	9,815	

2. Вычисление точечных и интервальных оценок

1. Вычислить середины каждого из 11 интервалов \hat{x}_i .

2. Вычислить выборочную среднюю:

а) по формуле $\bar{x}_B = \frac{1}{n} \sum_i \hat{x}_i \cdot n_i$,

б) автоматически (используя опции Excel на вкладке «Главная», рис. 2.).

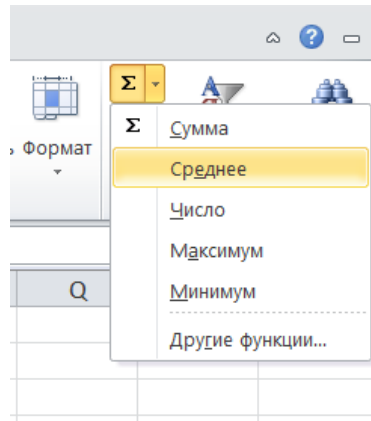


Рис. 3 Вычисление выборочного среднего автоматически

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

3. Вычислить выборочную дисперсию:

а) по формуле $D_B = \frac{1}{n} \sum_i (\hat{x}_i - \bar{x}_B)^2 n_i$,

б) автоматически, используя статистические функции Excel (рис. 3)

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

4. Вычислить исправленную выборочную дисперсию:

а) по формуле $D_B^* = \frac{n}{n-1} D_B$,

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

5. Вычислить выборочное среднее квадратическое отклонение и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение:

а) по формулам $\sigma_B = \sqrt{D_B}$ и $\sigma_B^* = \sqrt{D_B^*}$,

б) автоматически, используя статистические функции Excel

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

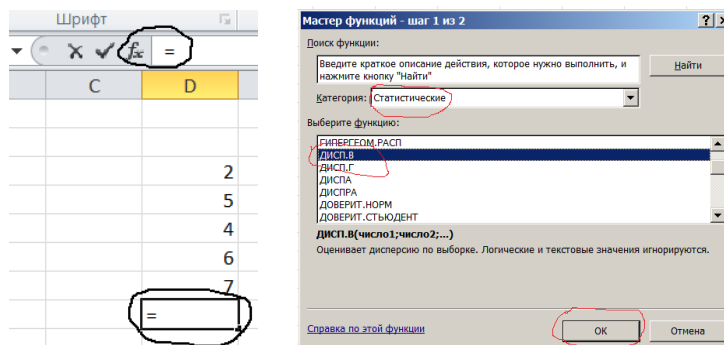


Рис. 4 Вычисление выборочной дисперсии автоматически

6. Вычислить выборочную асимметрию:

а) по формуле $A_s = \frac{\sum_i (\hat{x}_i - \bar{x}_B)^3 n_i}{n(\sigma_B^*)^3}$,

б) автоматически (в статистических функциях это «скос»),

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

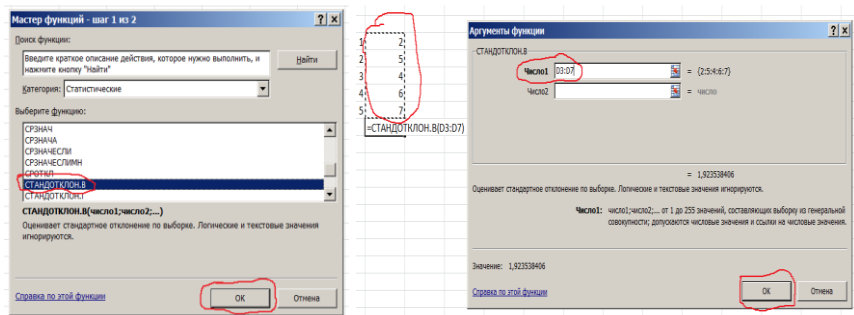


Рис. 5 Вычисление среднего квадратического отклонения автоматически

7. Вычислить выборочный эксцесс:

$$a) \text{ по формуле } Ex = \frac{\sum_i (\hat{x}_i - \bar{x}_B)^4 n_i}{n(\sigma_B^*)^4} - 3,$$

б) автоматически,

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

8. По величине асимметрии и эксцесса обоснуйте возможность выдвижения гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.

9. При разных уровнях значимости 0,95 и 0,99 постройте доверительные интервалы для оценки математического ожидания по формуле:

$$a \in \left(\bar{x}_B - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{x}_B + t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \right),$$

где S – исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение; n – объем выборки; $t_\gamma = t(\gamma, n)$ находится по таблице квантилей распределения Стьюдента (см. табл. 2 прил.).

10. При разных уровнях значимости 0,95 и 0,99 постройте доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения по формуле:

$$\sigma \in (S(1 - q); S(1 + q)), \text{ при } q < 1;$$

$$\sigma \in (0; S(1 + q)), \text{ при } q > 1,$$

где $q = q(\gamma; n)$ определяется по табл. 3 прил.

11. Сделайте вывод о связи уровня значимости и длины интервала.

12. Проверьте выполнение правила «трех сигм»: определите интервал $(\bar{x}_B - 3\sigma^*; \bar{x}_B + 3\sigma^*)$, найдите, сколько процентов значений выборки попадает в этот интервал, сделайте вывод.

Выполненная работа содержит:

1. Продолженную таблицу 2 «Интервальный ряд» из лабораторной работы 1 с элементами вычислений, необходимых для формулы.

Позиции продолженной таблицы интервалов:

\hat{x}_i	$\hat{x}_i \cdot n_i$	$\hat{x}_i - \bar{x}_B$	$(\hat{x}_i - \bar{x}_B)^2$	$(\hat{x}_i - \bar{x}_B)^2 \cdot n_i$	И так далее по всем формулам			
	$\sum \hat{x}_i \cdot n_i$			$\sum (\hat{x}_i - \bar{x}_B)^2 n_i$				

2. Сводную таблицу выполненных расчетов

Продолжение таблицы 1. «Сводные данные»

Название; обозначение	Величина	Формула	
Точечные оценки			
<i>7.Выборочная средняя</i>			
По формуле			
Автоматически			
<i>8.Выборочная дисперсия</i>			
По формуле			
Автоматически			
<i>9.Исправленная выборочная дисперсия</i>			
По формуле			
Автоматически			
<i>10.Среднее квадратическое отклонение</i>			
По формуле			
Автоматически			
<i>11.Исправленное среднее квадратическое отклонение</i>			
По формуле			
Автоматически			
<i>12.Выборочная асимметрия</i>			
По формуле			
Автоматически			
<i>13.Выборочный эксцесс</i>			
По формуле			
Автоматически			
Доверительные интервалы			
Для математического ожидания			
<i>Надежность</i>	<i>Левая граница</i>	<i>Правая граница</i>	<i>Длина интервала</i>
$\gamma=0,95$			
$\gamma=0,99$			
Для среднего квадратического отклонения			
<i>Надежность</i>	<i>Левая граница</i>	<i>Правая граница</i>	<i>Длина интервала</i>
$q=0,95$			
$q=0,99$			
Вывод:			
Правило «трех сигм»			
<i>Левая граница</i>	<i>Правая граница</i>	<i>% попадания</i>	<i>Вывод</i>

Форма отчетности:

Заполнить таблицу 1. Представить в электронном и печатном виде.

Рекомендации к выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Изучить лекционный материал и материал, представленный в методических указаниях и в рекомендуемых источниках.

Основная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай,

А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492>

2.Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт, 2010. - 404 с. - (Основы наук).

Дополнительная литература

1. Нейман, Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики : научное издание / Ю. Нейман; Под ред. Ю. В. Линника; Пер. с англ. - Москва : Наука, 1968. - 448 с.

2. Геврасева С.А., Ларионова О.Г. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. -136 с.

3. Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Вероятность случайного события. Методические указания. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008.- 48 с.

4. Ларионова О.Г., Геврасева, С.А. Математическая статистика: учеб. пособие / О.Г.Ларионова, С.А. Геврасева. – 3-е изд. перераб. и доп. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. – 66с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1.Предмет математической статистики. Основные задачи математической статистики

2.Генеральная и выборочная совокупности. Репрезентативная выборка.

3.Способы отбора. Представление выборочных данных Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

4.Точечные оценки параметров и их свойства: несмещенность, эффективность, состоятельность

5.Генеральная средняя, выборочная средняя. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Выборочное среднее квадратическое отклонение, асимметрия и эксцесс.

6.Точность оценки. Доверительная вероятность (надежность).

7.Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении.

Лабораторная работа №2

Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности на основании критерия Пирсона. Статистическая проверка различных гипотез.

Цель работы:

1.освоить понятие «статистическая проверка статистических гипотез» на примере проверки гипотезы о виде распределения

2.закрепить понятие «статистическая проверка статистических гипотез» на примерах разных ситуаций, научиться самостоятельно выбирать соответствующий алгоритм проверки

Задание:

1.Используя критерий согласия Пирсона (критерий согласия χ^2 (хи-квадрат)), проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности (массив вариант 1).

