МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики и физики

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
______________Е.И.Луковникова
«_____» декабря 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Б1.Б.18

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

01.03.02 Прикладная математика и информатика

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ
Инженерия программного обеспечения

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ **Стр.**

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина Б1.Б.18 Методы оптимизации охватывает круг вопросов, относящихся к научно-исследовательскому виду профессиональной деятельности.

Цель дисциплины

Ознакомление обучающихся с общей теорией экстремальных задач (минимизация функционалов на подмножествах нормированных пространств, вариационное исчисление и оптимальное управление). Показать их роль в прикладных задачах, вооружить теоретическими и численными методами, применяемыми для решения широкого круга инженерных, математических, экономических задач. Ознакомление с пакетами прикладных программ, ориентированными на решение таких задач.

Задачи дисциплины

- обучение методам аналитического и компьютерного формализованного представления знаний и реализации логических выводов для последующей выработки и принятия человеком вариантов принимаемого решения;
- формирование умения и навыков самостоятельного исследования и решения различного рода оптимизационных задач путем применения теоретических знаний и математических пакетов программирования.

Код компетенции	**Содержание компетенций**	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
1	**2**	**3**
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	**знать:** -основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; **уметь:** –применять аппарат математики и информатики для решения практических задач; **владеть:** – методами решения математических задач
ОК-3	Способность использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности	**знать:** - способы решения стандартных экономических задач в различных сферах жизнедеятельности **уметь:** – применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии **владеть:** - приемами решения задач профессиональной деятельности

ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	**знать:** - современный математический аппарат **уметь:** - пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных разработках в методах оптимизации **владеть:** - методами оптимизации в различных сферах жизнедеятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.18 Методы оптимизации относится к базовым.

Дисциплина Методы оптимизации базируется на знаниях, полученных при изучении учебной дисциплины Математический анализ.

Основываясь на изучении Математического анализа, дисциплина Методы оптимизации представляет основу для изучения дисциплины Прикладные пакеты оптимизации.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	***Курс***	***Семестр***	***Трудоемкость дисциплины в часах***						***Контрольная работа***	***Вид промежуточной аттестации***
			Всего часов (с экз.)	***Аудиторных часов***	***Лекции***	***Лабораторные работы***	***Практические занятия***	***Самостоятельная работа***		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Очная	3	5	144	68	17	17	34	31	-	Экзамен
Заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	*Трудо-емкость (час.)*	*в т.ч. в интерактивной, активной, инновациионной формах, (час.)*	*Распределение по семестрам, час*
			5
1	**2**	**3**	**4**
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	68	6	68
Лекции (Лк)	17	6	17
Практические занятия (ПЗ)	34	-	34
Лабораторные работы (ЛР)	17	-	17
Групповые (индивидуальные) консультации	+	-	+
II. Самостоятельная работа обучающихся (СР)	31	-	31
Подготовка к лабораторным работам	16	-	16
Подготовка к экзамену в течение семестра	15	-	15
III. Промежуточная аттестация экзамен	45	-	45
Общая трудоемкость дисциплины час.	144	-	144
зач. ед.	4	-	4

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для очной формы обучения:

№ раз-дела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоемкость (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*			
			учебные занятия			*самостоятельная работа обучающихся**
			лекции	*лабораторные работы*	*практические занятия*	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1.	**Функционалы в нормированных пространствах**	**41**	**7**	**7**	**14**	**13**
1.1.	Производная отображения	12	2	2	4	4
1.2	Точки локального и глобального минимума.	17	3	3	6	5
1.3	Необходимые и достаточные условия минимума	12	2	2	4	4
2	**Вариационное исчисление**	**58**	**10**	**10**	**20**	**18**
2.1	Простейшая задача вариационного исчисления	10	2	2	4	2
2.1	Функционал, зависящий от нескольких функций, простейшая задача в	11	2	2	4	3

	параметрической форме					
2.3	Функционал, зависящий от старших производных, функционал, зависящий от функции нескольких переменных	10	1	1	4	4
2.4	Задача на условный экстремум, изопериметрическая задача	15	3	3	4	5
2.5	Необходимые условия слабого экстремума 2-го порядка, достаточные условия слабого экстремума 2-го порядка	12	2	2	4	4
	ИТОГО	**99**	**17**	**17**	**34**	**31**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

№ раздела и темы	***Наименование раздела и темы дисциплины***	***Содержание лекционных занятий***	***Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)***
1	**2**	**3**	**4**
1.	**Функционалы в нормированных пространствах**		
1.1	Производная отображения	Обзор различных определений производной в бесконечномерном пространстве (Фреше, Гато, Лагранжа). Формулы конечных приращений для производных Гато и Фреше. Теорема о полной производной	-
1.2	Точки локального и глобального минимума.	Определение локального и глобального минимума функционала. Определение конуса допустимых направлений. Вычисление конуса допустимых направлений для выпуклого множества, заданного неравенствами	-
1.3	Необходимые и достаточные условия минимума	Доказательство теоремы Люстерника. Вычисление конуса допустимых направлений для множества, заданного неравенствами по теореме Люстерника. Вывод необходимых условий 1-го порядка. Вывод достаточных условий 1-го порядка Вывод необходимых условий 2-го порядка. Вывод достаточных условий 2-го порядка	Проблемная лекция(2 час)
2	**Вариационное исчисление**		
2.1	Простейшая задача вариационного исчисления	Задача Дидоны, задача о брахистохроне. Обобщение до простейшей задачи вариационного исчисления	Проблемная лекция(2 час)

2.2	Функционал, зависящий от нескольких функций, простейшая задача в параметрической форме	Формулировка теоремы о функционале, зависящем от нескольких функций. Пример задачи в параметрической форме	
2.3	Функционал, зависящий от старших производных, функционал, зависящий от функции нескольких переменных	Формулировка теоремы о функционале, зависящем от старших производных. Пример. Формулировка теоремы о функционале, зависящем от функции нескольких переменных. Пример.	
2.4	Задача на условный экстремум, изопериметрическая задача	Формулировка задачи на условный экстремум и изопериметрическая задача. Теорема Эйлера. Сведение задачи к безусловному экстремуму.Формулировка задачи со свободным правым концом, задача с правым концом, лежащим на заданной кривой. Нахождение геодезических на заданной поверхности.	Проблемная лекция(2 час)
2.5	Необходимые условия слабого экстремума 1-го и 2-го порядка, достаточные условия слабого экстремума 1-го и 2-го порядка	Условие Лежандра, усиленное условие Лежандра. Уравнение Якоби, условие Якоби, усиленное условие Якоби. Формулировка необходимых и достаточных условий слабого экстремума 2-го порядка.Поле экстремалей, функция наклона поля, инвариантный интеграл Гильберта. Функция Вейерштрасса	

4.3. Лабораторные работы

№ п/п	***Номер раздела дисциплины***	***Наименование лабораторной работы***	***Объем (час.)***	***Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)***
1.	**1.**	Производная отображения. Точки экстремума	7	-
2.	**2.**	Решение оптимизационных задач	10	-
		ИТОГО	**17**	**-**

4.4. Практические занятия

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Наименование тем практических занятий*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1.	**1.**	Решение конечномерных задач на экстремум	14	-
2.	**2.**	Условный экстремум.	10	-
3.	**2.**	Задача линейного программирования	10	-
		ИТОГО	**34**	**-**

4.5. Контрольные мероприятия

Учебным планом не предусмотрены.

