

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Кафедра математики и физики**

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Е.И.Луковникова

« \_\_\_\_\_ » декабря 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЛИНЕЙНОЕ И НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ**

**Б1.В.ДВ.04.01**

**НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ**

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ**

**Инженерия программного обеспечения**

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

<b>1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....</b>	<b>3</b>
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....</b>	<b>3</b>
<b>3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>4</b>
3.1 Распределение объёма дисциплины по формам обучения.....	4
3.2 Распределение объёма дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости .....	4
<b>4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>5</b>
4.1 Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий .....	5
4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам .....	5
4.3 Лабораторные работы.....	7
4.4 Практические занятия.....	7
4.5 Контрольные мероприятия: контрольная работа.....	8
<b>5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>10</b>
<b>6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	<b>11</b>
<b>7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>11</b>
<b>8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>12</b>
<b>9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>12</b>
9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных и практических работ .....	13
9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы.....	28
<b>10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>29</b>
<b>11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>29</b>
<b>Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....</b>	<b>30</b>
<b>Приложение 2. Аннотация рабочей программы дисциплины .....</b>	<b>34</b>
<b>Приложение 3. Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе .....</b>	<b>35</b>
<b>Приложение 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости по дисциплине.....</b>	<b>36</b>

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

## Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к научно-исследовательской деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

**Цель дисциплины** – ознакомление студентов с понятиями, методами и сферами приложений линейного и нелинейного программирования; развитие способностей студентов к алгоритмическому мышлению.

## Задачи дисциплины

- продемонстрировать обучающимся сущность научного подхода, роль и специфику линейного и нелинейного программирования (математического программирования) в осуществлении научно-технического прогресса;
- научить приемам исследования и решения формализованных задач;
- сформировать и развить умения и навыки, позволяющие применять современные математические методы и программное обеспечение для решения задач науки и техники.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2	Способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.	<b>знать:</b> - виды и специфику источников достоверной математической информации (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи); <b>уметь:</b> - осуществлять целенаправленный поиск математической информации; проводить аналитические обзоры информации: структурировать, минимизировать, выделять главное, устанавливать связи между базовыми элементами; <b>владеть:</b> - навыками использования современных образовательных и информационных технологий для реализации методов линейного и нелинейного программирования.
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>знать:</b> - понятия и базовые определения линейного и нелинейного программирования; <b>уметь:</b> - формализовать задачу; - выбирать метод для решения конкретных задач линейного и нелинейного программирования; <b>владеть:</b> - навыками решения экстремальных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.В.ДВ.04.01 Линейное и нелинейное программирование относится к вариативной части и является дисциплиной по выбору.

Дисциплина Численные методы базируется на знаниях, полученных при изучении таких учебных дисциплин, как: Математический анализ, Алгебра и геометрия, Основы информатики.

Основываясь на изучении указанных программ, дисциплина Линейное и нелинейное программирование представляет основу для изучения дисциплин Методы оптимизации, Теория игр и исследование операций, Прикладные пакеты оптимизации.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

### 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	Курс	Семестр	Трудоемкость дисциплины в часах						Контрольная работа	Вид промежуточной аттестации
			Всего часов (с экз.)	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Очная	2	3	144	68	34	17	17	31	кр	Экзамен
Заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

#### 3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	Трудоемкость (час.)	в т.ч. в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)	Распределение по семестрам, час
			3
1	2	3	4
<b>I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)</b>	68	33	68
Лекции (Лк)	34	6	34
Лабораторные работы (ЛР)	17	17	17
Практические занятия (ПЗ)	17	10	17
Контрольная работа	+	-	+
Групповые (индивидуальные) консультации	+	-	+
<b>II. Самостоятельная работа обучающихся (СР)</b>	31	-	31
Подготовка к лабораторным работам	6		6
Подготовка к практическим занятиям	6	-	6
Подготовка к экзамену в течение семестра	7	-	7
Выполнение контрольной работы	12	-	12
<b>III. Промежуточная аттестация экзамен</b>	45	-	45
Общая трудоемкость дисциплины час.	144	-	144
зач. ед.	4	-	4

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий - для очной формы обучения:

№ раздела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоемкость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)			
			учебные занятия			самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	лабораторные работы	практические занятия	
1	2	3	4	5	6	7
<b>1.</b>	<b>Линейное программирование</b>	<b>53</b>	<b>18</b>	<b>17</b>	<b>2</b>	<b>16</b>
1.1.	Основные понятия линейного программирования.	4	2	-	-	2
1.2.	Графический метод решения задачи линейного программирования.	6	2	-	2	2
1.3.	Симплексный метод решения задачи линейного программирования.	11	4	4	-	3
1.4.	Метод искусственного базиса.	9	2	4	-	3
1.5.	Двойственные задачи линейного программирования.	10	4	3	-	3
1.6.	Транспортная задача.	13	4	6	-	3
<b>2.</b>	<b>Целочисленное программирование</b>	<b>15</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
2.1.	Метод ветвей и границ.	8	2	-	3	3
2.2.	Метод Гомори.	7	2	-	2	3
<b>3.</b>	<b>Нелинейное программирование</b>	<b>31</b>	<b>12</b>	<b>-</b>	<b>10</b>	<b>9</b>
3.1.	Графический метод решения задачи нелинейного программирования.	7	2	-	2	3
3.2.	Выпуклое программирование.	13	6	-	4	3
3.3.	Правило множителей Лагранжа.	11	4	-	4	3
	<b>ИТОГО</b>	<b>99</b>	<b>34</b>	<b>17</b>	<b>17</b>	<b>31</b>

### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

№ раздела и темы	Наименование раздела и темы дисциплины	Содержание лекционных занятий	Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)
1	2	3	4
<b>1.</b>	<b>Линейное программирование</b>		
1.1.	Основные понятия линейного программирования.	Предмет линейного программирования (ЛП). История развития ЛП. Примеры задач ЛП. Общий вид задачи ЛП. Управляемые переменные. План, допустимый план, множество допустимых планов. Целевая функция. Опти-	Лекция-беседа (1 час.)

		мальный план. Стандартная задача ЛП. Каноническая задача ЛП. Матричная запись задачи ЛП. Способы преобразований ограничений задачи. Балансовые переменные.	
1.2.	Графический метод решения задачи линейного программирования для функции двух переменных.	Постановка задачи ЛП для функции двух переменных. Виды множества допустимых планов. Выпуклость допустимого множества в задаче ЛП. Угловые точки. Градиент функции. Целевой вектор. Линии уровня линейной функции. Опорные линии. Нахождение минимального и максимального значений функции.	Лекция-беседа (1 час.)
1.3.	Симплексный метод решения задачи линейного программирования.	Постановка задачи. Совместность системы ограничений. Базис, базисные и свободные переменные. Нахождение оценок переменных. Определение начального плана. Составление начальной симплекс-таблицы. Условие оптимальности плана. Единственность и множество оптимальных планов. Условие неограниченности целевой функции. Улучшение опорного плана: выбор разрешающего элемента, смена базиса, пересчет симплекс-таблицы.	-
1.4.	Метод искусственного базиса	Понятие искусственного базиса. Искусственные переменные. Составление вспомогательной задачи. Составление расширенной симплекс-таблицы. Правила работы с расширенной симплекс-таблицей.	-
1.5.	Двойственные задачи линейного программирования.	Симметричные двойственные задачи, матричная запись. Несимметричные двойственные задачи, матричная запись, правила составления. Примеры составления двойственных задач. Основные теоремы теории двойственности: условие оптимальности Канторовича и условия дополняющей нежесткости. Связь между решениями пары двойственных задач.	Лекция-беседа (1 час.)
1.6.	Транспортная задача.	Постановка транспортной задачи. Математическая запись транспортной задачи. Закрытая и открытая транспортная задача. План перевозок. Функция общей стоимости перевозок. Допустимый план перевозок, оптимальный план перевозок. Составление транспортной таблицы. Составление опорного плана (метод северо-западного угла, метод наименьшей стоимости). Метод потенциалов. Потенциалы, нахождение потенциалов. Условие оптимальности плана перевозок. Улучшение плана перевозок, построение цикла. Преобразование открытой транспортной задачи к закрытой.	Лекция с текущим контролем (1 час.)
<b>2.</b>	<b>Целочисленное программирование</b>		
2.1.	Метод ветвей и границ.	Постановка задачи целочисленного программирования. Комбинаторный метод решения. Метод ветвей и границ: графический способ, построение новых ограничений и задач, построение новых допустимых множеств, правила выбора пути решения.	Лекция-беседа (1 час.)
2.2.	Метод Гомори.	Целая и дробная часть числа. Постановка задачи. Решение задачи симплекс-методом. Построение дополнительного ограничения. Составление вспомогательной задачи. Геометрический смысл метода Гомори, отсечения.	-