2.Используя информацию, расположенную ниже, провести проверку различных гипотез для данных ситуаций. N – номер варианта по списку в журнале.

Порядок выполнения:

1.Выдвинуть гипотезу H_0 – «генеральная совокупность распределена нормально». С ней конкурирует гипотеза H_1 – генеральная совокупность не подчиняется закону нормального распределения.

2.Рассчитать теоретические частоты, вводя в рассмотрение теоретическую случайную величину

$$Z = \frac{X - M(X)}{\sigma(X)},$$

значения которой вычисляются по формуле

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}_B}{\sigma_B},$$

причем полагают $z_{\min} = -\infty, z_{\max} = +\infty$.

3. Так как предполагается, что Z распределена нормально, найти вероятности попадания случайной величины Z в каждый i -й интервал по формуле:

$$p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i),$$

где $\Phi(z)$ – интегральная функция Лапласа (см. табл. 1 прил.6).

4. Найти дробные значения теоретических частот n'_i в каждом i -м интервале по формуле $n'_i = np_i$, где n – объем выборки.

5. Вручную округлить дробные значения n'_i до целого. Для контроля правильности вычислений используют условие $\sum_i n'_i = n$.

6. Мерой сравнения (критерием согласия) служит величина

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i},$$

где n_i – эмпирические или наблюдаемые частоты (частота попадания значений выборки в i -й интервал);

n'_i – теоретические или ожидаемые частоты (частота попадания новой случайной величины, распределенной по предполагаемому закону, в i -й интервал).

По этой формуле находится $\chi^2_{\text{наб}}$, для чего строится пошаговая таблица вида:

z_i	z_{i+1}	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	p_i	np_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
				Σ	Σ	Σ			$\Sigma = \chi^2_{\text{наб}}$

7. Найти число степеней свободы $K = L - 1 - r$,

где L – число интервалов разбиения;

r – число параметров предполагаемого распределения.

Например, если проверяется гипотеза о том, что генеральная совокупность распределена по показательному закону (с одним параметром λ), то $r=1$, если же проверяется гипотеза о нормальном распределении случайной величины (с двумя параметрами a и σ), то $r=2$.

По числу степеней свободы K (поскольку нормальное распределение двухпараметрическое, то число степеней свободы равно $K = L - 3 = 11 - 3 = 8$) и по заданному уровню значимости α для правосторонней критической области определяют $\chi^2_{\text{кр}}$ (см. табл. 4 прил. 6).

8. Сравнить $\chi^2_{\text{кр}}$ и $\chi^2_{\text{наб}}$.

При выполнении условия $\chi^2_{\text{наб}} < \chi^2_{\text{кр}}$ гипотеза H_0 принимается (говорят, что данные выборки не противоречат выдвинутой гипотезе).

При выполнении условия $\chi^2_{\text{наб}} > \chi^2_{\text{кр}}$ гипотеза H_0 отвергается (говорят, что данные выборки не подтверждают выдвинутой гипотезы).

Для проверки различных гипотез.

1. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, ДИСПЕРСИИ которых ИЗВЕСТНЫ.

Нулевая гипотеза $H_0: M(X) = M(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы $Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{D_x}{n_x} + \frac{D_y}{n_y}}}$

А) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X) \neq M(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница $z_{кр}$ находится из условия $\Phi(z_{кр}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$, где $\Phi(x)$ – интегральная ф-я Лапаласа, α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $|z_{набл}| < z_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;

Если $|z_{набл}| > z_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X) > M(Y)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница $z_{кр}$ находится из условия $\Phi(z_{кр}) = \frac{1}{2} - \alpha$, где $\Phi(x)$ – интегральная ф-я Лапаласа, α – выбранный уровень значимости.

Если $z_{набл} < z_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;

Если $z_{набл} > z_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X) < M(Y)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница $z_{кр} = -z_{вспом}$, а $z_{вспом}$ находится из условия $\Phi(z_{вспом}) = \frac{1}{2} - \alpha$, где $\Phi(x)$ – интегральная ф-я Лапаласа, α – выбранный

исследователем уровень значимости. Если $z_{набл} < z_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается;

$z_{набл} > z_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается.

2. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей

Нулевая гипотеза $H_0: D(X) = D(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы $F = \frac{D_g^*(\text{больш})}{D_g^*(\text{меньш})}$

(распределена по закону Фишера-Снедекора со степенями свободы $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$, причем, n_1 – объем выборки с большей дисперсией, n_2 – объем выборки с меньшей дисперсией).

А) Конкурирующая гипотеза $H_1: D(X) > D(Y)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница $F_{кр}$ находится по таблице Фишера-Снедекора, если α – выбранный уровень значимости.

Если $F_{набл} < F_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;

Если $F_{набл} > F_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза $H_1: D(X) \neq D(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница $F_{кр}$ находится по таблице Фишера-Снедекора для $\alpha/2$, если α – выбранный уровень значимости.

Если $F_{набл} < F_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;

Если $F_{набл} > F_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

3. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней, когда ДИСПЕРСИЯ ГС ИЗВЕСТНА.

Нулевая гипотеза $H_0: M(X_B) = M_T(X) = a_0$

Случайная величина для проверки гипотезы

$$U = \frac{(x_g - a_0)\sqrt{n}}{\sigma_g}$$

А) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X_B) \neq M_T(X)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница $U_{кр}$ находится из условия

$\Phi(U_{кр}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$, где $\Phi(x)$ – интегр. ф-я Лапласа, α – уровень значимости.

Если $|U_{набл}| < U_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;
 $|U_{набл}| > U_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X_B) > M_{\Gamma}(X)$

Строится правосторонняя критическая область, где $U_{кр}$ находится из условия

$\Phi(U_{кр}) = \frac{1}{2} - \alpha$, если $\Phi(x)$ – интегр. ф-я Лапласа, α – уровень значимости.

Если $U_{набл} < U_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;
 $U_{набл} > U_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X_B) < M_{\Gamma}(X)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница $U_{кр} = -U_{вспом}$, а $U_{вспом}$ находится из условия $\Phi(U_{вспом}) = \frac{1}{2} - \alpha$, где $\Phi(x)$ – интегральная ф-я Лапласа, α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $U_{набл} < U_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается;
 $U_{набл} > U_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается.

4. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней, когда ДИСПЕРСИЯ ГС НЕИЗВЕСТНА.

Нулевая гипотеза $H_0: M(X_B) = M_{\Gamma}(X) = a_0$

Случайная величина для проверки гипотезы $T = \frac{(x_e - a_0)\sqrt{n}}{D_e^*}$

Распределена по закону Стьюдента с $n-1$ степенями свободы

А) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X_B) \neq M_{\Gamma}(X)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница $t_{кр}$ находится из таблицы Стьюдента, α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $|T_{набл}| < t_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;
 $|T_{набл}| > t_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X_B) > M_{\Gamma}(X)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница $t_{кр}$ находится из таблицы Стьюдента, α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $T_{набл} < t_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;
 $T_{набл} > t_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X_B) < M_{\Gamma}(X)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница $t_{кр} = -t_{вспом}$, а $t_{вспом}$ находится из таблицы Стьюдента, α – уровень значимости.

Если $T_{набл} < t_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается;
 $T_{набл} > t_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается.

5. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности.

Нулевая гипотеза $H_0: D_B^* = D_{\Gamma}$

Случайная величина для проверки гипотезы $\chi^2 = \frac{(n-1)D_e^*}{D_{\Gamma}}$

распределена по закону χ^2 с $n-1$ степенями свободы

А) Конкурирующая гипотеза $H_1: D_B^* > D_{\Gamma}$

Строится правосторонняя критическая область, где граница $\chi^2_{кр}$ находится из таблицы χ^2 , α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;
 $\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза $H_1: D^*_B \neq D_\Gamma$

Строится двусторонняя критическая область, где $\chi^2_{кр прав}$ находится из таблицы χ^2 для $\alpha/2$, а $\chi^2_{кр лев}$ находится из таблицы χ^2 для $1-\alpha/2$, α – уровень значимости.

$\chi^2_{кр лев} < \chi^2_{набл} < \chi^2_{кр прав} \Rightarrow H_0$ принимается;

Если $\begin{cases} \chi^2_{набл} > \chi^2_{кр пр} \\ \chi^2_{набл} < \chi^2_{кр лев} \end{cases} \Rightarrow H_0$ отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза $H_1: D^*_B < D_\Gamma$

Строится левосторонняя критическая область, где граница $\chi^2_{кр}$ находится из таблицы χ^2 для $1-\alpha$, причем α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;

$\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

6. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, ДИСПЕРСИИ которых НЕИЗВЕСТНЫ, а выборки зависимы.