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<table>
<tr><th rowspan="3">Компетенции
№, наименование разделов дисциплины</th><th rowspan="3">Кол-во часов</th><th colspan="3">Компетенции</th><th rowspan="3">Σ
комп.</th><th rowspan="3">$t_{ср}$, час</th><th rowspan="3">Вид учебных занятий</th><th rowspan="3">Оценка результатов</th></tr>
<tr><th>ОК</th><th>ОПК</th><th>ПК</th></tr>
<tr><th>3</th><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>1. Функционалы в нормированных пространствах</td><td>41</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>1</td><td>41</td><td>Лк,ЛР, ПЗ</td><td>Экзамен</td></tr>
<tr><td>2. Вариационное исчисление</td><td>58</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>2</td><td>29</td><td>Лк,ЛР, ПЗ</td><td>Экзамен</td></tr>
<tr><td>всего часов</td><td>99</td><td>41</td><td>29</td><td>29</td><td>3</td><td>49,5</td><td></td><td></td></tr>
</table>

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Зайцев, М. Г. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы : учеб. пособие для вузов / М. Г. Зайцев, С. Е. Варюхин. - 2-е изд., испр. - Москва : Дело, 2008. - 664 с.
2. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011. - 424 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84995.
3. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие для вузов / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва : Высшая школа, 2002. - 544 с.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	*Наименование издания*	*Вид заня-тия*	*Количество экземпляров в библиотеке*, **шт.**	*Обеспечен-ность,* **(***экз./ чел.***)**
1	**2**	**3**	**4**	**5**
	Основная литература			
1.	Мицель, А.А. Методы оптимизации : учебное пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов, В.В. Романенко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР), ФАКУЛЬТЕТ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ (ФДО). - Томск : ТУСУР, 2017. - 198 с. : ил. - Библиогр.: с.193-194. ; То же [Электронный ресурс]. - URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481034 .	Лк, СР, кр	1 (ЭУ)	1,0
2	Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011. - 424 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84995.	ЛР, ПЗ	1(ЭР)	1,0
	Дополнительная литература			
3.	Гончаров, В. А. Методы оптимизации : учебное пособие / В. А. Гончаров. - Москва : Юрайт, 2015. - 191 с. -	ЛР	6	0,3
4.	Курзина, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В.М. Курзина, А.В. Трегуб. - Москва : МГУЛ, 2003. - 47 с.	ПЗ	10	0,5

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе обучения студенты могут использовать общие ресурсы:
11.Электронный каталог библиотеки БрГУ
http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.
2. Электронная библиотека БрГУ
http://ecat.brstu.ru/catalog .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»
http://biblioclub.ru .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»
http://e.lanbook.com .
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"
http://window.edu.ru .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru .
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)
https://uisrussia.msu.ru/ .
8. Национальная электронная библиотека НЭБ
http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search /.

И, кроме того, всегда доступны специальные тематические сайты. Например:
1. http://mathserfer.com/problist.php?tema=vect_act ;
2. http://libedu.ru/l_b/minorskii_v_p_/sbornik_zadach_po_vysshei_matematike.html;
3. http://www.exponenta.ru/educat/news/kuleshov/index.asp;
4. http://www.allmath.ru/ .

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающийся должен разработать собственный режим равномерного освоения дисциплины. Подготовка студента к предстоящей лекции включает в себя ряд важных познавательно-практических этапов:

– чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования предыдущей лекции, вынесение на поля всего, что требуется при дальнейшей работе с конспектом и учебником;
– техническое оформление записей (подчеркивание, выделение главного, выводов, доказательств);
– выполнение практических заданий преподавателя;
– знакомство с материалом предстоящей лекции по учебнику и дополнительной литературе.

Успешность выполнения лабораторных работ определяется подготовкой к ним. Подготовка к лабораторным работам содержит:

- изучение теоретического материала, содержащегося в учебной литературе, изучение лекционного материала,
- знакомство с заданиями на лабораторную работу;
- составление плана выполнения лабораторной работы.

Подготовка к практическим занятиям содержит:

- изучение теоретического материала, содержащегося в учебной литературе, изучение лекционного материала,
- знакомство с заданиями для практического занятия.

Наиболее продуктивной является самостоятельная работа в библиотеке, где доступны основные и дополнительные печатные и электронные источники.

Завершающим этапом изучения данной дисциплины в соответствии с учебным планом является сдача экзамена. на экзамене обучающийся должен: проявить умение применять теоретические сведения к решению задач на отыскание экстремумов; знание теоретических основ курса на уровне определений, теорем, формул.

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных и практических работ

<u>Лабораторная работа №1</u>

Производная отображения. Точки экстремума

<u>Цель работы:</u>

Изучить средства определения экстремумов функции.

..<u>Теоретические сведения</u>

Экстремальные задачи – это задачи об отыскании максимумов и минимумов функций и функционалов при возможных ограничениях разного вида.

Для решения задачи оптимизации, в которой характеристическая мера задана функцией одной переменной, можно использовать различные методы. Выбор метода решения задачи оптимизации зависит от различных предположений и допущений относительно природы и свойств исследуемой функции. Ниже рассмотрены некоторые из известных методов одномерной оптимизации.

Методы исключения интервалов

Эти методы ориентированы на нахождение точки оптимума внутри заданного интервала и позволяют определить оптимум функции одной переменной путем последовательного исключения подынтервалов и, следовательно, путем уменьшения интервала поиска

Для того чтобы начать поиск с помощью этих методов, необходимо установить границы интервала, содержащего точку оптимума. После этого можно применить процедуру уменьшения интервала поиска с целью получения уточненных оценок координат оптимума. Величина подынтервала, исключаемого на каждом шаге, зависит от расположения пробных точек x1 и x2 внутри интервала поиска. Поскольку местонахождение точки оптимума априори неизвестно, целесообразно предположить, что размещение пробных точек должно обеспечивать уменьшение интервала в одном и том же отношении. Кроме того, в целях повышения эффективности алгоритма необходимо потребовать, чтобы указанное отношение было максимальным. Подобную стратегию иногда называют минимаксной стратегией поиска.

Метод деления дихотомии

Рассматриваемый метод позволяет исключать в точности половину интервала на каждой итерации. Иногда этот метод называют трехточечным поиском на равных интервалах, поскольку его реализация основана на выборе трех пробных точек, равномерно распределенных в интервале поиска.

Ниже приводится алгоритм поиска, ориентированный на нахождение точки минимума функции f(x) в интервале (a, b).

Шаг 1. Положить xm=(a+b)/2 и L=b-a. Вычислить значение f(xm).

Шаг 2. Положить x1=a+L/4 и x2=b-L/4. Таким образом, точки x1, x2 и xm делят интервал (a, b) на четыре равные части. Вычислить значения f(x1) и f(x2).

Шаг 3. Сравнить f(x1) и f(xm). Если f(x1)<f(xm), исключить интервал (xm, b), положив b=xm. Средней точкой нового интервала поиска становится точка x1. Следовательно, необходимо положить xm=x1. Перейти к шагу 5.Если f(x1)≥f(xm), перейти к шагу 4.

Шаг 4. Сравнить f(x2) и f(xm). Если f(x2)<f(xm), исключить интервал (a, xm), положив a=xm. Так как средней точкой нового интервала становится точка x2, положить xm=x2. Перейти к шагу 5.Если f(x2)≥f(xm), исключить интервалы (a, x1) и (x2, b). Положить a=x1 и b=x2. Средней точкой нового интервала продолжает оставаться xm. Перейти к шагу 5.

Шаг 5. Вычислить L=b-a. Если величина |L| мала, закончить поиск. В противном случае вернуться к шагу 2.

Метод золотого сечения

В отличие от приведенного выше в методе золотого сечения на каждой итерации вычисляется только одно значение целевой функции.

Шаг 1. Положить x0=a, x3=b.

Шаг 2. Положить x1=a+t1·(b-a). Вычислить значение f(x1).

Шаг 3. Положить x2=a+t2·(b-a). Вычислить значение f(x2).

Шаг 4. Сравнить f(x2) и f(x1). Если f(x1)>f(x2), исключить интервал (x0, x1), положив L=x3-x1, x0=x1, x1=x2, x2=x0+t2·L, f(x1)=f(x2). Вычислить значение f(x2). Перейти к шагу 5. Если f(x1)<f(x2), исключить интервал (x2, x3), положив L=x2-x0, x3=x2, x2=x1, x1=x0+t1·L, f(x2)=f(x1). Вычислить значение f(x1). Перейти к шагу 5.

Шаг 5. Определить количество вычислений функции - k. Если k<N и |L|>E, перейти к шагу 4. В противном случае закончить поиск.