<b>3. Нелинейное программирование</b>			
3.1.	Графический метод решения задачи нелинейного программирования.	Общий вид задачи нелинейного программирования. Допустимое множество. Линии уровня функции. Вторая теорема Вейерштрасса о существовании минимального и максимального значений функции на множестве.	-
3.2.	Выпуклое программирование.	Определение выпуклого множества. Примеры выпуклых множеств на плоскости и в пространстве. Определение выпуклой и вогнутой функции. Примеры выпуклых и вогнутых функций. Матрица Гессе. Проверка выпуклости и вогнутости с помощью матрицы Гессе. Свойства экстремума выпуклых и вогнутых функций.	Лекция с текущим контролем (1 час.)
3.3.	Правило множителей Лагранжа.	Постановка задачи. Уравнение связи. Условный экстремум функции. Множители Лагранжа. Функция Лагранжа. Необходимое и достаточное условия условного экстремума. Геометрический смысл метода Лагранжа для функции двух переменных. Обобщенное правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями вида неравенства.	-

#### 4.3. Лабораторные работы

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование лабораторной работы</i>	<i>Объем (час.)</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	1.	Симплекс-метод.	4	Разбор конкретных ситуаций (4 час.)
2		Метод искусственного базиса.	4	Разбор конкретных ситуаций (4 час.)
3		Двойственные задачи линейного программирования.	3	Разбор конкретных ситуаций (3 час.)
4		Транспортная задача.	6	Разбор конкретных ситуаций (6 час.)
<b>ИТОГО</b>			<b>17</b>	<b>17</b>

#### 4.4. Практические занятия

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование тем практических занятий</i>	<i>Объем в часах</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	1.	Графический метод решения задачи линейного программирования для функции двух переменных.	2	Занятие-тренинг (2 час.)

2	2.	Решение задач целочисленного программирования методом ветвей и границ.	3	Занятие-тренинг (2 час.)
3		Решение задач целочисленного программирования методом Гомори.	2	-
4	3.	Графический метод решения задачи нелинейного программирования.	2	Занятие-тренинг (2 час.)
5		Задачи выпуклого программирования.	4	Занятие-тренинг (2 час.)
6		Решение задач по правилу множителей Лагранжа.	4	Занятие-тренинг (2 час.)
<b>ИТОГО</b>			<b>17</b>	<b>10</b>

#### 4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа

Контрольная работа выполняется как индивидуальное домашнее задание.

##### *Контрольная работа «Линейное программирование»*

*Цель работы.* Формирование умений и навыков формализации текстовых задач, решения задач линейного программирования различными способами, анализа полученных результатов.

*Содержание.* 3 задания.

##### *Вариант 1*

##### **Задание 1.**

*Составьте математическую модель задачи. Решите задачу графическим способом. Укажите, какие ресурсы были использованы полностью.*

Совхоз для кормления животных использует два вида корма. Стоимость 1 кг корма 1 ден.ед., корма 2 ден.ед. В дневном рационе животного должно содержаться не менее 6 единиц питательного вещества А и не менее 12 единиц питательного вещества В. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на одно животное, чтобы затраты были минимальными? Использовать данные таблицы.

Питательное вещество	Количество питательных веществ в 1 кг корма	
	Корм 1	Корм 2
Вещество А	2	1
Вещество В	2	4

##### **Задание 2.**

*Решите задачу а) графическим способом, б) симплекс-методом, в) с помощью двойственной задачи:*

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2) &= 7x_1 - 4x_2 \rightarrow \max, \\
 -2x_1 + x_2 &\geq -4 \\
 3x_1 + 4x_2 &\leq 12 \\
 x_1 - 3x_2 &\geq -15 \\
 x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

##### **Задание 3.**

*Самостоятельно сформулируйте открытую транспортную задачу с 4 поставщиками и 3 потребителями и найдите ее решение.*

Выдача задания, прием контрольных работ проводится в соответствии с календарным учебным графиком.

<b>Оценка</b>	<b>Критерии оценки контрольной работы</b>
<b>Зачтено</b>	Оценка «Зачтено» ставится при условии правильного выполнения всех заданий. Если задание выполнено неверно, студент должен исправить свои ошибки и снова сдать на проверку.
<b>Не зачтено</b>	Если не выполнено хотя бы одно из заданий, то студент получает оценку «Не зачтено» и не допускается к экзамену.

**5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

<i>Компетенции</i> <i>№, наименование</i> <i>разделов дисциплины</i>	<i>Кол-во</i> <i>часов</i>	<i>Компетенции</i>		$\Sigma$ <i>комп.</i>	<i>t<sub>ср</sub>, час</i>	<i>Вид</i> <i>учебных</i> <i>занятий</i>	<i>Оценка</i> <i>результатов</i>
		<i>ОПК-2</i>	<i>ПК-2</i>				
1	2	3	4	5	6	7	8
1. Линейное программирование	53	+	+	2	26,5	Лк, ЛР, ПЗ, СР	Экзамен, кр
2. Целочисленное программирование	15	-	+	1	15	Лк, ПЗ, СР	Экзамен
3. Нелинейное программирование	31	+	+	2	15,5	Лк, ПЗ, СР	Экзамен
<i>всего часов</i>	<b>99</b>	<b>42</b>	<b>57</b>	<b>2</b>	<b>49,5</b>		

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### а) Подготовка к лекционным, лабораторным и практическим занятиям

1. Бекирова, Р.С. Математика. Линейная алгебра: Методические указания для студентов инженерно-экономических специальностей/ Р.С. Бекирова, О.Г. Ларионова, О.И. Медведева. - Братск: БрГУ, 2005. – 83 с.

2. Ларионова, О.Г. Математика. Математическое программирование: Учебное пособие/ О.Г. Ларионова, Е.В. Лищук, С.В. Акульшина.- Братск: БрГУ, 2005.- 122с.

### б) Самоподготовка и самопроверка

1. Корытов, И.В. Линейное программирование в примерах и задачах. Методические указания/ И.В. Корытов, С.С. Дашиева . - Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2002. - 32 с. [Электронный ресурс]: <http://window.edu.ru/resource/756/18756/files/MtdHiMth1.pdf>

2. Самаров, К.Л. Математика. Учебно-методическое пособие для студентов по разделу "Функции нескольких переменных. Нелинейное программирование"/ К.Л. Самаров. - М.: Учебный центр "Резольвента", 2009. - 26 с. [Электронный ресурс]: <http://window.edu.ru/resource/469/69469/files/funmanyquant.pdf>

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Наименование издания	Вид занятия	Количество экземпляров в библиотеке, шт.	Обеспеченность, (экз./ чел.)
1	2	3	4	5
<b>Основная литература</b>				
1.	Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: учебное пособие для вузов / И. Л. Акулич . - 2-е изд., испр. - СПб.: Лань, 2009. - 352 с.	<i>Лк, ЛР, ПЗ, кр, СР</i>	39 (включая аналоги)	1
2.	Балдин, К.В. Математическое программирование: учебник/ К.В. Балдин, Н.А. Брызгалов, А.В. Рукосуев/ Под общ. ред. д.э.н. проф. К.В. Балдина.- 2-е изд.- М.: Издательская торговая корпорация «Дашков и К <sup>о</sup> ». 2016.- 218 с. [Электронный ресурс]: <a href="http://new.biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=453243">http://new.biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&amp;book_id=453243</a>	<i>Лк, ЛР, ПЗ, кр, СР</i>	1(ЭУ)	1
3.	Кириллов, Ю.В. Прикладные методы оптимизации : учебное пособие / Ю.В. Кириллов, С.О. Веселовская. - Новосибирск : НГТУ, 2012. - Ч. 1. Методы решения задач линейного программирования. - 235 с. [Электронный ресурс]: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=228968">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=228968</a>	<i>Лк, ЛР, ПЗ, кр, СР</i>	1(ЭУ)	1
<b>Дополнительная литература</b>				
4.	Гончаров, В. А. Методы оптимизации : учебное пособие / В. А. Гончаров. - Москва : Юрайт, 2015. - 191 с.	<i>Лк, СР</i>	6	0,3
5.	Кузнецов, А. В. Высшая математика. Математическое программирование : учебник / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод. - 4-е изд., стереотип. - СПб : Лань, 2013. - 352 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература).	<i>Лк, СР</i>	6	0,3
6.	Грешилов, А.А. Прикладные задачи математического программирования: Учеб. пособие для вузов/ А.А. Грешилов.- 2-е изд., доп.- М.: Логос, 2006.- 288с.	<i>ПЗ, кр, СР</i>	10	0,5