Нулевая гипотеза $H_0: M(X)=M(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы $T = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{S_d}$

где $S_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - (\sum d_i)^2 / n}{n-1}}$, $d_i = x_i - y_i$

Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X) \neq M(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница $t_{кр}$ находится из таблицы Стьюдента, α – выбранный исследователем уровень значимости, $n-1$ – количество степеней свободы.

Если $|T_{набл}| < t_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;

$|T_{набл}| > t_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

7. Сравнение средних двух произвольных генеральных совокупностей (большие выборки >30).

Если выборки велики, то можно предполагать, что их средние распределены нормально. Тогда можно проверять гипотезу $H_0: M(X)=M(Y)$ как и в случае нормальных выборок (п.1)

8. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, ДИСПЕРСИИ которых НЕИЗВЕСТНЫ и ОДИНАКОВЫ (выборки малые).

Нулевая гипотеза $H_0: M(X)=M(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n_x - 1)D_s^*(x) + (n_y - 1)D_s^*(y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_x \cdot n_y \cdot (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}$$

распределена по закону Стьюдента с n_x+n_y-2 степенями свободы

А) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X) \neq M(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница $t_{кр}$ находится из таблицы Стьюдента, α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $|T_{набл}| < t_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;

$|T_{набл}| > t_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X) > M(Y)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница $t_{кр}$ находится из таблицы Стьюдента, α – выбранный исследователем уровень значимости.

Если $T_{набл} < t_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается;
 $T_{набл} > t_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза $H_1: M(X_B) < M_T(X)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница $t_{лев кр} = -t_{пр.кр}$, а $t_{пр кр}$ находится из таблицы Стьюдента, α – уровень значимости.

Если $T_{набл} < t_{кр} \Rightarrow H_0$ отвергается;
 $T_{набл} > t_{кр} \Rightarrow H_0$ принимается.

ЗАМЕЧАНИЕ. Если $D_6^*(x) \neq D_6^*(y)$, то следует проверить гипотезу о равенстве дисперсий ГС (п.2), и, если она подтвердится, действовать по данному алгоритму.

Форма отчетности:

Результаты расчетов представить в электронной форме и распечатанном виде.

Задания для самостоятельной работы:

N – Ваш номер по списку в журнале преподавателя

В предлагаемых ситуациях проверьте различные гипотезы, соответствующие смыслу.

Задача 1.

На стрельбище принимали зачет у двух артиллерийских расчетов. Первый сделал 8 выстрелов и получил следующие расстояния от места падения снаряда до мишени:

|10N-1|, |20N-35|, |12N+2|, |15N-87|, |18N+54|, |30N-125|, |7N+115|, |25N-45|.

Второй сделал 6 выстрелов и получил результаты:

|15N-48|, |13N-225|, |21N+14|, |7N-135|, |20N-69|, |22N-125|.

Задача 2.

Два автомата по разделке теста работают в одном цехе. первый прошел капитальный ремонт, а второй – еще нет. Выясните, какой из них работает лучше, если для первого автомата получены результаты взвешивания (в граммах):

10N+2, 11N-5, 14N-5, 9N+8, 10N-3, 10N+5, 11N-8, 9N+9, 8N+7, 13N, 11N-1, 11N+2, 11N+5, 8N+9, 9N-2;

для второго автомата:

11N+3, 12N-5, 15N-7, 9N+8, 12N-3, 13N-7, 11N+8, 9N-1, 8N+17, 13N-3, 11N-2, 21N-10, 15N-8.

Задача 3.

(N=k+10, k – Ваш номер по списку в журнале преподавателя).

На двух аналитических весах в одном и том же порядке взвешены пробы вещества.

Получены следующие результаты:

I	N+3	2N-3	N+11	3N-1	3N+4	2N+7	5N	2N+1	3N-6
II	N-1	2N+5	N+9	3N+2	3N+2	2N+8	4N	2N-2	3N+2

При уровне значимости 0,01 установить, значимы ли различия в результатах взвешиваний, при условии, что они распределены нормально.

Рекомендации к выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Изучить лекционный материал и материал, представленный в методических указаниях и в рекомендуемых источниках.

Основная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492>

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт, 2010. - 404 с. - (Основы наук).

Дополнительная литература

1. Нейман, Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики : научное издание / Ю. Нейман; Под ред. Ю. В. Линника; Пер. с англ. - Москва : Наука, 1968. - 448 с.
2. Геврасева С.А., Ларионова О.Г. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. -136 с.
3. Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Вероятность случайного события. Методические указания. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008.- 48 с.
4. Ларионова О.Г., Геврасева, С.А. Математическая статистика: учеб. пособие / О.Г.Ларионова, С.А. Геврасева. – 3-е изд. перераб. и доп. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. – 66с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Статистическая гипотеза, виды гипотез. Область принятия, область отказа от гипотезы, уровень значимости, виды ошибок и рисков при проверке гипотез, статистический критерий
2. Статистическая гипотеза, виды гипотез, виды статистических критериев, виды критических областей, алгоритм статистической проверки статистических гипотез.
4. Понятие критерия согласия. Критерии Смирнова и Колмогорова, критерий Пирсона.
5. Гипотезы о средних. Гипотезы о дисперсиях.

Лабораторная работа №3

Корреляция для малой двумерной выборки. Корреляция для большой двумерной выборки. Множественная линейная корреляция. Ранговая корреляция

Цель работы:

1. освоить метод наименьших квадратов для построения линии регрессии, уяснить понятие корреляции
2. освоить приемы построения корреляционных полей и линий тренда, научиться сравнивать результаты и выбрать оптимальный вариант
3. сформировать представление о возможностях корреляционного анализа, методы которого позволяют работать с многомерными объектами
4. сформировать представление о возможностях корреляционного анализа, методы которого позволяют работать с объектами, отличающимися по качественным характеристикам.
5. уяснить понятие факторного анализа, научиться выдвигать и проверять гипотезы о значимости фактора, освоить приемы работ с таблицами и вычислений по формулам в Excel.

Задание:

1. По заданной двумерной выборке (X, Y) объема 30 методом наименьших квадратов найти параметры уравнения регрессии. Проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции. Построить несколько вариантов корреляционного поля с линией тренда и коэффициентом аппроксимации. Определить, какая из линий наиболее точно описывает ситуацию.
2. По данной двумерной выборке большого объема автоматически построить несколько (6-7) диаграмм корреляционного поля с линиями тренда, уравнениями и коэффициентами аппроксимации. По данной трехмерной выборке построить парные корреляционные поля с линиями тренда и коэффициентами аппроксимации. Те варианты, связь между которыми наиболее слабая, выбрать в качестве переменных, а третью переменную – взять в качестве функции.
3. По данной выборке двух качественных признаков составить последовательности рангов x_i и y_i . Найти коэффициент выборочной ранговой корреляции. При уровне значимости $\alpha=0,01$ проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции

Спирмена

4. По данной выборке (p уровней, q испытаний) автоматически найти групповые средние, общую среднюю

Порядок выполнения:

1. По заданной двумерной выборке (X, Y) объема 30 методом наименьших квадратов найти параметры уравнения регрессии. Для этого составить систему уравнений вида

$$\begin{cases} k \sum_i x_i^2 + b \sum_i x_i = \sum_i y_i x_i \\ k \sum_i x_i + bn = \sum_i y_i \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера, используя возможности Excel вычисления по формулам:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i \\ \sum_i x_i & n \end{vmatrix} = n \sum_i x_i^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2,$$

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i \\ \sum_i y_i & n \end{vmatrix} = n \sum_i x_i y_i - \sum_i x_i \sum_i y_i,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i y_i \end{vmatrix} = \sum_i y_i \sum_i x_i^2 - \sum_i x_i \sum_i x_i y_i,$$

$$k = \frac{\Delta_k}{\Delta}, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}.$$

Составить уравнение линейной регрессии $y = kx + b$.

3. С помощью мастера диаграмм построить корреляционное поле, на нем указать уравнение линии тренда, коэффициент аппроксимации. Уравнение, полученное средствами Excel, должно совпасть с выведенным Вами.

4. Автоматически найти средние квадратические отклонения по каждой выборке отдельно (σ_x, σ_y) и вычислить выборочный коэффициент корреляции

$$r_B = k \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

Извлечь корень квадратный из коэффициента аппроксимации, полученного автоматически (не забудьте о знаке) и сравните с r_6 , они должны быть одинаковы.

5. Проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции, используя случайную величину

$$T = r_6 \sqrt{\frac{n-2}{1-r_6^2}}$$

и таблицу критических точек распределения Стьюдента для двусторонней критической области.