Метод средней точки

Если функция f?(x) унимодальна в заданном интервале поиска, то точкой оптимума является точка, в которой f?(x)=0. Если при этом имеется возможность вычислять как значение функции, так и ее производной, то для нахождения корня уравнения f?(x)=0 можно воспользоваться эффективным алгоритмом исключения интервалов, на каждой итерации которого рассматривается лишь одна пробная точка. Например, если в точке z выполняется неравенство f?(z)<0, то с учетом предположения об унимодальности естественно утверждать, что точка минимума не может находиться левее точки z. Другими словами, интервал x≤z подлежит исключению. С другой стороны, если f?(z)>0, то точка минимума не может находиться правее z и интервал x≥z можно исключить /2/. Приведенные рассуждения лежат в основе логической структуры метода средней точки, который иногда называют поиском Больцано.

Определим две точки L и R таким образом, что f?(L)<0 и f?(R)>0. Стационарная точка расположена между L и R. Вычислим значение производной функции в средней точке рассматриваемого интервала z=(L+R)/2. Если f?(z)>0, то интервал (z, R) можно исключить из интервала поиска. С другой стороны, если f?(z)<0, то можно исключить интервал (L, z). Ниже дается формализованное описание шагов алгоритма.

Шаг 1. Положить R=b, L=a; при этом f?(a)<0 и f?(b)>0.

Шаг 2. Вычислить z=(R+L)/2 и f?(z).

Шаг 3.Если | f?(z)|≤E, закончить поиск. В противном случае, если f?(z)<0, положить L=z и перейти к шагу 2. Если f?(z)>0, положить R=z и перейти к шагу 2.

Задание:

1. Реализовать методы дихотомии, золотого сечения и средней точки, исследовать их сходимость и провести сравнение по числу вычислений функции для достижения заданной точности. Построить график зависимости количества вычислений минимизируемой функции от логарифма задаваемой точности .
2. Реализовать алгоритм поиска интервала, содержащего минимум функции

Вариант 1. $f(x)=\sin|x|,\ x\in[0,\ 2\pi]$

Вариант 2. $f(x)=\cos|x|,\ x\in[-\pi,\ \pi]$

Вариант 3. $f(x)=|x-5|,\ x\in[-10,\ 10]$

Вариант 4. $f(x)=(6-x)^2,\ x\in[0,\ 8]$

Вариант 5. $f(x)=x^3-x,\ x\in[0,\ 2]$

Вариант 6. $f(x) = \sin|x|, \ x \in [0, 2\pi]$

Вариант 7. $f(x) = |x-2| + 3, \ x \in [-4, 8]$

Вариант 8. $f(x) = (x-1)^2 + 3, \ x \in [-3, 3]$

Вариант 9. $f(x) = \dfrac{-x}{e^x}, \ x \in [0, 3]$

Вариант 10. $f(x) = x\sin(x^2), \ x \in [0, \pi]$

Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с работой алгоритма.
2. Найти решение тестовой задачи и сравнить с предварительно полученным решением.
3. Получить варианты заданий на выполнение работы.
4. Исследовать влияние параметров заданных целевых функций на эффективность получаемых решений.
5. Исследовать влияние задаваемой точности на показатели быстродействия методов.
6. Оформить отчет с результатами исследования методов.

Отчет должен содержать цель работы, результаты решения заданного варианта целевой функции, дополненные соответствующими аналитическими расчетами. Помимо этого необходимо представить в форме, удобной для анализа, результаты исследования различных параметров на показатели эффективности методов. Привести результаты решения пользовательской функции.

Форма отчетности:

Отчет по работе содержит:

1. Наименование лабораторной работы;
2. Разработанную программу;
3. Результаты её тестирования;
4. Выводы по работе.

Основная литература

1. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011..

Дополнительная литература

1. Гончаров, В. А. Методы оптимизации : учебное пособие / В. А. Гончаров. - Москва : Юрайт, 2015. - 191 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Опишите суть метода дихотомии
2. Опишите суть метода золотого сечения
3. Опишите суть метода средней точки
4. Какие функции называются унимодальными.

Лабораторная работа № 2

Решение оптимизационных задач

Цель работы:

Ознакомиться с методами поиска минимума функции *n* переменных в оптимизационных задачах без ограничений

Задание:

. 1. Сформулировать и решить задачу распределения средств по различным источникам для получения максимальной прибыли от рекламы;
2. Объяснить смысл данных отчета по устойчивости;
3. Определить изменится ли оптимальный план распределения средств, если увеличение прибыли от газетной рекламы снизится до 5 долларов в расчете на 1 доллар, затраченный на рекламу;
4. Определить, в какой вид рекламы будет выгоднее вложить дополнительные средства в случае увеличения бюджета фирмы.

Теоретические сведения

Для нахождения экстремума целевых функций многих переменных можно использовать различные методы /1, 2, 3, 4/. В зависимости от особенностей организации поиска экстремума методы многомерной оптимизации можно разделить на две группы: методы, использующие собственно значения целевых функций, и методы с использованием производных. В работе рассматриваются методы второй группы. В основе методов этой группы лежит использование итерационной процедуры s (x (k)) ,· (k) α + x (k) =1) +x (k (1)
где x (k) – текущее значение аргумента исследуемой функции;
(k) – параметр, характеризующий длину шага;α
s (k) – направление поиска в N-мерном пространстве управляемых=s (x (k)) переменных.

(k) и направления s (x (k)) выделяютαВ особенности от определения величины ряд методов оптимизации.

Градиентные методы

Градиентные методы в отличие от методов прямого поиска, которые используют в процедурах поиска только значения целевой функции в исследуемых точках, предполагают наличие информации о производных функции. Это позволяет сократить количество необходимых вычислений значений исследуемой функции.
Если в качестве направления поиска s (x (k)) принять направление антиградиента функции

f (x (k)) ,∇− =s (x (k))

∇где ∂f/ ∂x - градиент функции,
то получим из (1) соотношение

f (x (k)) ,∇ (k) α − x (k) =1) +x (k (2)

оторое определяет реализацию метода наискорейшего спуска, или метода (k) на каждой итерации вычисляется путемαКоши. В этом методе значение f (x (k))∇1)) вдоль направления +решения задачи поиска минимума функции f (x (k с помощью того или иного метода одномерного поиска. Метод обладает высокой надежностью и устойчивостью. Однако методу свойственны и некоторые недостатки /1/. ,α (k) в (1) некоторое положительное число αПриняв в качестве параметра получим вычислительную схему

f (x (k)) ,∇α − x (k) =1) +x (k (3) которая определяет реализацию простейшего градиентного метода при поиске минимума многомерной функции. Метод обладает рядом недостатков, из которых следует отметить следующие: во-первых, возникает необходимость ; и во-вторых, методу свойственнаαвыбора подходящего значения параметра f в∇медленная сходимость к точке минимума вследствие малости градиента окрестности почти стационарной области. Наряду с приведенными выше для решения задачи оптимизации используется метод Гаусса-Зайделя, известный еще под названием метода покоординатного спуска. Суть метода заключается в организации поиска минимума функции последовательно по каждой координате. Пусть установлена очередность изменения координат x1 , x 2 ,..., xn , совпадающая с очередностью их индексов 1, 2, …, n. Сначала изменяем одну координату x1 , сохраняя все x и определяемΔостальные координаты постоянными, на некоторую величину 0 , то, следовательно, шаг сделан в ложном>f Δf . Если Δвеличину приращения 0 не<f Δнаправлении. Изменяем направление и движемся до тех пор, пока изменит знак на противоположный. Тогда переходим к изменению другой координаты x 2 и т.д. до тех пор, пока не будет найдена с некоторой заданной точностью точка минимума. При реализации метода возможны другие вычислительные схемы. Метод отличается простотой реализации. Однако по сравнению с другими методами требует большего времени на поиск минимума функции.

Метод Ньютона

Рассмотренные выше методы основаны на последовательной линейной аппроксимации целевой функции и требуют вычисления значений целевой функции и ее производных на каждом шаге, число которых может быть очень велико /1, 3/. Для построения более общей стратегии необходимо привлечь информацию о вторых производных f (x) . Эта информация может быть получена при квадратичной аппроксимации функции, когда при ее разложении в ряд Тейлора учитываются члены ряда до второго порядка включительно. Использование результатов аппроксимации приводит к реализации метода Ньютона по формуле

$$f (x (k)) =\nabla 1 - 2 f (x (k)) \nabla - x (k) =1) +x (k) \quad (4)$$

где ∇)- гессиан (матрица Гессе).