7.	Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов/ А.В. Грешилов.- М.: Высш. школа, 2002.- 544с.- (Прикладная математика для втузов).	<i>ЛР, ПЗ, СР</i>	17	0,85
8.	Полунин, И.Ф. Курс математического программирования: Учеб. пособие для вузов/ И.Ф. Полунин.- М.: Высш. шк., 2008.- 464с.	<i>Лк, ЛР, ПЗ, СР</i>	5	0,25
9.	Азарнова, Т.В. Линейное программирование: Учебное пособие/ Т.В. Азарнова, И.Л. Каширина, Г.Д. Чернышова. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2002. - 60 с. [Электронный ресурс]: <a href="http://window.edu.ru/resource/386/27386/files/may02021.pdf">http://window.edu.ru/resource/386/27386/files/may02021.pdf</a>	<i>Лк, ЛР, ПЗ, СР</i>	1(ЭУ)	1
10.	Самаров, К.Л. Математика. Учебно-методическое пособие для студентов по разделу "Транспортная задача"/ К.Л. Самаров. - М.: Учебный центр "Резольвента", 2009. - 23 с. [Электронный ресурс]: <a href="http://window.edu.ru/resource/468/69468/files/transproblem.pdf">http://window.edu.ru/resource/468/69468/files/transproblem.pdf</a>	<i>ЛР, кр, СР</i>	1(ЭУ)	1
11.	Палий, И.А. Введение в линейное программирование: Учебное пособие/ И.А. Палий. - Омск: СибАДИ, 2009.- 88с. [Электронный ресурс]: <a href="http://window.edu.ru/resource/841/60841/files/palii_input_lp.pdf">http://window.edu.ru/resource/841/60841/files/palii_input_lp.pdf</a>	<i>ЛР, ПЗ, СР</i>	1(ЭУ)	1
12.	Филькин, Г.В. Линейное программирование: Текст лекций/ Г.В. Филькин. - Шахты: ЮРГУЭС, 2006. - 21 с. [Электронный ресурс]: <a href="http://window.edu.ru/resource/144/47144/files/sss088.pdf">http://window.edu.ru/resource/144/47144/files/sss088.pdf</a>	<i>Лк, СР</i>	1(ЭУ)	1

## 8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Электронный каталог библиотеки БрГУ  
[http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r\\_15/cgiirbis\\_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=](http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=).
2. Электронная библиотека БрГУ  
<http://ecat.brstu.ru/catalog>.
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»  
<http://biblioclub.ru>.
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»  
<http://e.lanbook.com>.
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"  
<http://window.edu.ru>.
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru>.
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)  
<https://uisrussia.msu.ru/>.
8. Национальная электронная библиотека НЭБ  
<http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search/>.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающийся должен разработать собственный режим равномерного освоения дисциплины. Подготовка студента к предстоящей лекции включает в себя ряд важных познавательно-практических этапов:

- чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования предыдущей лекции, вынесение на поля всего, что требуется при дальнейшей работе с конспектом и учебником;

- техническое оформление записей (подчеркивание, выделение главного, выводов, доказательств);
- выполнение практических заданий преподавателя;
- знакомство с материалом предстоящей лекции по учебнику и дополнительной литературе.

Активная работа на лекции, ее конспектирование, продуманная, целенаправленная, систематическая, а главное - добросовестная и глубоко осознанная последующая работа над конспектом - важное условие успешного обучения студентов.

Лабораторные работы и практические занятия по линейному и нелинейному программированию позволяют обучающемуся более глубоко разобраться в теоретическом материале и определить сферы его практического применения. Основная цель лабораторной работы и практического занятия – развитие самостоятельности. Подготовка к лабораторным работам и практическим занятиям состоит в добросовестном анализе теоретического материала, составлении кратких справочников, алгоритмов.

Контрольные мероприятия представляют собой способ проверки знаний обучающегося, его умений и предполагают самостоятельное выполнение практических заданий. Подготовка к контрольным мероприятиям состоит в ответственном выполнении всех домашних заданий по дисциплине и самостоятельной проработке основной и дополнительной литературы.

Продуктивной является самостоятельная работа в библиотеке, где доступны основные и дополнительные печатные и электронные источники.

При выполнении приведенных выше рекомендаций подготовка к экзамену сведется к повторению изученного и совершенствованию навыков применения теоретических положений и различных методов решения к стандартным и нестандартным заданиям.

## 9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных и практических работ

### Лабораторная работа № 1. Симплекс-метод

Цель работы: научиться решать задачи линейного программирования симплекс-методом.

Задание: Решить задачи симплекс-методом

#### Вариант 1

##### Задача 1

$$f = -7x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 6x_2 + x_4 = 15$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 = 7$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

##### Задача 2

$$f = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$3x_1 + x_2 \leq 17$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

##### Задача 3

$$f = 35x_1 - 4x_2 + 7x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$5x_1 - 5x_2 \leq 4$$

$$-3x_1 + x_2 - x_4 = 15$$

$$-2x_1 + x_3 + 3x_4 = 6$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

##### Задача 4

$$f = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$4x_1 - 2x_2 \leq 12$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq -1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

##### Задача 5

$$f = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 25$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0$$

##### Задача 6

$$f = 9x_1 - x_3 - 2x_4 + x_5 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_5 = 12$$

$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + x_4 = 14$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
2. Решить задачи.
3. Продемонстрировать преподавателю выполненную работу на компьютере.

4. Оформить отчет.
5. Защитить лабораторную работу.

Форма отчетности: Выполнить задание, показать преподавателю, оформить отчет, защитить лабораторную работу.

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Приведение задачи к каноническому виду.
3. Расчетные симплекс-таблицы с комментариями действий.
4. Выводы о полученном решении.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решите задачу симплекс-методом

$$f = 5x_1 + 6x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$4x_2 + x_3 + 6x_4 = 10$$

$$x_1 + x_2 - 4x_4 = 3$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

2. Решите задачу симплекс-методом

$$f = -4x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$6x_1 - 5x_2 \leq 18$$

$$-x_1 - 2x_2 \geq -7$$

$$x_2 \geq 0$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе:

1. Лабораторная работа выполняется индивидуально или в парах.
2. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекции 1.1, 1.3).
3. Проверить, записана ли задача в каноническом виде. Если нет, то привести к каноническому виду.
4. Составить начальную симплекс-таблицу, проверить оптимальность и далее действовать по алгоритму симплекс-метода. Образец симплекс-таблицы:

$c_\sigma$	БП	$P_0$	$x_1$	$x_2$	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
		$\Delta_0$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	...

5. Защита лабораторной работы проводится по контрольным вопросам для самопроверки.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2, 3.

Дополнительная литература -№ 7, 8, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Для каких задач применяется симплекс-метод?
2. Укажите общий вид канонической задачи.
3. Какая переменная называется балансовой?
4. Как определяется базис?
5. Как определяются базисные и свободные переменные?
6. Как найти целевой вектор и вектор  $c_\sigma$ ?
7. Запишите формулу для  $\Delta_0$ .
8. Объясните смысл  $\Delta_0$ .

9. Как находятся оценки базисных и свободных переменных?
10. Сформулируйте условие оптимальности плана.
11. Сформулируйте условие неограниченности целевой функции.
12. В каком случае возможно улучшить опорный план?
13. Как определяется разрешающий столбец, разрешающая строка, разрешающий элемент?
14. Как происходит изменение базиса?
15. Как пересчитывается разрешающая строка?
16. Как пересчитываются элементы в симплекс-таблице?
17. Как по симплекс-таблице записать оптимальное решение?
18. В каком случае задача имеет единственное решение? Множество решений?

## Лабораторная работа № 2. Метод искусственного базиса

Цель работы: научиться решать задачи линейного программирования симплекс-методом с использованием искусственного базиса.

Задание: Решить задачи симплекс-методом с введением искусственного базиса.

### Вариант 1

#### Задача 1

$$f = 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 19$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

#### Задача 2

$$f = -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - x_2 + x_4 = 4$$

$$4x_1 + 6x_2 - 7x_3 + 2x_4 = 10$$

$$-3x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 7$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

#### Задача 3

$$f = 5x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - x_2 + 7x_3 \leq 5$$

$$x_1 + 4x_3 = 15$$

$$x_1 \leq 17$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

#### Задача 4

$$f = -2x_1 - 2x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 9x_2 \geq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 6$$

$$11x_1 + x_2 - 5x_3 = 15$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

### Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
2. Решить задачи.
3. Продемонстрировать преподавателю выполненную работу на компьютере.
4. Оформить отчет.
5. Защитить лабораторную работу.

Форма отчетности: Выполнить задание, показать преподавателю, оформить отчет, защитить лабораторную работу.

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Приведение задачи к каноническому виду.
3. Составление вспомогательной задачи.
4. Расчетные симплекс-таблицы с комментариями действий.
5. Выводы о полученном решении.