6. Сделать вывод о наличии или отсутствии связи между исследуемыми генеральными совокупностями.

7. Построить несколько вариантов корреляционного поля с линией тренда и коэффициентом аппроксимации. Определить, какая из линий наиболее точно описывает ситуацию. Используя уравнение этой линии, найти значения функции при двух значениях

аргумента, не попадающих в интервал от наименьшего до наибольшего значения (экстраполяция), и одно, не совпадающее с внутренними значениями вариант (интерполяция).

Для построения диаграммы:

1. Выделить статистические ряды.
2. Вставить диаграмму: Вставка - Диаграмма - тип: точечная
3. Щелчок по маркерам: добавить линию тренда
выбираем тип линии
на вкладке «параметры» установить флажок
-показывать уравнение на диаграмме;
-поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2).

Линейное уравнение множественной корреляции имеет вид

$$z = ax + by + c,$$

где

$$a = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{1 - r_{xy}^2} \cdot \frac{\sigma_z}{\sigma_x}, \quad b = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{1 - r_{xy}^2} \cdot \frac{\sigma_z}{\sigma_y},$$

$$c = \bar{z} - a\bar{x} - b\bar{y},$$

$$r_{xz(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \cdot (1 - r_{yz}^2)}}, \quad r_{yz(x)} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \cdot (1 - r_{xz}^2)}}.$$

r_{xz} , r_{xy} , r_{yz} – корни квадратные из соответствующих аппроксимаций, найденных автоматически.

Выполненная работа содержит: парные диаграммы корреляции, линии тренда, парные коэффициенты аппроксимации для линейной регрессии, значения коэффициентов парной линейной корреляции $r_{xz(y)}$, $r_{yz(x)}$, коэффициенты для уравнения линейной множественной корреляции и само уравнение линейной множественной корреляции.

1. По данной выборке двух качественных признаков составить последовательности рангов x_i и y_i . Найти коэффициент выборочной ранговой корреляции:

$$\rho_6 = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n^3 - n},$$

где $d_i = x_i - y_i$.

2. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена, используя случайную величину

$$T_{кр} = t_{кр}(\alpha, k) \sqrt{\frac{1 - \rho_6^2}{n - 2}},$$

где n – объем выборки, $k = n - 2$, $t_{кр}(\alpha, k)$ находится по таблице критических точек распределения Стьюдента для двусторонней критической области. Сделать практический вывод.

По данной выборке (p уровней, q испытаний) автоматически найти групповые средние, общую среднюю, а затем вычислить:

а) общую сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от общей средней

$$S_{общ} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p x_{ij}^2 - pq(\bar{x})^2$$

Вычислить обе части формулы и сравнить.

б) факторную сумму квадратов отклонений групповой средней от общей средней

$$S_{факт} = q \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{2j} - \bar{x})^2 = q \left(\sum_{j=1}^p \bar{x}_{2j}^2 - p \bar{x}^2 \right)$$

Вычислить обе части формулы и сравнить.

в) остаточную сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от групповых

средних

$$S_{осм} = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^q (x_{ij} - \bar{x}_{.j})^2$$

г) проверить правильность вычислений по формуле

$$S_{общ} = S_{факт} + S_{осм}$$

Для вычислений необходимо составить таблицы: основную, квадратов данных, отклонений данных от общей средней, квадратов отклонений данных от общей средней, отклонений данных от групповых средних, квадратов отклонений данных от групповых средних. Не забывайте о возможностях Excel.

По полученным данным найти соответствующие дисперсии:

- общую $D_{общ} = \frac{S_{общ}}{pq - 1}$,

- факторную $D_{факт} = \frac{S_{факт}}{p - 1}$,

- остаточную $D_{осм} = \frac{S_{осм}}{pq - p}$.

Проверить гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсий.

Выдвигаем нулевую гипотезу, состоящую в том, что генеральные дисперсии рассматриваемых генеральных совокупностей равны между собой: $H_0: D(X) = D(Y)$. Учитывая, что исправленные дисперсии являются несмещенными оценками генеральных дисперсий, требуется проверить, что математические ожидания исправленных выборочных дисперсий равны между собой. Конкурирующая гипотеза состоит в том, что исправленные дисперсии значимо различаются между собой.

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы принимается отношение большей исправленной выборочной дисперсии к меньшей. $F = \frac{D_{больш}}{D_{меньш}}$.

Критическая область строится в зависимости от конкурирующей гипотезы.

А) $D(X) > D(Y)$. Строится правосторонняя критическая область, и по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора по выбранному уровню значимости α и количеству степеней свободы $k_1 = n - 1$ (для выборки с большей дисперсией) и $k_2 = n - 1$ (для выборки с меньшей дисперсией) находят $F_{крит}$. И если $F_{набл} < F_{крит}$ – нет оснований отвергать нулевую гипотезу. Иначе гипотеза отвергается.

Б) $D(X) \neq D(Y)$. Строится двусторонняя критическая область, и по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора по выбранному уровню значимости $\alpha/2$ и количеству степеней свободы $k_1 = n - 1$ (для выборки с большей дисперсией) и $k_2 = n - 1$ (для выборки с меньшей дисперсией) находят $F_{крит}$. И если $F_{набл} < F_{крит}$ – нет оснований отвергать нулевую гипотезу. Иначе гипотеза отвергается.

1. Разное количество испытаний на всех уровнях

По данной выборке (p уровней, q_1, q_2, \dots, q_p испытаний) автоматически найти групповые средние, общую среднюю, а затем вычислить:

а) общую сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от общей средней ($n = q_1 + q_2 + \dots + q_p$)

$$S_{общ} = \sum_{i=1}^{q_1} x_{i1}^2 + \sum_{i=1}^{q_2} x_{i2}^2 + \dots + \sum_{i=1}^{q_p} x_{ip}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{q_1} x_{i1} + \sum_{i=1}^{q_2} x_{i2} + \dots + \sum_{i=1}^{q_p} x_{ip} \right)^2}{n}$$

б) факторную сумму квадратов отклонений групповой средней от общей средней

$$S_{\text{факт}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{q_1} x_{i1}\right)^2}{q_1} + \frac{\left(\sum_{i=1}^{q_2} x_{i2}\right)^2}{q_2} + \dots + \frac{\left(\sum_{i=1}^{q_p} x_{ip}\right)^2}{q_p} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{q_1} x_{i1} + \sum_{i=1}^{q_2} x_{i2} + \dots + \sum_{i=1}^{q_p} x_{ip}\right)^2}{n}$$

в) остаточную сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от групповых средних, исходя из условия:

$$S_{\text{общ}} = S_{\text{факт}} + S_{\text{ост}}$$

Как и в предыдущем случае найти дисперсии и проверить гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсий. Сделать практические выводы.

Форма отчетности:

Выполненная работа содержит: выборку в первоначальном виде, диаграммы корреляционного поля с линиями тренда, уравнением корреляции и коэффициентом аппроксимации. Вывод о том, какая из линий наиболее точно описывает ситуацию.

Задания для самостоятельной работы:

1. Дать количественную характеристику зависимости между обеспеченностью рабочей силой (X) чел/га и производством продукции (Y) на 100 га сельскохозяйственных угодий по предприятиям Краснодарского края по приведенным данным.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	7,2	15,3	10,7	6,9	9,5	11,6	8,9	10,2	7,8	4,8	7,4	10	9,6	6,6	5,8
y	199	413	208	212	271	215	205	336	251	195	275	319	300	232	242
№	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
x	7,4	16,8	9,2	6,9	9,5	14,8	11,4	10,2	7,8	5,8	7,4	11,3	9,4	6,5	5,8
y	199	450	178	212	271	265	310	336	251	195	275	319	275	232	242

2. Исследовалась связь между численностью населения города X (млн. чел.) и объемом уплаченных налогов Y (млрд. руб. в год). Установить наиболее точную связь между этими величинами.