Метод Ньютона обнаруживает квадратичную скорость сходимости, т. е. выполняется неравенство

$$(k) ,\varepsilon\ c \le 1) + (k\ \varepsilon$$

где c – некоторая постоянная, связанная с обусловленностью матрицы Гессе.

$$x^* ,- x (k) = (k)\ \varepsilon$$

где x * - искомое решение.

Сходимость метода Ньютона во многом зависит от выбора начального приближения x (0) . Метод сходится всякий раз, когда выбор x (0) осуществляется в соответствии с условием /1/

$$1\ c .< (0)\ \varepsilon$$

Квадратичная скорость сходимости объясняется тем обстоятельством, что при исследовании неквадратичных функций метод Ньютона не отличается высокой надежностью /1, 3/. Если точка x (0) находится на значительном расстоянии от точки x * , шаг по методу Ньютона часто оказывается чрезмерно большим, что может привести к отсутствию сходимости. Метод можно довольно просто модифицировать с тем, чтобы обеспечить уменьшение целевой функции от итерации к итерации и осуществлять поиск вдоль прямой, как в методе Коши. Последовательность итераций строится в соответствии с формулой

$$f (x (k)) .\nabla 1 - 2 f (x (k)) \nabla (k) \alpha - x (k) =1) +x (k)) \quad (6)$$

Выбор (k) осуществляется таким образом, чтобы α

$$\min .\rightarrow f (x (k))+1$$

Это гарантирует выполнение неравенства

$$f (x (k))\leq 1)) +f (x (k \quad)) \qquad (7)$$

Такой метод носит название модифицированного метода Ньютона и в случаях, когда вычисление точных значений первых и вторых производных не сопряжено с существенными трудностями, оказывается надежным и эффективным.

Методы сопряжённых градиентов

Эти методы, обладая положительными свойствами методов Коши и Ньютона, основаны на вычисление значений только первых производных, отличаются высокой надежностью при поиске x * из удаленной точки x (0) и быстро сходятся в окрестности точки минимума. В основе методов лежит процедура построения сопряженных направлений, для получения которых применяется квадратичная аппроксимация функции f (x) и значения компонент градиента. Итак, считаем, что целевая функция является квадратичной: $1\ 2\ x\ T\ Cx ,+ b\ T\ x + a = q(x) =f (x)$

а итерации выполняются по формуле (1), т. е.

$$s (x (k)) .\cdot (k) \alpha + x (k) =1) +x (k$$

Направления поиска на каждой итерации определяются с помощью следующих соотношений:

$$(i) s (i) ,\gamma \sum_{0=i}^{1-k} + g (k) - =s (k) \qquad (8)$$

$$g (0) ,- =s (0) \qquad (9)$$

где

$$b .+ Cx (k) =g(x (k)) \nabla =f (x (k)) \nabla =g (k) \qquad (10)$$

Если f (x) - квадратичная функция, то для нахождения точки минимума требуется N-1 таких направлений и провести N поисков вдоль прямой. Если же функция f (x) не является квадратичной, количество направлений и соответствующих поисков возрастает.

<u>Задание</u>

1. С использованием программного обеспечения исследовать алгоритмы на заданной тестовой функции, осуществляя спуск из различных исходных точек (не менее трех). Исследовать сходимость алгоритма, фиксируя точность определения минимума, количество итераций метода и количество вычислений функции в зависимости от задаваемой точности поиска. Результатом выполнения данного пункта должны быть выводы об объёме вычислений в зависимости от задаваемой точности и начального

приближения.
2. Построить траекторию спуска различных алгоритмов из одной и той же исходной точки с одинаковой точностью. В отчете наложить эту траекторию на рисунок с линиями равного уровня заданной функции.
3. Реализовать метод поиска экстремума функции, проанализировать его работу на квадратичной функции (линии равного уровня не должны быть окружностями) и функции Розенброка . Включить в реализуемый алгоритм собственную процедуру, реализующую одномерный поиск по направлению.

Порядок выполнения:
1. Ознакомится с работой алгоритма.
2. Найти решение тестовой задачи и сравнить с предварительно полученным решением.
3. Получить варианты заданий на выполнение работы.
4. Исследовать влияние параметров заданных целевых функций на эффективность решений.
5. Исследовать влияние начальных приближений, точности на показатели быстродействия методов.
6. Получить решение для пользовательской функции.
7. Оформить отчет с результатами исследования методов.

Варианты заданий

Условие задачи:

Найти максимум заданной функции:

Целевая функция имеет вид:

$$f(x,y)=\frac{N}{3(x+N)^2+(y-2N)^2+x+1},$$ где N – номер варианта,

$x\in[-12;12]$,

$y\in[-25;25]$

Форма отчетности:

Отчет по работе содержит:

1. Наименование лабораторной работы;
2. Разработанную программу;
3. Результаты её тестирования;
4. Выводы по работе.

Основная литература

1. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В.Пантелеев. - Москва : Логос, 2011..

Дополнительная литература

1. Гончаров, В. А. Методы оптимизации : учебное пособие / В. А. Гончаров. - Москва : Юрайт, 2015. - 191 с..

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Метод Гаусса.
2. Метод Хука и Дживса.
3. Метод Розенброка (вращающихся координат).
4. Метод Пауэлла.
5. Метод деформируемого многогранника.
6. Метод наискорейшего спуска.

7. Метод сопряженных градиентов и его модификации.
8. Метод Ньютона и его модификации.
9. Методы переменной метрики.

Практическое занятие №1

Решение конечномерных задач на экстремум

Цель работы:

Научиться классифицировать, анализировать математические модели .

Как известно, задача отыскания экстремумов дифференцируемой функции / сводится к решению уравнения f'(x) = 0. Однако лишь в отдельных случаях решение этого уравнения удается найти в явном виде.

Как правило, задача отыскания корней уравнения f'(x) = 0

примерно так же сложна, как и задача минимизации функции /, и любую из этих задач приходится решать численно. Таким образом, численные методы решения уравнений можно использовать для решения задач минимизации, но методы, разработанные специально для задач минимизации, являются более эффективными. Необходимость отдельного рассмотрения численных методов поиска экстремума функций одной переменной диктуется следующими обстоятельствами. Во-первых, эти методы используются во многих алгоритмах поиска экстремума функций, зависящих от нескольких переменных. Во-вторых, классы функций одной переменной служат удобной моделью для теоретического исследования эффективности методов оптимизации. В-третьих, иногда удается, используя те или иные приемы, непосредственно с помощью алгоритмов одномерной оптимизации получить решение многомерных задач.

Простейший прием такого рода, так называемая схема повторной оптимизации, основан на том, что

min f(x\. xo) = min (min f(x\. xo)) = min (min f(x\. jy ' XxexxK x2ex2J y l)) x2ex2K xxexx J v

для произвольных множеств X\, X2 и функции /.

Если x\, X2 — скаскаляры, то с помощью выбранного алгоритма одномерной оптимизации можно вычислять значения функции

ip(x\) = min f(x\, x2) x2ex2 и минимизировать эту функцию. Следует подчеркнуть, что универсальных методов, пригодных для минимизации произвольных функций одной переменной, не существует. Поэтому приходится строить алгоритмы, ориентированные на различные встречающиеся в прикладных задачах классы функций.

Рассмотрим всю совокупность управлений (выделенных средств)

U y U2 Um A.2)

на от шагах операции как т векторов в А-мерном пространстве. Критерий эффективности W многоэтапной операции, в качестве которого мы выбрали суммарный доход за т лет, зависит от всей совокупности управлений А.2):

Задание:

Задача 1. Найти на данной прямой такую точку, чтобы сумма расстояний от нее до двух заданных точек была минимальна (рис.1)

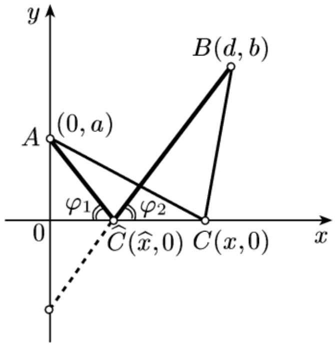

Рис. 1

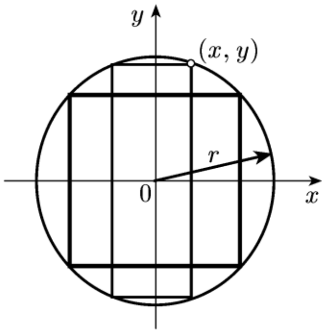

Рис. 2

Задача 2. Вписать в круг прямоугольник наибольшей площади (рис. 2).