### Задания для самостоятельной работы:

1. Решите задачу симплекс-методом

$$f = 2x_1 + 16x_2 + 5x_3 - 5x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 = 17$$

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 9$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

2. Решите задачу симплекс-методом

$$f = 5x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$5x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 18$$

$$3x_1 - 20x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 - 3x_2 - 6x_3 \geq 30$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе:

1. Лабораторная работа выполняется индивидуально или в парах.
2. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекции 1.3, 1.4).
3. Проверить, записана ли задача в каноническом виде. Если нет, то привести к каноническому виду.
4. Составить вспомогательную задачу, ввести искусственные переменные.
5. Составить начальную симплекс-таблицу, проверить оптимальность и далее действовать по алгоритму симплекс-метода. Найти решение вспомогательной задачи и затем исходной задачи. Образец симплекс-таблицы в задаче с искусственным базисом:

$c_\sigma$	БП	$P_0$	$x_1$	$x_2$	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
Верхняя индексная строка		...	...	...	...
Нижняя индексная строка		...	...	...	...

5. Защита лабораторной работы проводится по контрольным вопросам для самопроверки.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2, 3.

Дополнительная литература -№ 7, 8, 9, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Для какой задачи вводится искусственный базис?
2. Какая переменная называется балансовой? Для чего вводятся балансовые переменные?
3. Какая переменная называется искусственной? Для чего вводятся искусственные переменные?
4. Как определяется искусственный базис?
5. Как составляется вспомогательная задача?
6. С какой целью решается вспомогательная задача?
7. Опишите правила заполнения начальной таблицы в задаче с искусственным базисом.
8. Приведите алгоритм решения задачи с искусственным базисом.
9. Сформулируйте условие оптимальности плана.
10. Сформулируйте условие неограниченности целевой функции.
11. В каком случае возможно улучшить опорный план?
12. Как определяется разрешающий столбец, разрешающая строка, разрешающий элемент?
13. Как происходит изменение базиса?
14. Как пересчитывается разрешающая строка?

15. Как пересчитываются элементы в симплекс-таблице?
16. Как по симплекс-таблице записать оптимальное решение?
17. В каком случае задача имеет единственное решение? Множество решений?

### Лабораторная работа № 3. Двойственные задачи линейного программирования

Цель работы: научиться решать задачи линейного программирования с использованием теории двойственности.

Задание: Решить задачу с помощью двойственной задачи.

#### Вариант 1

##### Задача 1

$$f = -x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 3$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 1$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2$$

##### Задача 2

$$f = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 1$$

$$7x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 5$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2$$

##### Задача 3

$$f = -2x_1 - 4x_2 + x_3 + 12x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - 3x_2 + 8x_3 = 15$$

$$x_1 + 3x_3 - 4x_4 = 25$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$$

##### Задача 4

$$f = 4x_1 + x_2 - 5x_3 \rightarrow \max$$

$$8x_1 + 6x_2 - x_3 = 8$$

$$2x_1 + x_3 \geq 2$$

$$x_2 \leq 20$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
2. Решить задачи.
3. Продемонстрировать преподавателю выполненную работу на компьютере.
4. Оформить отчет.
5. Защитить лабораторную работу.

Форма отчетности: Выполнить задание, показать преподавателю, оформить отчет, защитить лабораторную работу.

Содержание отчета:

1. Задание.
2. Составление двойственной задачи.
3. Решение двойственной задачи (расчетные симплекс-таблицы или чертежи для графического способа с комментариями действий).
4. Нахождение решения исходной задачи с помощью теорем двойственности.
5. Выводы о полученном решении.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решите задачу с помощью двойственной задачи:

$$f = -2x_1 + 6x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 3$$

$$4x_1 - 3x_2 - 3x_3 \leq 12$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 3$$

2. Решите задачу с помощью двойственной задачи:

$$f = 15x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 \geq -8$$

$$-4x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq 7$$

$$x_1 + x_2 + 10x_3 \geq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

#### Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе:

1. Лабораторная работа выполняется индивидуально или в парах.
2. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекция 1.5).
3. Составить двойственную задачу, выбрать способ решения – графический или симплекс-метод. Привести задачу к требуемому виду в выбранном методе.
4. Решить двойственную задачу, найти оптимальные значения двойственных переменных и функции.
5. Пользуясь теоремами двойственности и их следствиями найти решение исходной задачи.
6. Защита лабораторной работы проводится по контрольным вопросам для самопроверки.

#### Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2, 3.

Дополнительная литература -№ 7, 8, 9, 11.

#### Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Для какой задачи составляют двойственную задачу?
2. Как определяется количество переменных в двойственной задаче?
3. Как определяется количество ограничений в двойственной задаче?
4. Как устанавливается условие неотрицательности переменных в двойственной задаче?
5. Симметричная пара двойственных задач.
6. Несимметричная пара двойственных задач.
7. Условие оптимальности Канторовича.
8. Условие дополняющей нежесткости.
9. Связь между значениями двойственных переменных и оценками в исходной задаче.

### **Лабораторная работа № 4. Транспортная задача**

Цель работы: научиться решать транспортную задачу.

Задание:

#### **Вариант 1**

##### **Задача 1**

У трех поставщиков имеется 40, 30, 50 т. груза. Четырем потребителям требуется 20, 40, 10, 50 т. данного груза. Дана матрица стоимостей перевозок  $C$ . Составлен план перевозок  $X$ . Проверить данный план на оптимальность. Если план не оптимален, то улучшить его и найти оптимальный план. Найти минимальную общую стоимость перевозок.

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 20 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 10 \\ 0 & 10 & 0 & 40 \end{pmatrix}$$

##### **Задача 2**

У четырех поставщиков имеется 100, 200, 250, 450 т. груза. Пяти потребителям требуется 200, 250, 300, 150, 100 т. данного груза. Дана матрица стоимостей перевозок  $C$ . Составить план перевозок методом северо-западного угла. Проверить план на оптимальность. Если

план не оптимален, то улучшить его и найти оптимальный план. Найти минимальную общую стоимость перевозок.

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 & 12 \\ 10 & 2 & 4 & 7 & 11 \\ 4 & 7 & 7 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 6 & 6 & 10 \end{pmatrix}$$

### Задача 3

У трех поставщиков имеется 500, 300, 200 т. груза. Пяти потребителям требуется 300, 250, 170, 300, 150 т. данного груза. Дана матрица стоимостей перевозок  $C$ . Составить план перевозок  $X$  методом северо-западного угла. Проверить план на оптимальность. Если план не оптимален, то улучшить его и найти оптимальный план. Найти минимальную общую стоимость перевозок. Все ли потребители получают груз полностью?

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 10 & 15 & 12 \\ 7 & 6 & 4 & 17 & 11 \\ 4 & 7 & 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

### Задача 4

У четырех поставщиков имеется 200, 300, 200, 400 т. груза. Четырем потребителям требуется 100, 500, 120, 300 т. данного груза. Дана матрица стоимостей перевозок  $C$ . Составить план перевозок  $X$  методом северо-западного угла. Проверить план на оптимальность. Если план не оптимален, то улучшить его и найти оптимальный план. Найти минимальную общую стоимость перевозок. У каких поставщиков груз не будет вывезен полностью?

$$C = \begin{pmatrix} 12 & 5 & 7 & 3 \\ 5 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 6 & 7 & 10 \\ 5 & 9 & 4 & 11 \end{pmatrix}$$

#### Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
2. Решить задачи.
3. Продемонстрировать преподавателю выполненную работу на компьютере.
4. Оформить отчет.
5. Защитить лабораторную работу.

Форма отчетности: Выполнить задание, показать преподавателю, оформить отчет, защитить лабораторную работу.

#### Содержание отчета:

1. Задание.
2. Решение задач методом потенциалов с пояснениями.
3. Выводы о полученном решении.

#### Задания для самостоятельной работы:

1. У четырех поставщиков имеется 100, 50, 70, 80 т. груза. Три потребителя запрашивают 200, 40 и 60 т. данного груза. Дана матрица стоимостей перевозок  $C$ . Составить план перевозок  $X$  методом северо-западного угла. Проверить план на оптимальность. Если план не оптимален, то улучшить его и найти оптимальный план. Найти минимальную общую стоимость перевозок.

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

2. У трех поставщиков имеется 100, 300, 250 т. груза. Четырем потребителям требуется 240, 160, 100, 250 т. данного груза. Дана матрица стоимостей перевозок  $C$ . Составить план перевозок  $X$  методом северо-западного угла. Проверить план на оптимальность. Если план не оптимален, то улучшить его и найти оптимальный план. Найти минимальную общую стоимость перевозок.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе:

1. Лабораторная работа выполняется индивидуально или в парах.
2. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекция 1.6).
3. Проверить, является ли задача закрытой. Если задача является открытой, то привести ее к закрытому виду, добавив дополнительного поставщика или потребителя.
4. Начальный план перевозок составлять по методу северо-западного угла.
5. Образец транспортной таблицы:

Потребители Поставщики	$B_1$	$B_2$	...	$B_n$	Запасы $a_i$	$\alpha_i$
$A_1$						
$A_2$						
...						
$A_n$						
Потребности $b_j$					$\sum a_i = \sum b_j$	
$\beta_j$						

6. При составлении очередного плана перевозок находить общую стоимость перевозок.
7. Защита лабораторной работы проводится по контрольным вопросам для самопроверки.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2, 3.