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,27	0,34	0,29	0,38	0,26	0,30	0,26	0,32	0,27	0,33
0,28	0,37	0,28	0,37	0,29	0,38	0,30	0,40	0,27	0,36
0,26	0,31	0,26	0,32	0,29	0,40	0,26	0,32	0,29	0,37
0,28	0,37	0,27	0,32	0,27	0,32	0,25	0,30	0,29	0,38
0,27	0,32	0,29	0,39	0,28	0,35	0,27	0,32	0,27	0,33
0,26	0,31	0,29	0,40	0,29	0,39	0,27	0,35	0,28	0,38
0,26	0,31	0,28	0,37	0,26	0,31	0,29	0,39	0,29	0,38
0,29	0,39	0,25	0,30	0,25	0,29	0,30	0,40	0,28	0,36
0,27	0,33	0,28	0,37	0,27	0,35	0,28	0,36	0,28	0,37
0,29	0,40	0,30	0,40	0,30	0,40	0,28	0,37	0,25	0,30
0,27	0,32	0,27	0,34	0,25	0,30	0,29	0,39	0,28	0,37
0,27	0,34	0,26	0,32	0,29	0,39	0,30	0,41	0,26	0,31
0,29	0,38	0,29	0,40	0,27	0,32	0,26	0,32	0,26	0,33
0,28	0,37	0,30	0,40	0,25	0,29	0,27	0,33	0,30	0,40
0,28	0,35	0,26	0,32	0,27	0,34	0,27	0,35	0,27	0,33
0,28	0,37	0,27	0,35	0,25	0,29	0,28	0,36	0,27	0,34
0,26	0,30	0,30	0,40	0,26	0,32	0,27	0,34	0,27	0,33
0,29	0,38	0,28	0,35	0,27	0,34	0,26	0,31	0,26	0,33
0,28	0,36	0,26	0,32	0,25	0,31	0,29	0,37	0,29	0,39
0,28	0,36	0,27	0,34	0,26	0,31	0,26	0,32	0,25	0,30
0,30	0,40	0,30	0,41	0,28	0,35	0,29	0,38	0,28	0,35
0,25	0,29	0,25	0,30	0,28	0,38	0,27	0,35	0,25	0,29

0,25	0,30	0,26	0,32	0,26	0,31	0,27	0,34	0,25	0,30
0,29	0,40	0,28	0,37	0,30	0,41	0,29	0,39	0,27	0,35
0,26	0,30	0,27	0,35	0,30	0,40	0,26	0,30	0,27	0,33
0,26	0,33	0,26	0,32	0,29	0,37	0,28	0,37	0,29	0,38
0,26	0,31	0,26	0,32	0,29	0,38	0,28	0,35	0,28	0,36
0,26	0,31	0,27	0,33	0,27	0,35	0,29	0,38	0,27	0,34
0,29	0,39	0,29	0,40	0,25	0,29	0,26	0,30	0,26	0,32
0,27	0,33	0,25	0,30	0,28	0,37	0,28	0,37	0,30	0,41
0,29	0,38	0,27	0,34	0,27	0,34	0,29	0,39	0,30	0,40
0,27	0,35	0,25	0,29	0,27	0,34	0,27	0,34	0,26	0,32
0,29	0,40	0,26	0,32	0,25	0,29	0,28	0,37	0,29	0,39
0,29	0,38	0,27	0,36	0,28	0,38	0,30	0,40	0,29	0,40
0,27	0,35	0,26	0,32	0,26	0,31	0,28	0,36	0,29	0,38
0,26	0,31	0,27	0,36	0,29	0,39	0,29	0,39	0,25	0,29
0,26	0,31	0,28	0,36	0,25	0,30	0,28	0,37	0,30	0,40
0,29	0,40	0,30	0,41	0,30	0,41	0,28	0,37	0,26	0,31
0,26	0,31	0,30	0,40	0,25	0,29	0,28	0,35	0,28	0,35
0,27	0,34	0,29	0,40	0,27	0,33	0,27	0,33	0,27	0,34

4.

X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0,07	0,51	2,01	1,79	0,55	3,11	1,96	1,26	3,39
0,53	1,05	2,12	X	1,75	2,61	0,70	0,69	2,17
1,25	0,94	2,68	0,58	0,03	2,14	0,52	1,01	1,96
0,19	1,30	1,52	0,64	1,94	2,11	0,24	0,27	1,72
1,31	0,43	2,83	0,59	1,02	2,25	1,42	0,78	3,02
0,95	1,57	2,39	1,65	0,46	3,51	0,22	1,10	1,94
1,86	1,76	3,33	0,71	1,26	2,32	1,32	1,10	2,55
0,80	1,91	2,41	1,40	0,15	2,98	0,29	1,32	1,65
1,14	0,97	2,48	0,13	0,35	1,45	0,35	0,59	1,96
0,42	1,93	1,99	0,53	1,36	2,50	0,44	1,37	2,34
1,79	0,49	3,53	1,00	1,95	2,16	1,99	1,23	3,32
1,67	1,81	2,87	0,27	1,86	1,63	0,42	1,38	1,68
1,13	1,52	3,10	0,22	1,32	1,77	0,50	1,20	2,26
1,43	1,64	3,04	0,09	0,19	1,81	0,44	0,51	1,99
1,46	1,33	2,91	1,28	0,18	2,57	1,06	1,06	2,55
0,77	1,76	2,17	0,19	1,04	1,51	1,58	1,82	2,71
0,05	1,00	1,38	1,57	1,51	3,47	0,11	0,79	1,50
0,66	1,29	2,53	0,46	1,62	1,67	1,64	1,63	3,09
0,18	0,32	1,67	1,27	0,60	2,80	0,39	0,40	2,07
1,66	1,94	2,93	1,39	0,07	2,73	0,72	1,41	2,35
0,35	0,09	2,21	0,83	1,01	2,67	0,05	0,67	1,66
0,09	1,65	1,55	0,39	0,81	1,95	1,64	1,98	3,08
0,26	1,04	1,53	1,64	0,63	3,14	0,32	1,16	1,86
1,00	1,40	2,49	1,82	0,05	3,29	1,43	1,14	2,87
1,72	1,90	3,65	0,43	0,13	2,36	0,62	1,08	2,52
0,88	0,59	2,64	1,33	0,57	2,68	0,12	1,97	1,68
1,23	0,25	3,09	0,37	1,21	1,61	1,94	1,31	3,17
0,78	0,78	2,37	0,37	0,93	1,82	0,95	1,85	2,17
0,32	0,57	2,04	1,13	1,21	3,10	0,54	0,34	2,49
0,35	1,60	2,25	1,49	1,49	3,16	1,00	1,25	2,79
0,03	0,98	1,48	1,47	1,58	3,29	0,83	1,25	2,24

1,79	1,79	3,06	1,08	1,54	2,80	1,26	1,18	3,18
0,39	1,84	2,31	1,38	0,55	3,28	0,89	1,38	2,57

5. Испытатель Иван Петрович Сидоров решил проверить, существует ли связь между мягкостью шерсти и яркостью расцветки. Он купил 25 мотков пряжи и расставил их по местам в соответствии с признаками:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
м	2	7	8	3	14	7	5	3	1	13	2	4	15	6	9	1	8	5	2	1	1	1	2	7	5
я	13	5	7	1	4	12	1	1	9	2	1	5	8	1	4	3	1	2	6	1	3	7	1	4	1

Найдите выборочный коэффициент ранговой корреляции, проверьте его значимость, сделайте вывод о наличии или отсутствии связи между признаками «мягкость» и «яркость».

6. Задача 1 Психологическая служба предприятия предложила покрасить стены цехов в разные цвета, утверждая, что фактор цвета играет свою роль в повышении производительности. В течение года психологи фиксировали производительность в каждом из четырех цехов. При уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о значимости фактора цвета стен производственных помещений.

В этой же задаче проверьте гипотезу о равенстве средних для разных выборок: для вариантов 1 - 12 Ж и Б, а для вариантов 13 - 25 С и К.

№ контр точки	Цвет			
	Желтый	Синий	Белый	Красный
1	325	456	228	542
2	300	431	290	448
3	360	500	270	498
4	387	492	200	512
5	343	476	257	500
6	400	485	278	569
7	345	400+5N	237	521
8	359	430	300	499
9	407	493	305	400
10	343	438	296	534
11	398	487	279	563
12	320	497	300	570

Задача 2 В питательные коктейли для желающих нарастить мышечную массу добавлялись разные ароматы: малина, ананас, лимон, жасмин. Коктейли были разосланы в 10 городов, откуда получили разное количество отзывов о прибавке в весе за полгода использования коктейля. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о влиянии вкуса коктейля на эффективность прироста мышечной массы. если N меньше 10, то «+», если больше, то «-».

В этой же задаче проверьте гипотезу о равенстве средних по малым выборкам. Для 1-12 варианта М и Л для 13-25 варианта М и Ж.

№ контр точки	Аромат			
	Малина	Ананас	Лимон	Жасмин
1	13	5	3	15

2	7	8	2	20
3	5	7	5	16
4	11	8	7	14
5	10	6	12	15
6	5		8	12
7	9		11	10
8	14			18
9	5			
10	6			

Рекомендации к выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Изучить лекционный материал и материал, представленный в методических указаниях и в рекомендуемых источниках.

Основная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492>
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт, 2010. - 404 с. - (Основы наук).