Решение

Первая задача — это задача на минимум, вторая — на максимум.

Чтобы можно было пользоваться теорией, необходим перевод задач на математический язык. Этот перевод называется формализацией. Одна и та же задача может быть формализована разными способами, и простота решения зачастую сильно зависит от того, насколько удачно она формализована. Осуществим формализации задач 1 и 2. Начнем с задачи 1. Направим ось Ох по заданной прямой, а ось Оу проведем через точку А (см. рис. 1).

Пусть координаты точек Aw В таковы: А = @, а) и В = (d, b); координата точки С = (х, 0). Тогда мы приходим к следующей задаче: найти минимум функции

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d - x)^2}$$

по всем $x \in$ R.

Формализуем задачу 2. Пусть окружность описывается уравнением $x^2 + y^2 = r^2$. Направим оси Ох и Оу параллельно сторонам прямоугольника и обозначим через (х, у) координаты вершины прямоугольника, лежащей в первом квадранте (см. рис. 2). Тогда площадь прямоугольника равна Аху.

Получаем такую задачу: найти максимум функции f

$$f_1(x,\, y) = x^2 + y^2 - r^2 = 0, \quad f_2(x,\, y) = x \geqslant 0,$$

$$f_3(x,\, y) = y \geqslant 0.$$

Нетрудно убедиться, что условия х $\geq$0, у $\geq$ 0 излишни, и задача найти максимум Аху при условии х2 + у2 = г2 эквивалентна задаче с неравенствами. Любая формализованная задача устроена аналогично. Она включавключает в себя следующие элементы: функционал /:

X —> R (X — область определения функционала) и ограничение, т.е. подмножество С С X. Поясним некоторые встретившиеся здесь обозначения и термины: R — это расширенная действительная (вещественная) прямая, т. е. сосовокупность всех действительных чисел, дополненная значениями +∞ и — ∞ запись F: X —> Y означает, что отображение F имеет область определения X, а F(x) для каждого элемента x из X лежит во множестве Y; слово «функционал» мы употребляем для отображений в расширенную прямую R.

Таким образом, формализовать экстремальную задачу — это значит точно описать ее элементы /, X и С. Для формализованной задачи употребляется запись f(x) —> inf (sup); х е С. (з) Точки xgC называются допустимыми. Если С = X, то задача наназывается задачей без ограничений. Задачу на максимум всегда можно свести к задаче на минимум, заменив задачу f(x) —> sup, х е С, задачей f(x) —> inf, х е С, где f(x) = —f(x). И, наоборот, задачу на минимум можно аналогичным Принцип Лагранжа в теории экстремальных задач 11
образом свести к задаче на максимум. Для определенности в тех случаслучаях, когда формулировки необходимых условий экстремума в задачах на минимум и максимум разные, будем выписывать их только для задачи на минимум. Если необходимо исследовать обе задачи, то будем писать f(x) -> extr; xeC.

Приведем формализованные записи задач 1 и 2.

Задача 1 (X = С = = R):

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d - x)^2} \to \inf .$$

Задача 2 (X — здесь двумерная плоскость, обозначаемая R2):

$$4xy \to \sup; \quad x^2 + y^2 = r^2, \quad x \geqslant 0, \quad y \geqslant 0.$$

Для задачи 2 имеется, как было сказано выше, другая формализация: Аху —> sup; ж2 + у2 = г2. Cg) Задача Ci) — задача без ограничений, задача C2) — с ограничением С = {(х, у) е R2 | х2 + у2 = г2, ж > 0, ?/ ^ 0}, задаваемым в виде равенств и неравенств, задача (з^) — с ограничением типа равенства. Допустимая точка х называется абсолютным (или еще говорят глобальным) минимумом (максимумом) в задаче (з), если f(x) > f(x) для любого xgC (соответственно f(x) ^ f(x) для любого х Е С).

При этом мы пишем xGabsmin3 (absmax3).

Абсолютный минимум (максимум) задачи будем называть решением задачи. Величина f(x), где х — решение задачи, называется численным значением задачи (иногда для сокращения говорим просто значение задачи). Эту величину будем Обозначать S3 ИЛИ S'min('S'max)В задаче 1 абсолютный минимум х, определяющий искомую точку С = (х, 0), характеризуется, как известно из геометрии, тем, что острые углы, образованные отрезками [АС] и [СВ] с осью Ох, равны («угол падения равен углу отражения»); значение задачи S3{ = = y/(a + bJ + d2. В задаче 2 искомым прямоугольником является квадрат (попробуй(попробуйте доказать это геометрически); это соответствует решению х = г/л/2, у = г/лД, S32 =2r2.

Кроме глобальных экстремумов будем также рассматривать локальные экстремумы. Дадим их строгое определение.

Пусть в задаче (з) X — нормированное пространство. Говорят, что точка х доставляет в задаче (з) локальный минимум (максимум), и пишут х е loc min з (loc max з), если JgC и существует 5>0 такое, что для любой допустимой точки х, для которой \\x — x\\ < 5, выполняется неравенстнеравенство f(x)^f(x) (f(x)^f(x)). Иными словами, если х ? loc min з (loc max з), то существует окрестность % точки х такая, что ж? G abs min зх (abs max зх) в задаче /(ж)->inf(sup); xeCnf. (зх)

Все вышесказанное дает повод наметить план действий для ре-
решения задач без ограничений и при наличии некоторых простейших
ограничений (такого рода задачи мы далее называем элементарными).

1. Формализовать задачу.
2. Выписать необходимые условия экстремума.
3. Найти все критические точки.
4. Отыскать решения среди критических точек (например, доказав,
что решение существует, и перебрав значения функционала в критичес-
критических точках) или показать, что решения нет.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и использовать его при подзотовке к зачету и контрольной работы

Задания для самостоятельной работы:

Привести примеры задач без ограничений об экстремуме бесконечно дифференцируемых функций одной или
двух переменных, в которых выполняются указанные ниже требования.

1. Абсолютные максимум и минимум достигаются в бесконечном числе точек.
2. Функционал ограничен, абсолютный максимум достигается, минимум — нет.
3. Функционал ограничен, но абсолютные минимум и максимум не достигаются.
4. Функционал ограничен, имеет критические точки, но абсолютные минимум и максимум не достигаются.
5. Функционал ограничен, имеет локальные максимумы и минимумы, но глобальные максимум и минимум не достигаются.
6. Имеется единственный локальный экстремум, не являющийся глобальным.

7. Имеется бесконечное число локальных максимумов, но нет ни одного локального минимума.
8. Ограничение функции, заданной на плоскости, на любую прямую, проходящую через начало координат, имеет в нуле локальный минимум, но вместе с тем начало координат не является точкой
локального минимума.
9. Можно ли утверждать, что если функция одной переменной имеет в какой-либо точке локальный минимум, то в некоторой достаточно малой окрестности этой точки слева от точки функция убывает, а справа возрастает?
10. Пусть функция / определена и дифференцируема на Rn, удовлетворяет условию lim f(x) = +00 и f'(x) имеет единственный
|ж|—s-oo
нуль x. Доказать, что x является точкой абсолютного минимума функции /.
11. Пусть каждый функционал на некотором множестве X достигает своего абсолютного минимума. Доказать, что X — конечное множество.

Формализовать упр. 12-17.

12. Найти кратчайшее расстояние от заданной точки А, 2) на плоскости до прямой 2x\ + 3^2 = 1.
13. Найти кратчайшее расстояние от заданной точки в трехмерном пространстве до заданной плоскости.
14. Вписать в круг треугольник с наименьшей суммой квадратов сторон.
15. Найти на плоскости точку, сумма расстояний от которой до трех заданных точек минимальна.
16. Разделить заданное положительное число на две части так, чтобы произведение произведения этих частей на их разность было максимальным.
17. Среди полиномов степени п со старшим коэффициентом, равным единице, найти полином, имеющий наименьшую норму в L/2([—1, 1]).

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

1. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011.