Дополнительная литература -№ 7, 8, 10, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Постановка транспортной задачи.
2. Разновидности транспортной задачи.
3. Матричная запись транспортной задачи.
4. Какой вид в транспортной задаче имеет целевая функция?
5. Что называется планом перевозок? Допустимым планом перевозок? Оптимальным планом перевозок?
6. Составление плана перевозок методом северо-западного угла.
7. Составление плана перевозок методом наименьшей стоимости.
8. Потенциалы поставщиков и потребителей, нахождение потенциалов.
9. Условие оптимальности плана перевозок в методе потенциалов.
10. Построение цикла для улучшения плана перевозок.
11. Каким образом изменяется план перевозок при построении цикла?

### **Практическое занятие № 1. Графический метод решения задачи линейного программирования для функции двух переменных**

Цель работы: научиться решать задачи линейного программирования графическим методом.

Задание:

### **Индивидуальное задание. Вариант 1.**

Решить задачи графическим методом.

#### **Задача 1**

$$f = -2x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$5x_1 - 3x_2 \leq 15$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2$$

#### **Задача 2**

$$f = 2x_1 - 2x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$x_1 - 2x_2 \geq -4$$

$$x_1 - 5x_2 \leq 1$$

$$x_2 \geq 0$$

#### **Задача 3**

$$f = 2x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$2x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 3$$

Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
2. Решить задачи.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить задачу графическим методом.

$$f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$5x_1 - 3x_2 \leq 15$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2$$

2. Решить задачу графическим методом.

$$f = x_1 - 3x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$x_1 - 3x_2 \leq 10$$

$$-4x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$$x_1 - 5x_2 \geq -4$$

$$x_1 \geq 0$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 1, лекция 1.1, 1.2).
2. Занятие проводится в виде тренинга, обучающийся должен стремиться верно выполнить максимальное количество заданий. После проверки всех сданных работ преподаватель назовет лучший результат в группе.
3. При успешном выполнении всех заданий взять дополнительное задание.
4. В решении должно быть указано: множество допустимых планов, целевой вектор, опорные линии. Чертежи должны быть выполнены аккуратно, четко, без помарок, с подписями точек и линий.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 3.

Дополнительная литература - № 6, 7, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Для каких задач применяется графический метод?
2. Как задается множество допустимых планов?
3. Как найти целевой вектор?
4. Каков смысл целевого вектора?
5. Как построить опорные линии?
6. Как определить точку минимума и максимума?
7. В каком случае задача имеет множество оптимальных планов?

**Практическое занятие № 2. Решение задач целочисленного программирования методом ветвей и границ**

Цель работы: научиться решать задачи целочисленного программирования.

Задание: Решить задачи методом ветвей и границ.

**Задача 1**

$$\begin{aligned} f &= 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \\ -6x_1 + 11x_2 &\leq 44 \\ 14x_1 + 11x_2 &\leq 154 \\ x_{1,2} &\geq 0 \\ x_{1,2} &\in Z \end{aligned}$$

**Задача 2**

$$\begin{aligned} f &= -3x_1 - 3x_2 \rightarrow \max \\ 4x_1 - x_2 &\leq 9 \\ x_1 + 4x_2 &\geq 13 \\ x_1 &\geq -3 \\ x_2 &\leq 4 \\ x_{1,2} &\in Z \end{aligned}$$

**Задача 3**

$$\begin{aligned} f &= -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min \\ 2x_1 - x_2 &\leq 6 \\ -x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\ x_1 + x_2 &\geq -1 \\ x_{1,2} &\in Z \end{aligned}$$

**Индивидуальное задание. Вариант 1.**

Решить задачи методом ветвей и границ.

**Задача 1**

$$\begin{aligned} f &= -3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ -4x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 7x_1 + 2x_2 &\leq 14 \\ x_{1,2} &\geq 0, \quad x_{1,2} \in Z \end{aligned}$$

**Задача 2**

$$\begin{aligned} f &= -4x_1 - 5x_2 \rightarrow \min \\ 3x_1 + 7x_2 &\leq 10 \\ -2x_1 + x_2 &\geq -2 \\ x_{1,2} &\in Z \end{aligned}$$

**Задача 3**

$$\begin{aligned} f &= -5x_1 - 7x_2 \rightarrow \max \\ -3x_1 + 14x_2 &\leq 78 \\ 5x_1 - 6x_2 &\leq 26 \\ x_1 + 4x_2 &\geq 25 \\ x_{1,2} &\geq 0, \quad x_{1,2} \in Z \end{aligned}$$

Порядок выполнения:

1. Вместе с преподавателем решить задачи 1-3.
2. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
3. Решить задачи из индивидуального задания.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить задачу методом ветвей и границ.

$$\begin{aligned} f &= x_1 - 5x_2 \rightarrow \max \\ 3x_1 - x_2 &\leq 5 \\ x_1 + 3x_2 &\leq 7 \\ x_{1,2} &\geq 0, \quad x_{1,2} \in Z \end{aligned}$$

2. Решить задачу методом ветвей и границ.

$$\begin{aligned} f &= -2x_1 + 4x_2 \rightarrow \min \\ x_1 - 6x_2 &\leq 5 \\ 2x_1 + 7x_2 &\leq 12 \\ x_{1,2} &\geq 0, \quad x_{1,2} \in Z \end{aligned}$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 2, лекция 2.1).
2. Занятие проводится в виде тренинга, обучающийся должен стремиться верно выполнить максимальное количество заданий.
3. При успешном выполнении всех заданий взять дополнительное задание.
4. При решении используется графический способ, в котором должно быть указано: множество допустимых планов, целевой вектор, опорные линии. Чертежи должны

быть выполнены аккуратно, четко, без помарок, с подписями точек и линий. При необходимости решение выполнять на нескольких чертежах.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 3.

Дополнительная литература - № 6, 7, 11.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Постановка задачи целочисленного программирования.
2. Для каких задач применяется метод ветвей и границ?
3. Алгоритм решения задачи методом ветвей и границ для поиска максимума (минимума) целевой функции.

**Практическое занятие № 3. Решение задач целочисленного программирования методом Гомори**

Цель работы: научиться решать задачи целочисленного программирования.

Задание: Решить задачи методом Гомори. В задачах 1, 2 пояснить геометрический смысл, построить отсечения.

**Задача 1**

$$\begin{aligned} f &= x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 5 \\ x_1 &\leq 2 \\ x_{1,2} &\geq 0 \\ x_{1,2} &\in Z \end{aligned}$$

**Задача 2**

$$\begin{aligned} f &= 9x_1 + 11x_2 \rightarrow \max \\ 4x_1 + 3x_2 &\geq 10 \\ x_1 &\leq 5 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ x_{1,2} &\geq 0 \\ x_{1,2} &\in Z \end{aligned}$$

**Задача 3**

$$\begin{aligned} f &= x_1 - x_4 \rightarrow \max \\ -2x_1 + x_4 + x_5 &= 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 &= 2 \\ x_1 + x_3 + 3x_4 &= 3 \\ x_i &\geq 0, i = 1, \dots, 4 \\ x_i &\in Z, i = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

**Индивидуальное задание. Вариант 1.**

Решить задачу методом Гомори. Пояснить геометрический смысл, построить отсечения.

$$\begin{aligned} f &= -3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ -4x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 7x_1 + 2x_2 &\leq 14 \\ x_{1,2} &\geq 0, x_{1,2} \in Z \end{aligned}$$

Порядок выполнения:

1. Вместе с преподавателем решить задачи 1-3.
2. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
3. Решить задачу из индивидуального задания.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить задачу методом Гомори. Пояснить геометрический смысл, построить отсечения.

$$\begin{aligned} f &= x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 5 \\ x_1 &\leq 2 \\ x_{1,2} &\geq 0, x_{1,2} \in Z \end{aligned}$$

2. Решить задачу методом Гомори.

$$f = -2x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 - 3x_2 + x_3 = 22$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 17$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4$$

$$x_i \in Z, i = 1, \dots, 4$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 2, лекция 2.2).
2. Индивидуальное задание может быть выдано по вариантам практического задания № 2 для сравнения результатов.
3. При решении новой задачи с добавленным ограничением целесообразно использовать предыдущую симплекс-таблицу; это позволит сократить количество вычислений.
4. При построении отсечений проверять правильность результата с помощью целевого вектора.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 3.