Дополнительная литература

1. Нейман, Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики : научное издание / Ю. Нейман; Под ред. Ю. В. Линника; Пер. с англ. - Москва : Наука, 1968. - 448 с.
2. Геврасева С.А., Ларионова О.Г. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. -136 с.
3. Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Вероятность случайного события. Методические указания. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008.- 48 с.
4. Ларионова О.Г., Геврасева, С.А. Математическая статистика: учеб. пособие / О.Г.Ларионова, С.А. Геврасева. – 3-е изд. перераб. и доп. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. – 66с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Корреляционное поле. Метод наименьших квадратов.
2. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции.
3. Нелинейная корреляция. Виды зависимостей. Множественная линейная корреляция. Особенности «отношений» переменных.
4. Понятие ранга. Виды ранговых зависимостей. Понятие и вычисление выборочного коэффициента ранговой корреляции. Проверка его значимости .
5. Понятие фактора, уровня фактора, факторной, остаточной, общей дисперсии. Проверка гипотезы о значимом влиянии фактора.

9.2. Методические указания по выполнению контрольной и лабораторной работы

Контрольные и лабораторные работы представляют собой способ проверки знаний обучающегося, его умений и предполагают письменные ответы на поставленные вопросы, либо самостоятельное выполнение практических заданий. Подготовка к контрольным и лабораторным работам состоит в ответственном выполнении всех домашних заданий по дисциплине и самостоятельной проработке основной и дополнительной литературы, а так же рекомендуемых источников.

Наиболее продуктивной является самостоятельная работа в библиотеке, где

доступны основные и дополнительные печатные и электронные источники.

При выполнении приведенных выше рекомендаций подготовка к экзамену сведется к повторению изученного и совершенствованию навыков применения теоретических положений и различных методов решения к стандартным и нестандартным заданиям.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОС Windows 7 Professional

Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level

Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.

ОС Linux

LibreOffice

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

<i>Вид занятия</i> (Лк, ПЗ, ЛР кр, СР...)	<i>Наименование аудитории</i>	<i>Перечень основного оборудования</i>	<i>№ ПЗ, № ЛР</i>
1	3	4	5
Лк	Лекционная аудитория		1-18
ПЗ	Лекционная аудитория		1-8
ЛР	Лаборатория параллельных вычислений	Оборудование 14-ПК i5-2500/H67/4Gb/500Gb (монитор TFT19 Samsung E1920NR); интерактивная доска Smart Board X885ix со встроенным проектором UX60	1-18
КР	Читальный зал №1	Оборудование 10 ПК i5-2500/H67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	
СР	Читальный зал №1	Оборудование 10 ПК i5-2500/H67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС <i>(наименование согласно приложению 5 Положения)</i>
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	1. Случайные события	1.1. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.2. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.3. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.4. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.5. Независимые повторные испытания.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
		2. Случайная величина	2.1 Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.2 Дискретная случайная величина, законы распределения	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.3 Числовые характеристики случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.4 Законы распределения непрерывной случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
		3. Начала математической статистики	3.1 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет

			3.2 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			3.3 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
		4. Статистическая проверка статистических гипотез	4.1. Основные понятия	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			4.3. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
		5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.3. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
ПК-1		3. Начала математической статистики	3.1 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			3.2 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			3.3 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет

		4. Статистическая проверка статистических гипотез	4.1. Основные понятия	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			4.3. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
		5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.3. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
ПК-2		1. Случайные события	1.6. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.7. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.8. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.9. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.10. Независимые повторные испытания.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
		2. Случайная величина	2.5 Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.6 Дискретная случайная величина, законы распределения	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
2.7 Числовые	Индивидуальное			

			характеристики случайной величины.	задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.8 Законы распределения непрерывной случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
		3. Начала математической статистики	3.4 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			3.5 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			3.6 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
		4. Статистическая проверка статистических гипотез	4.1. Основные понятия	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			4.3. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
		5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.3. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
<i>ПК-9</i>		1. Случайные события	1.1. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.2. Случайные события, их виды, классическое	Индивидуальное задание,

			определение вероятности события.	Экзаменационный билет
			1.3. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.4. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
			1.5. Независимые повторные испытания.	Индивидуальное задание, Экзаменационный билет
	2. Случайная величина		2.1 Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.2 Дискретная случайная величина, законы распределения	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.3 Числовые характеристики случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
			2.4 Законы распределения непрерывной случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест, Экзаменационный билет
	3. Начала математической статистики		3.1 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
			3.2 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
			3.3 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
	4. Статистическая проверка статистических гипотез		4.1. Основные понятия	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
			4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
			4.3. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет

				билет
		5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
			5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
			5.3. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет
			5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Кр, Экзаменационный билет

2. Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ 3 семестр	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1	ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	1. Элементы комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения (определения, вычисление).	1. Случайные события
			2. Опыт, событие, виды событий, соотношения, т.е. зависимость, совместность (определения, примеры).	
3. Классическое определение вероятности события (формулировка, формулы, примеры).				
4. Алгебра событий: простое составное, сумма, произведение (построение алгебры по ситуации).				
5. Полная вероятность. Формула Байеса (условия применения, формулы).				
2	ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	6. Повторение испытаний: формула Бернулли, теоремы Муавра-Лапласа (условия применения, формулы).	2. Случайная величина
			7. Случайные величины. Виды СВ (определение примеры).	
3	ПК-9	Способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения	8. Законы распределения случайной величины (определения, способы задания, примеры).	
			9. Законы распределения дискретной случайной величины (названия, примеры, способы построения).	
			10. Функция распределения (определение, свойства).	
			11. Функция плотности распределения (определение, свойства).	

	работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы	12.Числовые характеристики СВ (определения, формулы, смысл, примеры).
		13.Законы распределения непрерывных СВ (определения, свойства, графики, числовые характеристики, примеры).
		14.Случайные величины. Виды СВ (определение примеры).

№ п/п	Компетенции		ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ 4 семестр	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1	ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	1.Предмет математической статистики. Основные задачи математической статистики.	3. Начала математической статистики
			2.Генеральная и выборочная совокупности. Репрезентативная выборка.	
			3.Способы отбора. Представление выборочных данных Эмпирическая функция распределения и ее свойства.	
			4.Точечные оценки параметров и их свойства: несмещенность, эффективность, состоятельность	
			5. Генеральная средняя, выборочная средняя. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Выборочное среднее квадратическое отклонение, асимметрия и эксцесс.	
2	ПК-1	Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	6. Точность оценки. Доверительная вероятность (надежность).	4.Статистическая проверка статистических гипотез
			7. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении.	
3	ПК-2	Способность понимать,	8. Статистическая гипотеза, виды гипотез. Область принятия, область отказа от гипотезы, уровень значимости, виды ошибок и рисков при проверке гипотез, статистический критерий	4.Статистическая проверка статистических гипотез
			9. Статистическая гипотеза, виды гипотез, виды статистических критериев, виды критических областей, алгоритм статистической проверки статистических гипотез.	
			10. Понятие критерия согласия. Критерии Смирнова и Колмогорова, критерий Пирсона.	

4	ПК-9	<p>совершенствовать и применять современный математический аппарат</p> <p>Способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы</p>	11. Гипотезы о средних.	5. Корреляционный анализ
			12. Гипотезы о дисперсиях.	
			13. Понятие зависимости генеральных совокупностей: функциональная, статистическая, корреляционная.	
			14. Корреляционное поле. Метод наименьших квадратов.	
			15. Вывод уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов.	
			16. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции	
			17. Нелинейная корреляция. Виды зависимостей. Множественная линейная корреляция. Особенности «отношений» переменных.	
			18. Понятие ранга. Виды ранговых зависимостей. Понятие и вычисление выборочного коэффициента ранговой корреляции. Проверка его значимости.	
			19. Понятие фактора, уровня фактора, факторной, остаточной, общей дисперсии. Проверка гипотезы о значимом влиянии фактора.	