Дополнительная литература

1. Курзина, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В.М. Курзина, А.В. Трегуб. - Москва : МГУЛ, 2003. - 47 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Какие виды математических моделей Вы знаете?
2. Дайте определение математической модели
3. Что такое прямая задача моделирования?
4. Какие этапы необходимы для построения математической модели?
5. Что такое платежная матрица?

Практическое занятие № 2

Условный экстремум

Цель работы: Изучить математические модели с неопределенными параметрами

Теоретичекие сведения

Если рассматривать систему n линейных уравнений с m неизвестными

$$Ax = b$$

в случае, когда она переопределена, то иногда оказывается естественной задача о нахождении вектора x, который "удовлетворяет этой системе наилучшим образом", т. е. из всех "не решений" является лучшим. Например, бывает полезной задача о нахождении вектора x, для которого разность правой и левой частей системы (невязка) минимальна, т. е. минимальна функция

$$f(x) = \|Ax - b\|. \tag{1}$$

Эту задачу символически записывают в виде

$$f(x) \to \min$$

Норму в (1) можно брать разную. Например, если взята евклидова норма, то получается *задача о наилучшем квадратичном приближении*

$$\left(\sum_{i=1}^{n} \left|\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j - b_i\right|^2\right)^{1/2} \to \min,$$

или, что эквивалентно,

$$\sum_{i=1}^{n} \left\|\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j - b_i\right\|^2 \to \min,$$

Геометрически эта задача интерпретируется как задача о нахождении на гиперплоскости $A(\mathbf{R}^m)$ в пространстве $\mathbf{R}^n$ точки, ближайшей к точке $b = (b_1, \ldots, b_n)$.

Задача Штейнера.

Классическая *задача Штейнера* формулируется так: требуется найти точку $x \in \mathbf{R}^m$, сумма расстояний от которой до заданных точек $x^1, \ldots, x^n \in \mathbf{R}^m$ минимальна. Эта задача типично оптимизационная:

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^{n} \|x - x^i\| \to \min$$

Приведенные выше задачи представляют собой задачи *безусловной оптимизации* — на искомое решение не налагается никаких дополнительных условий, кроме того, что оно должно доставлять минимум некоторой функции (другими словами, минимум функции ищется на всем пространстве — области определения функции). Чаще встречаются задачи *условной оптимизации*, примеры которых мы приводим ниже.

Задача о рационе.

Пусть имеется n различных пищевых продуктов, содержащих m различных питательных веществ. Обозначим через a_{ij} содержание (долю) j-го питательного вещества в i-ом продукте, через b_j — суточную потребность организма в j-ом питательном веществе, через c_i — стоимость единицы i-го продукта. Требуется составить суточный рацион питания минимальной стоимости, удовлетворяющий потребность во всех питательных веществах. Если обозначить через x_i суточное потребление i-го продукта, то эта задача может быть формализована следующим образом. Нужно минимизировать функцию

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \quad \text{(стоимость рациона)}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i \geq b_j, \quad j = 1, ..., m$$

(рацион должен содержать не менее суточной потребности в каждом из питательных веществ).
Очевидно, также следует требовать, чтобы

$x_i \geq 0, \quad i = 1, ..., n.$

В векторных обозначениях задача о рационе может быть записана так: минимизировать функцию

$f(x) = (c, x),$

где $c = (c_1, ..., c_n) \in \mathbf{R}^n$; эту задачу, как обычно, записывают в виде

$(c, x) \to \min,$

при ограничениях

$Ax \geq b,$

$x \geq \Theta.$

В них первое неравенство связывает два вектора Ax и b из $\mathbf{R}^m$, а второе – два вектора x и Θ из $\mathbf{R}^n$.

Задание:

Найти экстремум целевой функции, используя методы релаксации, пропорционального градиентного поиска и наискорейшего подъема (спуска), начиная с точки X^0. Указать условие остановки, сравнить скорость сходимости и расстояние до истинного экстремума. Построить траекторию поиска.

1. $f(X) = 3x_1^3 – x_1 – x_2^3 – 3x_2^2$; X| max | - 1 ^{0} = (0, 0)
2. $f(X) = x_1^2 – 4x_1 + 2x_2^2 + 2x_2$; X| min | ^{0} = (1, 0)
3. $f(X) = x_1^2 x*_2 – 2x_1x*_2 + x_1/x_2$; X| min | ^{0} = (1, 2)
4. $f(X) = 9x_1^2 – 90x_1 + 16x_2^2 - 128x_2$; X| min | ^{0} = (1, 0)
5. $f(X) = 2x_1^2 – 12x_1 + x_2^2$; X| min | ^{0} = (5, 3)
6. $f(X) = 2x_1^2 + x_2^{\ 2} – 3x_1x*_2$; X| min | ^{0} = (2, 2)
7. $f(X) = (x_1 – 2)^2 – (x_2 – 3)^2$; X| max | ^{0} = (6, 4)
8. $f(X) = 4x_1 – 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$; X| max | ^{0} = (5, 10)
9. $f(X) = 8x_1 + 32x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$; X| max | ^{0} = (6, 6)
10. $f(X) = 2x_1 - x_1^2 - x_2^2$; X| max | ^{0} = (3, 2)

Найти экстремум целевой функции ***f(x)*** методом неопределенных множителей Лагранжа, составить двойственную задачу:
$f(x) = (x_1 – 2.5)^2 + x_2^{\ 2} \to$ **max** ; $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 2$; $x_1 + x_2 \leq 9$;
$x_1 – x_2 \leq 1$; $x_1 + 2x_2 \geq 3$

Найти экстремум целевой функции ***f(x)*** методом неопределенных множителей Лагранжа, составить двойственную задачу:

1.	$f(x) = (x_1 - 2.5)^2 + x_2^2 \rightarrow \mathbf{max}$; $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 2$; $x_1 + x_2 \leq 9$; $x_1 - x_2 \leq 1$; $x_1 + 2x_2 \geq 3$
2.	$f(x) = x_1 x_2 - x_2 x_3 \rightarrow \mathbf{min}$; $x_1 + x_3 = 2$; $x_1^2 + x_2^2 = 1$
3.	$f(x) = x_1^2 - (x_2 + 2)^2 \rightarrow \mathbf{max}$; $x_1 \geq x_2$; $x_1^2 + 2x_2 \geq 4$; $x_1^2 + x_2^2 \leq 4$
4.	$f(x) = x_1 x_2 \rightarrow \mathbf{min}$; $x_1 + x_2 = 1$; $x_1^2 + x_2^2 = 2$
5.	$f(x) = x_1^2 - x_2^2 - x_1 x_2 \rightarrow \mathbf{max}$; $x_1 \geq 1$; $x_1^2 + x_2 \geq 9$
6.	$f(x) = x_1 \rightarrow \mathbf{min}$; $x_1 + x_3 \geq 2$; $x_1^2 + x_2^2 \geq 2$; $x_1^2 + (x_2^2 + 2) \leq 2$
7.	$f(x) = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow \mathbf{min}$; $x_1 \geq 3$; $x_2 \geq 1$; $x_1^2 + x_2^2 \geq 7$
8.	$f(x) = x_1^2 - (x_2 + 2)^2 \rightarrow \mathbf{max}$; $x_1 \geq x_2$; $x_1^2 + 2x_2 \geq 4$; $x_1^2 + x_2^2 \leq 4$
9.	$f(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \mathbf{min}$; $x_1 + 3x_2 \leq 3$; $x_1 - x_2 \geq -3$; $2x_1 + x_2 \geq -3$
10.	$f(x) = \ln x_1 + x_2 \rightarrow \mathbf{min}$; $x_1 + x_2 \leq 3$; $x_1^2 + x_2 \leq 9$; $x_2 \geq 1$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию
1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

1. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011.

Дополнительная литература

1. Курзина, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В.М. Курзина, А.В. Трегуб. - Москва : МГУЛ, 2003. - 47 с.

Контрольные вопросы для самопроверки
1. Какие виды математических моделей Вы знаете?
2. Дайте определение целевой функции.
3. Что такое платежная матрица?