Дополнительная литература - № 6, 7, 8.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Постановка задачи целочисленного программирования.
2. Для каких задач применяется метод Гомори?
3. Алгоритм решения задачи методом Гомори.
4. Правила построения дополнительного ограничения.
5. Как строится отсечение множества допустимых планов?
6. Геометрический смысл метода Гомори.

#### **Практическое занятие № 4. Графический метод решения задачи нелинейного программирования**

Цель работы: научиться решать задачи нелинейного программирования.

Задание:

**Индивидуальное задание. Вариант 1.**

Решить задачу графическим методом.

**Задача 1**

$$f = -x^2 - y^2 - 6x + 10 \rightarrow \text{extr}$$

$$2x - y \leq 2$$

$$x \leq 0$$

**Задача 2**

$$f = -x^2 - y^2 - 6x + 10 \rightarrow \text{extr}$$

$$x^2 + y^2 \leq 9$$

$$y \geq -1$$

**Задача 3**

$$f = x^2 - y - 4x \rightarrow \text{extr}$$

$$x + 5y \leq 20$$

$$4x - y \geq 0$$

**Задача 4**

$$f = 3x + 4y \rightarrow \text{extr}$$

$$x - y^2 \geq 5$$

Порядок выполнения:

1. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
2. Решить задачи из индивидуального задания.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить задачу графическим методом.

$$f = x^2 + y^2 + 4y + 12 \rightarrow \text{extr}$$

$$5x + 2y \leq 20$$

$$4x - 3y \geq 12$$

2. Решить задачу графическим методом.

$$f = x + 2y \rightarrow \text{extr}$$

$$x^2 + y^2 \leq 36$$

$$x \leq 2$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.1).
2. Занятие проводится в виде тренинга, обучающийся должен стремиться верно выполнить максимальное количество заданий.
3. При успешном выполнении всех заданий взять дополнительное задание.
4. На рисунках должно быть указано: множество допустимых планов, линии уровня, опорные линии, точки минимума и максимума. Чертежи должны быть выполнены аккуратно, четко, без помарок, с подписями точек и линий.
5. В спорных ситуациях, когда по рисунку нельзя определить точные координаты искоемых точек, следует находить решение соответствующей системы уравнений или использовать геометрический смысл производной функции.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература - № 6, 7, 8.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Постановка задачи нелинейного программирования.
2. Для каких задач применяется графический метод?
3. Линия уровня функции.
4. Алгоритм решения задачи графическим методом.

### **Практическое занятие № 5. Задачи выпуклого программирования**

Цель работы: научиться решать задачи выпуклого программирования.

Задание:

1. Построить множества в системе координат. Указать, какие из множеств являются выпуклыми.

$$A) D = \{(x_1, x_2) : 2x_1 + 4x_2 \geq 11, x_1 - x_2 \leq 3\}$$

$$B) D = \{(x_1, x_2) : x_1 + 4x_2^2 \geq 0\}$$

$$B) D = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, x_1^2 + x_2^2 \leq 9\}$$

$$Г) D = \{(x_1, x_2, x_3) : 4x_1 + 5x_2 - x_3 \leq 20, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$$

$$Д) D = \{(x_1, x_2, x_3) : x_3 \geq x_1^2 + x_2^2 - 4x_2 + 5\}$$

2. Является ли функция выпуклой или вогнутой в пространстве  $E^n$  ?

$$A) f(x_1, x_2) = x_1^2 + 15x_2^2 + 4x_1x_2$$

$$B) f(x_1, x_2) = -4x_1^2 - 6x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1 + 5x_2 + 25$$

В)  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - \sin(x_1 - x_2)$

Г)  $f(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 6x_2^2 + 6x_3^2 + 12x_1x_2 - 10x_1x_3 - 2x_2x_3$

Д)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 15x_2^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3$

3. Указать множество, на котором функция является выпуклой.

А)  $f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{x_2}$

Б)  $f(x_1, x_2) = \sin(2x_1 + x_2)$

4. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^n$ .

А)  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 5x_2^2 + 4x_1 - 10x_2$

Б)  $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 6x_1 - x_2 - 2$

В)  $f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 + x_1^2 + x_2^2 + x_1^2x_2^2$

Г)  $f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2$

Д)  $f(x_1, x_2, x_3) = 20x_1 + 10x_3 + 12x_1x_2 - 12x_1x_3 + 6x_2x_3 - 11x_1^2 - 6x_2^2 - 6x_3^2$

### **Индивидуальное задание. Вариант 1.**

1. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^2$ .

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 14x_1 - 8x_2 + 23$$

2. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^2$ .

$$f(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 5x_2^2 + 10x_1 + 9x_2 + 3$$

3. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^2$ .

$$f(x_1, x_2) = x_1^4 + 2x_2^2 + 4x_1x_2 + 2$$

4. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^3$ .

$$f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 - 10x_1 + 2x_2 + x_3 - 20$$

5. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^3$ .

$$f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^4 + 12x_1^2 - 4x_2^2 - 2x_3^2 + 12x_2 - 10x_3 + 7$$

### Порядок выполнения:

1. Решить задачи 1-4 вместе с преподавателем.
2. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
3. Решить задачи из индивидуального задания.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

### Задания для самостоятельной работы:

1. Построить множества в системе координат. Указать, какие из множеств являются выпуклыми.

А)  $D = \{(x_1, x_2) : x_1 + 3x_2 \geq 12, x_1 \leq 2, x_2 \geq 5\}$

Б)  $D = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + 4x_2^2 \leq 4, x_1 \geq x_2\}$

2. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^2$ .

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 16x_1 - 8x_2 + 2x_1x_2 + 5$$

3. Найти наименьшее и наибольшее значения функции в пространстве  $E^3$ .

$$f(x_1, x_2, x_3) = -3x_1^2 - 4x_2^2 - 5x_3^2 + 18x_1 + 25x_3 - 30$$

### Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.2).
2. Занятие проводится в виде тренинга, обучающийся должен стремиться верно выполнить максимальное количество заданий.

3. При успешном выполнении всех заданий взять дополнительное задание.
4. Чертежи должны быть выполнены аккуратно, четко, без помарок, с подписями точек, линий, поверхностей. В случае необходимости можно добавлять комментарий к построенному множеству.
5. Задача на нахождение наименьшего и наибольшего значений функции выполняется с обязательной проверкой выпуклости (вогнутости) функции. В ответе указывать информацию об обоих экстремумах (один из них будет достигаться, другой – не будет достигаться).

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература - № 6, 7, 8.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Какое множество называется выпуклым?
2. Какая функция называется выпуклой? Вогнутой?
3. Стационарная точка.
4. Свойство экстремума выпуклой (вогнутой) функции на выпуклом множестве.
5. Матрица Гессе.
6. Проверка выпуклости (вогнутости) с помощью матрицы Гессе.

**Практическое занятие № 6. Решение задач по правилу множителей Лагранжа**

Цель работы: научиться решать задачи нелинейного программирования.

Задание:

1. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. В пунктах А-В пояснить геометрический смысл.
  - А)  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 - 10x_2 + 12, 2x_1 - x_2 = 6$
  - Б)  $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2, x_1^2 + x_2^2 = 20$
  - В)  $f(x_1, x_2) = x_1x_2^2, x_1 + 2x_2 = 1$
  - Г)  $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 12x_1 + 4x_2, 5x_1 - x_2 + x_3 = 6$
  - Д)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_2x_3, 2x_1 - x_2 = 3, x_2 + x_3 = 5$
2. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. В пунктах А-В пояснить геометрический смысл.
  - А)  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 4x_1 - 4x_2 + 2, x_1 - 3x_2 \leq 12$
  - Б)  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 6x_1 - x_2 + 23, 4x_1 + 5x_2 \leq 5$
  - В)  $f(x_1, x_2) = -x_1^4 - x_2^4, 2x_1 + 3x_2 \geq 30$
  - Г)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 6$

**Индивидуальное задание. Вариант 1.**

1. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. Пояснить геометрический смысл.
 
$$f(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 8x_1 - 10x_2 + 12, x_2 = 4x_1 + 2$$
2. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. Пояснить геометрический смысл.
 
$$f(x_1, x_2) = 5x_1 + 2x_2 - 11, x_1^2 + x_2^2 = 25$$
3. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные.
 
$$f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 4x_2^2 + 5x_3, 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$$
4. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. Пояснить геометрический смысл.

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 + 4x_2 + 2, \quad 5x_1 - 3x_2 \geq 4$$

Порядок выполнения:

1. Решить задачи 1,2 вместе с преподавателем.
2. Ознакомиться с индивидуальным заданием.
3. Решить задачи из индивидуального задания.