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p>Знать <i>ОПК-1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – аксиоматику теории вероятностей, основные свойства вероятностей; – закон больших чисел и принципы перехода от реального (выборки) к идеальному (генеральная совокупность); <p><i>ПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – методологию вероятностных исследований; – закон больших чисел и принципы перехода от реального (выборки) к идеальному (генеральная совокупность); <p><i>ПК-9</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - процедуры организации статистических исследований; – приемы перекрестного контроля вычислений; <p>Уметь <i>ОПК-1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать вероятностный и статистический подходы к оценке ситуации; – находить законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин; <p><i>ПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать, вероятностный и статистический подходы к оценке ситуации; – выбирать программные средства для обработки результатов; 	Отлично	Свободно и уверенно находит достоверные источники информации, оперирует предоставленной информацией, отлично владеет навыками анализа и синтеза информации, знает все основные методы решения проблем, предусмотренные учебной программой, знает типичные ошибки и возможные сложности при решении той или иной проблемы и способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи. Демонстрирует на высоком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Грамотно использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.
	Хорошо	В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать и синтезировать предложенную информацию, выбрать метод решения проблемы и решить ее. Допускает единичные серьезные ошибки в решении проблем, испытывает сложности в редко встречающихся или сложных случаях решения проблем, не знает типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Изредка использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.
	Удовлетворительно	Допускает ошибки в определении достоверности источников информации. Демонстрирует на низком уровне способность применять теоретические знания к конкретному фактическому материалу. В отдельных случаях способен правильно решать только типичные, наиболее часто встречающиеся проблемы, задачи в конкретной области. Демонстрирует на низком уровне

<p>– переводить стохастические ситуации в аналитические; <i>ПК-9</i></p> <p>– составлять план статистического исследования в соответствии с поставленными задачами;</p> <p>Владеть <i>ОПК-1</i></p> <p>– основными аналитическими приемами решения вероятностных задач;</p> <p>методиками перехода от частного выборочного случая к принципам и теориям.</p> <p><i>ПК-2</i></p> <p>– основными аналитическими приемами решения вероятностных задач;</p> <p>– методиками проведения вероятностных и статистических расчетов;</p> <p>– способами обработки выборочных данных;</p> <p>приемами построения практически значимых выводов из результатов, полученных по выборке.</p> <p><i>ПК-9</i></p> <p>– основными аналитическими приемами контроля верности решения вероятностных задач;</p> <p>- навыками оценки результатов проведенного статистического исследования..</p>		<p>навыки выполнения расчетов и вычислений.</p>
	<p>Неудовлетворительно</p>	<p>Неспособен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков анализа и синтеза, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.</p>

3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика направлена на ознакомление обучающихся с местом и ролью математики в современном мире, мировой культуре и истории; на получение теоретических знаний и практических навыков применения системы фундаментальных математических знаний для идентификации, формулирования и решения технологических проблем в профессиональной сфере, а также осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде и для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусматривает:

- лекции,
- практические занятия;
- лабораторные работы;
- контрольную работу;
- курсовую работу;
- экзамен;
- самостоятельную работу студента в объемах часов, соответствующих учебному плану направления.

В ходе освоения раздела 1 «Случайные события» знакомятся с ситуациями случайности и закономерности и законами их проявления, они должны уяснить идеи вероятностного изучения реальности, освоить понятие вероятности и правила ее вычисления.

При изучении раздела 2 «Случайная величина» студенты расширяют представления о вероятности случайного события и подходят к восприятию математической статистики.

В разделе 3 «Начала математической статистики» студенты осваивают навыки работы с табличным процессором Excel, выполняя первичную обработку выборочных данных.

Раздел 4 «Статистическая проверка статистических гипотез» помогает понять суть стохастических методов анализа и прогнозирования поведения в случае массовых случайных явлений.

Изучая раздел 5 «Корреляционный анализ», студенты знакомятся с новым взглядом на возможные зависимости между количественными, качественными, а также качественными и количественными признаками в разных ситуациях.

Обучающимся необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для разработки и реализации профессионально ориентированных проектов в последующей учебной деятельности.

В процессе изучения дисциплины рекомендуется на первом этапе обратить внимание на специфику вероятностных ситуаций и умение выбирать методы решения различных задач. Овладение ключевыми понятиями является основой усвоения учебного материала по дисциплине.

При подготовке к экзамену особое внимание необходимо уделить рекомендациям и замечаниям преподавателей, ведущих аудиторные занятия по дисциплине.

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков применения различных методов решения стандартных математических ситуаций.

На лабораторных работах демонстрируются и осваиваются методы обработки информации с помощью компьютерных технологий.

Самостоятельную работу необходимо начинать с чтения лекций и учебников.

В процессе консультации с преподавателем обучающийся выясняет наличие пробелов в знаниях и способах решения разных ситуаций.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.

При проведении аудиторных занятий в виде разнообразных тренингов и ситуаций рекомендуется активно участвовать и отмечать уровень собственных знаний и умение общаться.

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является знакомство обучающихся с вероятностными и статистическими понятиями и методами, приобретение навыков статистического моделирования в профессиональных экономических ситуациях, развитие логического и алгоритмического мышления.

Обучение основным стохастическим методам преследует цель повышения уровня фундаментальной математической подготовки обучающихся в направлении осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде.

Задачи дисциплины состоят в том, чтобы на примерах вероятностных понятий и статистических методов:

- продемонстрировать обучающимся связь случайного и закономерного;
- заложить представления о стохастическом моделировании;
- научить обрабатывать выборочные данные и делать выводы, выдвигать и проверять гипотезы, прогнозируя тем самым, развитие ситуаций;
- расширить математическую базу, необходимую для развития навыков исследовательской и организационно-управленческой деятельности и профессиональных

Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк.-52 час., ПЗ - 34 час.; ЛР – 36 час., СР - 166 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет...360 часов, 10 зачетных единиц

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Случайные события
2. Случайная величина
3. Начала математической статистики
4. Статистическая проверка статистических гипотез
5. Корреляционный анализ

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1 – способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой

ПК-1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям

ПК-2 способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

ПК-9 способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы

4. Вид промежуточной аттестации: экзамен, экзамен, КР.

**Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20__-20__ учебный год**

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

Протокол заседания кафедры № _____ от «__» _____ 20__ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (Ф.И.О.)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС (наименование согласно приложению 5 Положения)
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	1. Случайные события	1.11. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Индивидуальное задание,
			1.12. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Индивидуальное задание,
			1.13. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Индивидуальное задание,
			1.14. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Индивидуальное задание,
			1.15. Независимые повторные испытания.	Индивидуальное задание, кр,
		2. Случайная величина	2.9 Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Индивидуальное задание, Тест
			2.10 Дискретная случайная величина, законы распределения	Индивидуальное задание, Тест
			2.11 Числовые характеристики случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест
			2.12 Законы распределения непрерывной случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест
		3. Начала математической статистики	3.4 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Кр

		4. Статистическая проверка статистических гипотез	3.5 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Индивидуальное задание, Кр		
			3.6 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Кр		
			4.4. Основные понятия	Индивидуальное задание, Кр		
		5. Корреляционный анализ	4.5. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Кр		
			4.6. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Кр		
			5.5. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Индивидуальное задание, Кр		
			5.6. Нелинейная и множественная корреляция	Индивидуальное задание, Кр		
		3. Начала математической статистики	5.7. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Кр		
			5.8. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Кр		
		ПК-1	Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	4. Статистическая проверка статистических гипотез	3.7 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Кр
					3.8 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Индивидуальное задание, Кр
					3.9 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Кр
				5. Корреляционный анализ	4.4. Основные понятия	Индивидуальное задание, Кр
					4.5. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Кр
4.6. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Кр					
3. Начала математической статистики	5.5. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция			Индивидуальное задание, Кр		
	5.6. Нелинейная и множественная			Индивидуальное задание, Кр		

			корреляция	
			5.7. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Кр
			5.8. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Кр
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	1. Случайные события	1.1. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Индивидуальное задание, кр,
			1.2. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Индивидуальное задание, кр,
			1.3. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Индивидуальное задание, кр
			1.4. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Индивидуальное задание, кр,
			1.5. Независимые повторные испытания.	Индивидуальное задание, кр,
		2. Случайная величина	2.1 Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Индивидуальное задание, Тест
			2.2 Дискретная случайная величина, законы распределения	Индивидуальное задание, Тест
			2.3 Числовые характеристики случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест
			2.4 Законы распределения непрерывной случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест
		3. Начала математической статистики	3.1 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Кр
			3.2 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Индивидуальное задание, Кр
			3.3 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Кр

		4. Статистическая проверка статистических гипотез	4.1. Основные понятия	Индивидуальное задание, Кр
			4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Кр
			4.3. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Кр
		5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Индивидуальное задание, Кр
			5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Индивидуальное задание, Кр
			5.3. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Кр
			5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Кр
ПК-9	Способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы	1. Случайные события	1.1. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Индивидуальное задание, кр,
			1.2. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Индивидуальное задание, кр,
			1.3. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Индивидуальное задание, кр
			1.4. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Индивидуальное задание, кр,
			1.5. Независимые повторные испытания.	Индивидуальное задание, кр,
		2. Случайная величина	2.1 Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Индивидуальное задание, Тест
			2.2 Дискретная случайная величина, законы распределения	Индивидуальное задание, Тест
			2.3 Числовые характеристики случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест
			2.4 Законы распределения непрерывной случайной величины.	Индивидуальное задание, Тест
		3. Начала математической статистики	3.1 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Индивидуальное задание, Кр,
			3.2 Статистические	Индивидуальное

			оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	задание, Кр,
			3.3 Интервальные оценки	Индивидуальное задание, Кр,
		4. Статистическая проверка статистических гипотез	4.1. Основные понятия	Индивидуальное задание, Кр,
			4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Индивидуальное задание, Кр,
			4.3. Проверка различных гипотез.	Индивидуальное задание, Кр,
		5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Индивидуальное задание, Кр,
			5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Индивидуальное задание, Кр,
			5.3. Ранговая корреляция	Индивидуальное задание, Кр,
			5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Индивидуальное задание, Кр,

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Так как текущий контроль проводится в форме тестирования и предназначен для проверки знаний самими обучающимися, тест может быть зачтен или не зачтен. В дальнейшем студенты могут повторить попытки выполнить тест по той теме, где были обнаружены пробелы в его знаниях.