Практическое занятие № 3

Задача линейного программирования

Цель работы: Приобретение практических навыков для решения задач линейного программирования численными методами

Теоретические сведения

Постановка задачи

Требуется найти вектор $\overline{x}$, доставляющий максимум функции

$$f(\overline{x}) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_n x_n \qquad (1)$$

и удовлетворяющий системе ограничений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \qquad (2)$$

$$x_j \geq 0,\ j = \overline{1,n}.$$

2. Решение задачи симплекс-методом

Симплекс-метод представляет собой итеративную процедуру, включающую два этапа:

Поиск начального опорного (базисного) решения.

Поиск оптимального решения путем перехода от одного базисного решения к другому таким образом, чтобы обеспечить возрастание $F(\overline{x})$.

2.1. Поиск начального опорного решения

Для начала работы по симплекс-методу требуется, чтобы система (2) была приведена к такому виду, при котором какие-либо m неизвестных были выражены через остальные (матрица коэффициентов содержит единичную подматрицу порядка m), а свободные члены уравнений были неотрицательны. Например:

$$\begin{cases} x_1 + \tilde{a}_{1,m+1}x_{m+1} + ... + \tilde{a}_{1,n}x_n = \tilde{b}_1 \\ x_2 + \tilde{a}_{2,m+1}x_{m+1} + ... + \tilde{a}_{2,n}x_n = \tilde{b}_2 \\ \qquad\qquad ... \\ x_m + \tilde{a}_{m,m+1}x_{m+1} + ... + a_{m,n}x_n = \tilde{b}_m \end{cases} \qquad (3)$$

Тогда систему (3) можно разрешить относительно переменных $x_1, x_2 ..., x_m$, которые называют базисными переменными.

В результате решения системы (3) базисные переменные выражаются через остальные переменные $x_{m+1}, x_{m+2} ..., x_{m+n}$, называемые свободными. Число свободных переменных $k = n - m$. Свободные переменные остаются произвольными. Давая им различные значения, получим все решения системы (3). Одно из решений найдем, если все свободные переменные приравняем к нулю. Тогда получим:

$$x_1 = \tilde{b}_1, x_2 = \tilde{b}_2 ..., x_m = \tilde{b}_m,\ x_{m+1} = 0, x_{m+2} = 0, ..., x_{m+n} = 0. \qquad (4)$$

Если все числа $\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, ..., \tilde{b}_m$ неотрицательны, то получим неотрицательное решение системы (3), соответствующее крайней точке (угловой точке, вершине) многогранника неотрицательных решений, это так называемое опорное (базисное) решение. Это решение удовлетворяет всем ограничениям системы (2).

Если единичный базис не выделяется или трудно выделяется, то для его создания вводятся искусственные переменные xn+i, i=1,…,m. В систему ограничений они входят с коэффициентом «+1», а в целевую функцию с коэффициентом «-M», где M – сколь угодно большое положительное число.   То есть для исходной задачи составляется расширенная задача, которая имеет вид

$$F(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - M \sum_{i=1}^{m} x_{n+i} \Rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_j + x_{n+i} = b_i; b_i \geq 0; i = \overline{1,m}$$
,

$$x_i \geq 0; i = \overline{1, n+m}$$
.

Этой задаче соответствует опорное решение: $\{\bar{x}\} = \{0, ..., 0, b_1, ..., b_m\}$ и значение целевой функции: $F(\bar{x}) = -M \sum_{i=1}^{m} b_i$.

Назначение дополнительных слагаемых в целевой функции и искусственных переменных состоит в том, чтобы в ходе решения М-задачи вывести искусственные переменные из состава базиса.

Если в результате решения М-задачи окажется, что их значения не равны нулю, то это означает, что ограничения (2) несовместны

Задание:

Решить задачу линейного программирования:

$\max F(x) = x_1 + 4x_2$

$x_1 + 2 \cdot x_2 \geq 2$

$-x_1 + x_2 \leq 3$

$x_1 + x_2 \leq 7$

$2 \cdot x_1 + x_2 \leq 10$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

1. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011.

Дополнительная литература

1. Курзина, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В.М. Курзина, А.В. Трегуб. - Москва : МГУЛ, 2003. - 47 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Сколько переменных (какую размерность) будет иметь задача после преобразования в каноническую форму, если ограничения заданы системой *n* неравенств и все переменные имеют произвольный знак?
2. То же, что и в вопросе 1, но все переменные положительны.
3. Сколько вершин может иметь допустимое множество, если задача задана в канонической форме и число переменных равно числу условий-равенств?
4. Сколько вершин может иметь допустимое множество, если задача задана в канонической форме и условий-равенств на одно меньше числа переменных?

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Microsoft Imagine Premium: Microsoft Windows Professional 7;
2. Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level;
3. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security;
4. FreeMat.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Вид занятия	***Наименование аудитории***	***Перечень основного оборудования***	***№ ЛР, ПЗ***
1	**2**	**3**	**4**
Лк	Лекционная аудитория	-	-
ЛР	Лаборатория технических средств защиты информации	Персональные компьютеры i5-2500/H67/4Gb/500Gb (монитор TFT19 Samsung E1920NR); интерактивная доска Smart Board X885ix со встроенным проектором UX60	№ 1-2
ПЗ	Лекционная аудитория	-	
СР	ЧЗ 1	Оборудование 10 ПК i5-2500/H67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОК-3	Способность использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности	**1.** Функционалы в нормированных пространствах	1.1 Производная отображения	Экзаменнационный вопрос № 1.1-1. 2
			1.2 Точки локального и глобального минимума.	Экзаменнационный вопрос №1.31.-4
			1.3 Необходимые и достаточные условия минимума	Экзаменнационный вопрос №1.5-1.7
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	**2** Вариационное исчисление	2.1 Простейшая задача вариационного исчисления	Экзаменнационный вопрос №2.1-2.3
			2.2 Функционал, зависящий от нескольких функций, простейшая задача в параметрической форме	Экзаменнационный вопрос №2.4-2.7
			2.3 Функционал, зависящий от старших производных, функционал, зависящий от функции нескольких переменных	Экзаменнационный вопрос №2.8-2.9
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат		2.4 Задача на условный экстремум, изопериметрическая задача	Экзаменнационный вопрос № 2.10-2.11
			2.5 Необходимые условия слабого экстремума 1-го и 2-го порядка, достаточные условия слабого экстремума 1-го и 2-го порядка	Экзаменнационный вопрос 2.12-2.15

1. **Экзаменационные вопросы**

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕННАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	**ОК-3**	Способность использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности	1.1. Производная в бесконечномерном пространстве. Теорема о полной производной	**1.** Функционалы в нормированных пространствах
			1.2 Формулы конечных приращений для производных Гато и Фреше	**1.** Функционалы в нормированных пространствах
			1.3. Локальный и глобальный минимумы функционала.	**1.** Функционалы в нормированных пространствах
			1.4 Конус допустимых направлений	**1.** Функционалы в нормированных пространствах
			1.5 Теорема Люстерника. Вычисление конуса допустимых направлений для множества, заданного неравенствами по теореме Люстерника. Вывод необходимых условий 2-го порядка. Вывод достаточных условий 2-го порядка	**1.** Функционалы в нормированных пространствах
			1.6 Вывод необходимых условий экстремума 1-го порядка. Вывод достаточных условий 1-го порядка	**1.** Функционалы в нормированных пространствах
			1.7 Вывод необходимых условий экстремума 2-го порядка. Вывод достаточных условий 2-го порядка	**1.** Функционалы в нормированных пространствах
2.	**ОПК-1**	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики,	2.1 Задача Дидоны	**2.** Вариационное исчисление

		основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	2.2 Простейшая задача вариационного исчисления	**2.** Вариационное исчисление
			2.3 Функционал, зависящий от нескольких функций	**2.** Вариационное исчисление
			2.4 . Функционал, зависящий от старших производных	**2.** Вариационное исчисление
			2.5 Функционал, зависящий от функции нескольких переменных. Пример.	**2.** Вариационное исчисление
			2.6 Условный экстремум и изопериметрическая задача	**2.** Вариационное исчисление
			2.7 Сведение задачи к безусловному экстремуму	**2.** Вариационное исчисление
3.	**ПК-2**	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	2.8 Теорема Эйлера	**2.** Вариационное исчисление
			2.9 Задача со свободным правым концом, задача с правым концом, лежащим на заданной кривой..	**2.** Вариационное исчисление
			2.10 Нахождение геодезических кривых на заданной поверхности	**2.** Вариационное исчисление
			2.11 Условие Лежандра	**2.** Вариационное исчисление
			2.12 Уравнение Якоби, условие Якоби, усиленное условие Якоби	**2.** Вариационное исчисление
			2.13 Необходимые и достаточные условия слабого экстремума	**2.** Вариационное исчисление
			2.14 Поле экстремалей	**2.** Вариационное исчисление
			2.15 Инвариантный интеграл Гильберта. Функция Вейерштрасса	**2.** Вариационное исчисление