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и сдать на проверку преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. Пояснить геометрический смысл.  
 $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 - 10x_2 + 12, \quad x_2 = x_1 + 5$
2. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. Пояснить геометрический смысл.  
 $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 7x_2 + 17, \quad x_2 = x_1^2 + 2$
3. Найти экстремум функции при заданном ограничении на переменные. Пояснить геометрический смысл.  
 $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 + 6x_2, \quad 3x_1 + 2x_2 \geq 1$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

1. Повторить теоретический материал (раздел 3, лекция 3.2, 3.3).
2. Занятие проводится в виде тренинга, обучающийся должен стремиться верно выполнить максимальное количество заданий.
3. При успешном выполнении всех заданий взять дополнительное задание.
4. Геометрический смысл можно пояснить либо в  $R^2$  с помощью линий уровня, либо в  $R^3$  с помощью пересечения поверхностей. Чертежи должны быть выполнены аккуратно, четко, без помарок, с подписями точек, линий, поверхностей.

Рекомендуемая литература:

Основная литература- № 1, 2.

Дополнительная литература - № 6, 7, 8.

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Для каких задач применяется правило множителей Лагранжа? Обобщенное правило множителей Лагранжа?
2. Условие связи.
3. Вид функции Лагранжа.
4. Необходимое и достаточное условие экстремума в правиле множителей Лагранжа.
5. Необходимое и достаточное условие экстремума в обобщенном правиле множителей Лагранжа.
6. Какой экстремум находят по правилу множителей Лагранжа: локальный или глобальный?

## 9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы

Контрольная работа представляет собой способ проверки знаний студента, его умений и предполагает самостоятельное выполнение практических заданий. Подготовка к контрольной работе состоит в ответственном выполнении всех домашних заданий по дисциплине и самостоятельной проработке основной и дополнительной литературы.

Целью контрольной работы является приобретение навыков самостоятельной работы с литературой, закрепление умений решать задачи, формирование навыков оценки результатов собственной деятельности.

- Выполнение контрольной работы включает в себя:
- анализ поставленных задач и выбор методов их решения;
  - реализацию решения поставленных задач;
  - проверку и анализ полученных результатов;
  - оформление отчета.

Отчет по контрольной работе оформляется в рукописном или печатном виде и должен содержать:

- титульный лист;
- формулировку заданий;
- описание их решений;
- полученные результаты;
- выводы.

Отчет должен быть выполнен аккуратно, без помарок и исправлений. В задании 1 необходимо провести формализацию задачи: ввести переменные, целевую функцию, записать ограничения. В задании 2 требуется решить одну задачу тремя разными способами, ответы должны совпасть точно. В задании 3 требуется составить условие задачи самостоятельно, исходные данные обучающийся может выбрать произвольно.

#### **10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. ОС Windows 7 Professional.
2. Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level.
3. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.
4. Adobe Reader.

#### **11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

<i>Вид занятия</i>	<i>Наименование аудитории</i>	<i>Перечень основного оборудования</i>	<i>№ ЛР, ПЗ</i>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Лк	Лекционная аудитория	-	-
ЛР	Лаборатория технических средств защиты информации	Персональные компьютеры i5-2500/H67/4Gb/500Gb (монитор TFT19 Samsung E1920NR); интерактивная доска Smart Board X885ix со встроенным проектором UX60	1-4
ПЗ	Лекционная аудитория	-	1-6
кр	Читальный зал №1	Оборудование 10-ПК i5-2500/H67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-
СР	Читальный зал №1	Оборудование 10-ПК i5-2500/H67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)**

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
<b>ОПК-2</b>	Способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.	<b>1. Линейное программирование</b>	1.1 Основные понятия линейного программирования.	Экзаменационные вопросы
			1.5 Двойственные задачи линейного программирования.	Экзаменационные вопросы
			1.6 Транспортная задача.	Экзаменационные вопросы
		<b>3. Нелинейное программирование</b>	3.2 Выпуклое программирование.	Экзаменационные вопросы
<b>ПК-2</b>	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>1. Линейное программирование</b>	1.2 Графический метод решения задачи линейного программирования.	Экзаменационные вопросы
			1.3 Симплексный метод решения задачи линейного программирования.	Экзаменационные вопросы
			1.4 Метод искусственного базиса.	Экзаменационные вопросы
			1.5 Двойственные задачи линейного программирования.	Экзаменационные вопросы
			1.6 Транспортная задача.	Экзаменационные вопросы
			<b>2. Целочисленное программирование</b>	2.1 Метод ветвей и границ
		2.2 Метод Гомори	Экзаменационные вопросы	
		<b>3. Нелинейное программирование</b>	3.1 Графический метод решения задачи нелинейного программирования.	Экзаменационные вопросы
			3.2 Выпуклое программирование.	Экзаменационные вопросы
			3.3 Правило множителей Лагранжа.	Экзаменационные вопросы

## 2. Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ 3 семестр	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	ОПК-2	Способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.	1.1 Постановка задачи линейного программирования и нелинейного программирования. Целевая функция. Допустимый план, оптимальный план.	1. Линейное программирование
			1.2 Виды записи задачи линейного программирования.	
			1.3 Способы преобразования ограничений в задачах линейного программирования.	
			1.10 Двойственные задачи линейного программирования, виды задач.	
			1.12 Постановка транспортной задачи. Закрытая и открытая транспортная задача.	
			1.13 Транспортная задача. План перевозок. Общая стоимость перевозок. Построение опорного плана перевозок.	
			3.2 Выпуклое множество. Выпуклые и вогнутые функции.	
			3.3 Проверка выпуклости и вогнутости функции с помощью матрицы Гессе.	
2.	ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	1.4 Графический метод решения задачи линейного программирования.	1. Линейное программирование
			1.5 Симплекс-метод, определение начального (опорного) плана.	
			1.6 Симплекс-метод, условие оптимальности плана.	
			1.7 Симплекс-метод, условие неограниченности целевой функции.	
			1.8 Симплекс-метод, улучшение опорного плана.	
			1.9 Метод искусственного базиса.	
			1.11 Основные теоремы теории двойственности. Связь между решениями исходной и двойственной задачи.	
			1.14 Метод потенциалов, условие оптимальности плана перевозок.	2. Целочисленное программирование
			1.15 Метод потенциалов, улучшение плана перевозок.	
			2.1 Метод ветвей и границ.	2. Целочисленное программирование
			2.2 Метод Гомори.	
			3.1 Графический метод решения задачи нелинейного программирования.	3. Нелинейное программирование
			3.4 Экстремум выпуклой и вогнутой функции.	
			3.5 Правило множителей Лагранжа.	
3.6 Обобщенное правило множителей Лагранжа.				

### 3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p><b>Знать</b> ОПК-2</p> <p>- виды и специфику источников достоверной математической информации (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи);</p> <p>ПК-2</p> <p>- понятия и базовые определения линейного и нелинейного программирования;</p> <p><b>Уметь</b> ОПК-2</p> <p>- осуществлять целенаправленный поиск математической информации; проводить аналитические обзоры информации: структурировать, минимизировать, выделять главное, устанавливать связи между базовыми элементами;</p> <p>ПК-2</p> <p>- формализовать задачу;</p> <p>- выбирать метод для решения конкретных задач линейного и нелинейного программирования;</p> <p><b>Владеть</b> ОПК-2</p> <p>- навыками использования современных образовательных и информационных технологий для реализации методов линейного и нелинейного программирования;</p> <p>ПК-2</p> <p>- навыками решения экстремальных задач.</p>	<p><b>Отлично</b></p>	<p>Обучающийся демонстрирует полное или с некоторыми допустимыми неточностями знание основного учебно-программного материала. Знает источники информации, умеет осуществлять поиск и отбор нужной информации с целью получения новых знаний. Свободно и уверенно оперирует основными понятиями линейного и нелинейного программирования, отлично владеет навыками формализации задач. Знает все основные методы решения, предусмотренные учебной программой, знает типичные ошибки и возможные сложности при решении той или иной проблемы и способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи. Демонстрирует на высоком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Грамотно использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.</p>
	<p><b>Хорошо</b></p>	<p>Обучающийся демонстрирует достаточно полное знание основного учебно-программного материала. Знает источники информации, в большинстве случаев умеет осуществлять поиск и отбор нужной информации с целью получения новых знаний. В большинстве случаев свободно и уверенно оперирует основными понятиями линейного и нелинейного программирования, хорошо владеет навыками формализации задач. Допускает единичные ошибки, испытывает затруднения в редко встречающихся или сложных случаях решения учебной задачи. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. В большинстве случаев грамотно использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.</p>
	<p><b>Удовлетворительно</b></p>	<p>Демонстрирует на низком уровне способность применять теоретические знания к конкретному фактическому материалу. Испытывает затруднения в поиске информации и получении новых знаний. В отдельных случаях способен правильно решать только типичные, наиболее часто встречающиеся проблемы, задачи в конкретной области. Демонстрирует на низком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений.</p>
	<p><b>Неудовлетворительно</b></p>	<p>Не способен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков формализации, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.</p>

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

Дисциплина Линейное и нелинейное программирование направлена на ознакомление с задачами поиска оптимального значения функции; на получение теоретических знаний и практических навыков применения графических и аналитических методов решения различных математических задач для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины Линейное и нелинейное программирование предусматривает:

- лекции;
- лабораторные работы;
- практические занятия;
- контрольную работу;
- самостоятельную работу студента в объемах часов, соответствующих учебному

плану направления.