Показатели	Оценка	Критерии
Знать <i>ОПК-1</i> – аксиоматику теории вероятностей, основные свойства вероятностей; – закон больших чисел и принципы перехода от реального (выборки) к идеальному (генеральная совокупность); <i>ПК-2</i> – методологию вероятностных исследований; – закон больших чисел и принципы перехода от реального (выборки) к идеальному (генеральная совокупность); <i>ПК-9</i> - процедуры организации статистических исследований; – приемы перекрестного контроля вычислений; Уметь <i>ОПК-1</i> – использовать вероятностный и статистический подходы к оценке ситуации;	Отлично	Свободно и уверенно находит достоверные источники информации, оперирует предоставленной информацией, отлично владеет навыками анализа и синтеза информации, знает все основные методы решения проблем, предусмотренные учебной программой, знает типичные ошибки и возможные сложности при решении той или иной проблемы и способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи. Демонстрирует на высоком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Грамотно использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.
	Хорошо	В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать и синтезировать предложенную информацию, выбрать метод решения проблемы и решить ее. Допускает единичные серьезные ошибки в решении проблем, испытывает сложности в редко встречающихся или сложных случаях решения проблем, не знает типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Изредка использует при этом возможности вычислительных

<ul style="list-style-type: none"> – находить законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин; <i>ПК-2</i> – использовать, вероятностный и статистический подходы к оценке ситуации; – выбирать программные средства для обработки результатов; – переводить стохастические ситуации в аналитические; <i>ПК-9</i> – составлять план статистического исследования в соответствии с поставленными задачами; 		устройств и информационных технологий.
<ul style="list-style-type: none"> – составлять план статистического исследования в соответствии с поставленными задачами; <p>Владеть <i>ОПК-1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –основными аналитическими приемами решения вероятностных задач; методиками перехода от частного выборочного случая к принципам и теориям. <i>ПК-2</i> –основными аналитическими приемами решения вероятностных задач; –методиками проведения вероятностных и статистических расчетов; –способами обработки выборочных данных; приемами построения практически значимых выводов из результатов, полученных по выборке. <i>ПК-9</i> –основными аналитическими приемами контроля верности решения вероятностных задач; - навыками оценки результатов проведенного статистического исследования.. 	<p>Удовлетв орительно</p>	Допускает ошибки в определении достоверности источников информации. Демонстрирует на низком уровне способность применять теоретические знания к конкретному фактическому материалу. В отдельных случаях способен правильно решать только типичные, наиболее часто встречающиеся проблемы, задачи в конкретной области. Демонстрирует на низком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений.
<ul style="list-style-type: none"> –основными аналитическими приемами решения вероятностных задач; –методиками проведения вероятностных и статистических расчетов; –способами обработки выборочных данных; приемами построения практически значимых выводов из результатов, полученных по выборке. <i>ПК-9</i> –основными аналитическими приемами контроля верности решения вероятностных задач; - навыками оценки результатов проведенного статистического исследования.. 	<p>Неудовле творитель но</p>	Неспособен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков анализа и синтеза, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.

Фонд тестовых заданий

по дисциплине

Б1.Б.13 Теория вероятностей и математическая статистика

Математика

ТЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ТЕСТА

№ раздела	Наименование раздела	№ задания	Тема задания
1.	Случайные события	II, III	Элементы комбинаторики
		I, IV, VII, X	Алгебра событий
		V, VI	Вероятность события
		VIII, XI, XII	Повторение испытаний
2.	Случайная величина	IX	Числовые характеристики

Образец тестового задания на экзамен

I. Хозяин проводит ревизию в киосках Алексеевой и Ерофеевой. Событие A – обнаружена недостача у Алексеевой, событие E – обнаружена недостача у Ерофеевой.

Что означают следующие события:

- 1) недостача у обеих $A+E$
- 2) недостача только у одной $B) AE$
- 3) недостача хотя бы у одной $C) \bar{A}\bar{E}$
- 4) недостача не обнаружена у обеих $D) \bar{A}\bar{E}+AE$
- E) $A\bar{E}+\bar{A}E$
- F) $A\bar{E}+\bar{A}E+AE$
- G) $\bar{A}+\bar{E}$

Составьте цепочку из цифр и соответствующих им букв. Например, 1A, 2B, ...

II. Число A_{100}^3 больше числа A_{100}^2 в...

- 1) 102 раза
- 2) 98 раз
- 3) 100 раз
- 4) 95 раз
- 5) они равны

III. Для решения задачи «Сколько существует вариантов распределить 25 путевок в санаторий предприятия на один сезон среди 120 работников?» необходимо использовать:

- 1) перестановки
- 2) размещения
- 3) сочетания
- 4) перестановки с повторениями
- 5) размещения с повторениями

IV. По мишени произведено 3 выстрела. Событие A_i – попадание при i -том выстреле. Выберите утверждение, соответствующее событию $A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$:

- 1) попадание хотя бы при одном выстреле
- 2) попадание при двух выстрелах
- 3) все выстрелы удачные
- 4) все выстрелы неудачные
- 5) только один выстрел удачный

V. В инструментальном ящике лежат 7 нестандартных и 5 годных деталей. Наугад вынимается одна деталь. Какова вероятность того, что эта деталь стандартна?

- 1) $7/5$;
- 2) $5/7$;
- 3) $1/5$;
- 4) $1/7$;
- 5) $5/12$

VI. Из ящика (задача II) вынимается три детали. Какова вероятность того, что две из них годны?

- 1) $7/22$;
- 2) $2/5$;
- 3) $2/7$;
- 4) $3/7$;
- 5) $5/22$

VII. Вероятность того, что в текущем году рожь даст урожай выше, чем в прошлом, равна 0,6, для пшеницы – 0,5, для гречихи – 0,8. Какова вероятность того, что хотя бы одна из сельскохозяйственных культур даст урожай выше, чем в прошлом году?

- 1) 0,24; 2) 0,76; 3) 0,84; 4) 0,96; 5) 1,26

VIII. Каждый из десяти компьютеров дисплейного класса требует вмешательства инженера в течение рабочей недели с вероятностью 0,3. Найти вероятность того, что в течение ближайшей недели потребуют вмешательства не менее двух компьютеров.

- 1) $\approx 0,85$; 2) $\approx 0,24$; 3) $\approx 0,15$; 4) $\approx 1,24$; 5) $\approx -0,3$

IX. Найдите математическое ожидание случайной величины, заданной законом распределения

X	3	7	9	12
P	0,3	0,2	0,1	0,4

- 1) 5; 2) 8; 3) 10; 4) 6; 5) 4

X. Бросают два кубика. События А – «на первом кубике выпала тройка» и В – «на втором кубике выпала шестерка» являются

- 1) независимыми 2) несовместными 3) зависимыми 4) совместными 5) невозможными

XI. На стенде испытывают 10 ламп накаливания. Вероятность для каждой из них не сгореть во время эксперимента равна 0,8. С помощью формулы $P = C_{10}^1 \cdot 0,2 \cdot 0,8^9$ вычисляется вероятность того, что

- 1) три лампы сгорят 2) не сгорят пять или шесть ламп
3) сгорит не более одной лампы 4) сгорит только одна лампа
5) сгорит хотя бы одна лампа

XII. Монета брошена 5 раз. К событию А – «герб выпал менее 3 раз» противоположным будет событие

- 1) «герб выпал более 3 раз» 2) «герб выпал не более 3 раз»
3) «герб выпал не менее 3 раз» 4) «герб выпал 4 раза»
5) «герб выпал 5 раз»

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от «12» марта 2015 г. №228 и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018 г. №130

Программу составил:

Медведева О.И. к.т.н, доцент каф. Математики и физики _____
Сташок О.В. к.т.н, доцент каф. Математики и физики _____

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математики и физики от «21» ноября 2018 г., протокол № 3

Заведующий кафедрой
Математики и физики _____ О.И.Медведева

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий выпускающей кафедрой МиФ _____ О.И. Медведева

Директор библиотеки _____ Т.Ф.Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ЕН факультета

от «20» декабря 2018 г., протокол № 4
Председатель методической комиссии факультета _____ М.А. Варданян

СОГЛАСОВАНО:
Начальник
учебно-методического управления _____ Г.П. Нежевец

Регистрационный № _____
(методический отдел)