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать (*ОК-3*): - способы решения стандартных экономических задач в различных сферах жизнедеятельности; (*ОПК-1*): - основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; (*ПК-2*): современный математический аппарат **Уметь** (*ОК-3*): - применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии; (*ОПК-1*): - применять аппарат математики и информатики для решения практических задач (*ПК-2*): - пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных разработках в методах оптимизации **Владеть** (*ОК-3*): – приемами решения задач профессиональной деятельности (*ОПК-1*): - методами решения математических задач. (*ПК-2*): методами оптимизации в различных сферах	**отлично**	Знает способы решения стандартных экономических задач в различных сферах жизнедеятельности; -знает основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой -знает современный математический аппарат ; - применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии; -умеет применять аппарат математики и информатики для решения практических задач; -умеет пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных разработках в методах оптимизации -владеет приемами решения задач профессиональной деятельности; -владеет методами решения математических задач - владеет методами оптимизации в различных сферах жизнедеятельности.
	хорошо	Знает основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой -знает современный математический аппарат ; - применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии; -умеет применять аппарат математики и информатики для решения практических задач; -умеет пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных разработках в методах оптимизации -владеет методами решения математических задач.
	удовлетвори тельно	Знает основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой -умеет применять аппарат математики и информатики для решения практических задач; -умеет пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных

жизнедеятельности		разработках в методах оптимизации -владеет приемами решения задач профессиональной деятельности; -владеет методами решения математических задач
	неудовлетворительно	Демонстрирует менее половины сформированных параметров компетенций

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Методы оптимизации направлена на ознакомление обучающихся с общей теорией экстремальных задач (минимизация функционалов на подмножествах нормированных пространств, вариационное исчисление и оптимальное управление), их ролью в прикладных задачах, вооружить теоретическими и численными методами, применяемыми для решения широкого круга инженерных, математических, экономических задач. А также осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде и для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины Методы оптимизации предусматривает:

- лекции,
- практические занятия;
- лабораторные работы;
- контрольную работу;
- экзамен;
- самостоятельную работу студента в объеме 31 часа

Для фиксирования успешности обучения предусматривается экзамен.

В ходе освоения раздела 1 «Функционалы в нормированных пространствах» обучающиеся должны уяснить способы поиска экстремальных значений в нормированных пространствах , их анализ и обработку, научиться формулировать собственные идеи и представления об известной им предметной области.

В ходе освоения раздела 2 «Вариационное исчисление» обучающиеся осваивают принципы решения различных задач оптимизации, в том числе, дискретной, формализацию представления знаний.

Студентам необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для разработки и реализации профессионально ориентированных проектов в последующей учебной деятельности.

Овладение ключевыми понятиями является основой усвоения учебного материала по дисциплине.

При подготовке к экзамену особое внимание необходимо уделить рекомендациям и замечаниям преподавателей, ведущих аудиторные занятия по дисциплине

В процессе проведения лабораторных занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков применения различных методов решения стандартных математических ситуаций.

Самостоятельную работу необходимо начинать с чтения лекций и учебников.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.

Предусмотрено проведение аудиторных занятий в виде разнообразных тренингов и ситуаций общения в сочетании с внеаудиторной работой.

Приложение 2

АННОТАЦИЯ
рабочей программы дисциплины
Методы оптимизации

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является: Ознакомление обучающихся с общей теорией экстремальных задач (минимизация функционалов на подмножествах нормированных пространств, вариационное исчисление и оптимальное управление). Показать их роль в прикладных задачах, вооружить теоретическими и численными методами, применяемыми для решения широкого круга инженерных, математических, экономических задач. Ознакомление с пакетами прикладных программ, ориентированными на решение таких задач.

Задачами дисциплины являются

- обучение методам аналитического и компьютерного формализованного представления знаний и реализации логических выводов для последующей выработки и принятия человеком вариантов принимаемого решения;
- формирование умения и навыков самостоятельного исследования и решения различного рода оптимизационных задач путем применения теоретических знаний и математических пакетов программирования.

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк.-17 час., ЛР-17 час.; ПЗ-34, СР-31 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 часов, 4 зачетных единиц.

2.2 Основные разделы дисциплины:

1 – Функционалы в нормированных пространствах.
2 – Вариационное исчисление.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1 - Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.
ОК-3 - Способность использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности.
ПК-2 - Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат .

4. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Приложение 3

Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20___-20___ учебный год

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:
____
____

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

____
____
____

Протокол заседания кафедры №____ от «___» __________ 20 ____ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____________________ ________________________
(подпись) *(Ф.И.О.)*

Приложение 4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОК-3	Способность использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности	1. Функционалы в нормированных пространствах	1.1 Производная отображения	ЛР 1
			1.2 Точки локального и глобального минимума.	ЛР 1
			1.3 Необходимые и достаточные условия минимума	ЛР 1
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	2. Вариационное исчисление	2.1 Простейшая задача вариационного исчисления	ЛР 2
			2.2 Функционал, зависящий от нескольких функций, простейшая задача в параметрической форме	ЛР 2
			2.3 Функционал, зависящий от старших производных, функционал, зависящий от функции нескольких переменных	ЛР 2
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат		2.4 Задача на условный экстремум, изопериметрическая задача	ЛР 2
			2.5 Необходимые условия слабого экстремума 1-го и 2-го порядка, достаточные условия слабого экстремума 1-го и 2-го порядка	ЛР 2

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать (*ОК-3*): - способы решения стандартных экономических задач в различных сферах жизнедеятельности; (*ОПК-1*): - основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; (*ПК-2*): современный математический аппарат **Уметь** (*ОК-3*): - применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии; (*ОПК-1*): - применять аппарат математики и информатики для решения практических задач (*ПК-2*): - пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных разработках в методах оптимизации **Владеть** (*ОК-3*): – приемами решения задач профессиональной деятельности (*ОПК-1*): - методами решения математических задач. (*ПК-2*):	**отлично**	Знает способы решения стандартных экономических задач в различных сферах жизнедеятельности; - знает современный математический аппарат ; - знает основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой - применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии; -умеет применять аппарат математики и информатики для решения практических задач; -умеет пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных разработках в методах оптимизации - владеет методами решения математических задач - владеет приемами решения задач профессиональной деятельности; - владеет методами оптимизации в различных сферах жизнедеятельности.
	хорошо	Знает - знает основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой - применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии; -умеет применять аппарат математики и информатики для решения практических задач; - владеет методами решения математических задач - владеет приемами решения задач профессиональной деятельности; - владеет методами оптимизации в различных сферах жизнедеятельности.
	удовлетвори тельно	Знает основы естественных наук, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой - применять теоретические знания и информационно-коммуникационные технологии;

методами оптимизации в различных сферах жизнедеятельности		-умеет пользоваться различными информационными источниками для получения сообщений о современных разработках в методах оптимизации - владеет методами решения математических задач - владеет методами оптимизации в различных сферах жизнедеятельности.
	неудовлетворительно	В остальных случаях

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от «12» марта 2015 г. № 228

для набора 2018 года и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018г. №130

Программу составил:

Ратинская Е.В., ст. препод. каф. МиФ ________________________

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры МиФ

от «21» ноября 2018 г., протокол № 3

И.о. зав.выпускающей кафедрой ___________________ О.И.Медведева

СОГЛАСОВАНО:

И.о. зав.выпускающей кафедрой __________________ О.И Медведева.

Директор библиотеки ___________________ Т.Ф.Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ЕН факультета

от «20 » декабря 2018 г., протокол № 4

Председатель методической комиссии факультета ___________________ М.А. Варданян

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
учебно-методического управления ________________________ Г.П. Нежевец

Регистрационный №________