Для фиксирования успешности обучения предусматривается экзамен.

В ходе освоения раздела 1 «Линейное программирование» студенты должны уяснить основные понятия и определения линейного программирования, основные приемы формализации задач, виды записи задачи, графический и симплексный методы решения задач, составление двойственной задачи и связь между решениями исходной и двойственной задачи, постановку транспортной задачи, способы составления допустимых планов перевозок и нахождения оптимального плана перевозок с наименьшей стоимостью, учатся анализу результатов решения и сопоставления с прикладной ситуацией.

В ходе освоения раздела 2 «Целочисленное программирование» студенты осваивают основные понятия и определения целочисленного программирования, основные приемы формализации задач, различные способы нахождения целочисленного решения задачи линейного программирования, учатся анализу результатов решения и сопоставления с прикладной ситуацией.

В ходе освоения раздела 3 «Нелинейное программирование» студенты осваивают новые приемы формализации задач, графический и аналитические методы решения задач, учатся анализу результатов решения и сопоставления с прикладной ситуацией.

Студентам необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для разработки и реализации профессионально ориентированных проектов в последующей учебной деятельности.

В процессе изучения дисциплины рекомендуется на первом этапе обратить внимание на специфику математических текстов и умение выбирать методы решения различных задач.

Овладение ключевыми понятиями является основой усвоения учебного материала по дисциплине.

При подготовке к экзамену особое внимание необходимо уделить рекомендациям и замечаниям преподавателей, ведущих аудиторные занятия по дисциплине.

В процессе проведения лабораторных работ и практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков применения различных методов решения стандартных математических ситуаций. По лабораторным работам оформляется отчет и проводится защита.

Самостоятельную работу необходимо начинать с чтения лекций и учебников.

В процессе консультации с преподавателем обучающийся выясняет наличие пробелов в знаниях и способах решения разных ситуаций.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в Интернете.

Предусмотрено проведение аудиторных занятий в виде тренингов и ситуаций общения в сочетании с внеаудиторной работой.

## **АННОТАЦИЯ**

### **рабочей программы дисциплины**

### **Линейное и нелинейное программирование**

#### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью изучения дисциплины является: ознакомление студентов с понятиями, методами и сферами приложений линейного и нелинейного программирования; развитие способностей студентов к алгоритмическому мышлению.

Задачей изучения дисциплины является: продемонстрировать обучающимся сущность научного подхода, роль и специфику линейного и нелинейного программирования (математического программирования) в осуществлении научно-технического прогресса; научить приемам исследования и решения формализованных задач; сформировать и развить умения и навыки, позволяющие применять современные математические программное обеспечение для решения задач науки и техники.

#### **2. Структура дисциплины**

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк.-34 час., ЛР- 17 час., ПЗ-17 час., СР-31 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 часа, 4 зачетных единиц

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Линейное программирование
2. Целочисленное программирование
3. Нелинейное программирование

#### **3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 – Способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

ПК-2 – Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

#### **4. Вид промежуточной аттестации: экзамен.**

*Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе  
на 20\_\_-20\_\_ учебный год*

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:

---

---

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

---

---

---

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.,  
*(разработчик)*

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
*(подпись)*

\_\_\_\_\_  
*(Ф.И.О.)*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО  
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)**

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
<b>ОПК-2</b>	Способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.	<b>1. Линейное программирование</b>	1.1 Основные понятия линейного программирования.	Тест
			1.5 Двойственные задачи линейного программирования.	Лабораторная работа Собеседование Контрольная работа Тест
			1.6 Транспортная задача.	Лабораторная работа Собеседование Контрольная работа Тест
		<b>3. Нелинейное программирование</b>	3.2 Выпуклое программирование	Индивидуальное задание Тест
<b>ПК-2</b>	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	<b>1. Линейное программирование</b>	1.2 Графический метод решения задачи линейного программирования.	Индивидуальное задание Контрольная работа Тест
			1.3 Симплексный метод решения задачи линейного программирования.	Лабораторная работа Собеседование Контрольная работа Тест
			1.4 Метод искусственного базиса.	Лабораторная работа Собеседование Контрольная работа Тест
			1.5 Двойственные задачи линейного программирования.	Лабораторная работа Собеседование Контрольная работа Тест
			1.6 Транспортная задача.	Лабораторная работа Собеседование Контрольная работа Тест
			<b>2. Целочисленное программирование</b>	2.1 Метод ветвей и границ
		2.2 Метод Гомори		Индивидуальное задание Тест
		<b>3. Нелинейное программирование</b>	3.1 Графический метод решения задачи нелинейного программирования.	Индивидуальное задание Тест
			3.2 Выпуклое программирование.	Индивидуальное задание Тест

			3.3 Правило множителей Лагранжа.	Индивидуальное задание Тест
--	--	--	----------------------------------	--------------------------------

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p><b>Знать</b> ОПК-2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- виды и специфику источников достоверной математической информации (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи);</li> <li>ПК-2</li> <li>- понятия и базовые определения линейного и нелинейного программирования;</li> </ul> <p><b>Уметь</b> ОПК-2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять целенаправленный поиск математической информации; проводить аналитические обзоры информации: структурировать, минимизировать, выделять главное, устанавливать связи между базовыми элементами;</li> <li>ПК-2</li> <li>- формализовать задачу;</li> <li>- выбирать метод для решения конкретных задач линейного и нелинейного программирования;</li> </ul> <p><b>Владеть</b> ОПК-2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками использования современных образовательных и информационных технологий для реализации методов линейного и нелинейного программирования;</li> <li>ПК-2</li> <li>- навыками решения экстремальных задач.</li> </ul>	Зачтено	<p>Оценка «Зачтено» выставляется, если обучающийся:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- демонстрирует полное или с некоторыми допустимыми неточностями знание основного учебно-программного материала;</li> <li>- в целом свободно и уверенно оперирует основными понятиями линейного и нелинейного программирования,</li> <li>- знает источники информации, умеет осуществлять поиск и отбор нужной информации с целью получения новых знаний;</li> <li>- знает все основные методы решения, предусмотренные учебной программой;</li> <li>- способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи;</li> <li>- умеет формализовать задачу;</li> <li>- демонстрирует удовлетворительные навыки решения задач, направленных на использование методов линейного и нелинейного программирования;</li> <li>- демонстрирует верное или с несущественными ошибками выполнение практических заданий по всем разделам учебной дисциплины;</li> <li>- демонстрирует на удовлетворительном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Грамотно использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.</li> </ul>
	Не зачтено	<p>Оценка «Не зачтено» выставляется обучающемуся:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- у обучающегося обнаруживаются значительные пробелы в знании основного учебно-программного материала;</li> <li>- обучающийся не владеет навыками поиска и отбора информации;</li> <li>- обучающийся не демонстрирует удовлетворительных навыков решения задач, направленных на знание понятий линейного и нелинейного программирования и применения методов;</li> <li>- обучающийся допускает грубые ошибки при выполнении практических заданий по хотя бы по одному из разделов учебной дисциплины;</li> <li>- обучающийся не владеет на удовлетворительном уровне навыками выполнения расчетов и вычислений.</li> </ul>

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от «12» марта 2015г. № 228;

для набора 2015 года: учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «13» июля 2015г. № 475;

для набора 2016 года: учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «06» июня 2016 г. № 429.

**Программу составил:**

О.С. Кочмарская, старший преподаватель \_\_\_\_\_

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры МиФ

от «21» ноября 2018 г., протокол № 3

И. о. заведующего кафедрой МиФ \_\_\_\_\_ О.И. Медведева

**СОГЛАСОВАНО:**

И. о. заведующего выпускающей кафедрой \_\_\_\_\_ О.И. Медведева

Директор библиотеки \_\_\_\_\_ Т.Ф. Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ЕН факультета

от «20» декабря 2018 г., протокол № 4

Председатель методической комиссии факультета \_\_\_\_\_ М.А. Варданян

**СОГЛАСОВАНО:**

Начальник  
учебно-методического управления \_\_\_\_\_

Г.П. Нежевец

Регистрационный № \_\_\_\_\_