

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики и физики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

_____ Е.И.Луковникова

« _____ » декабря 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**КОМБИНАТОРНЫЕ И ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА ГРАФАХ И
СЕТЯХ**

Б1.В.ДВ.05.02

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

01.03.02 Прикладная математика и информатика

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Инженерия программного обеспечения

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	4
3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ	4
3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения	4
3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости	4
4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	5
4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий	5
4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам	5
4.3. Лабораторные работы.....	6
4.4. Практические занятия.....	6
4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа.....	7
5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	8
6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	9
7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	9
8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	9
9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	10
9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных и практических работ.....	10
9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы	42
10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	43
11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	43
Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	44
Приложение 2. Аннотация рабочей программы дисциплины.....	54
Приложение 3. Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе	55
Приложение 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости по дисциплине	56

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к научно-исследовательскому виду профессиональной деятельности в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является: ознакомление обучающихся с основными задачами, которые могут быть сформулированы как задачи целочисленного программирования или как сетевые модели, сформулировать и обосновать методы их решения.

Задачи дисциплины

- обучение методам анализа и формализации поставленной задачи;
- обучение приемам и методам построения математических моделей;
- формирование и развитие умений и навыков, позволяющих применять современные математические методы и программное обеспечение для решения задач науки и техники.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-3	Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	знать: – алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; уметь: – анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа владеть: – методами и приемами обработки данных и интерпретации результатов.
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	знать: – основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; уметь: – понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; владеть: – методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.02 Комбинаторные и экстремальные задачи на графах и сетях относится к элективной части.

Дисциплина Комбинаторные и экстремальные задачи на графах и сетях базируется на знаниях, полученных при изучении таких учебных дисциплин, как: Алгебра и геометрия, Теория вероятностей и математическая статистика, Математический анализ.

Основываясь на изучении перечисленных дисциплин, Комбинаторные и экстремальные задачи на графах и сетях представляет основу для изучения дисциплин Теория игр и исследование операций, Искусственный интеллект.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	Курс	Семестр	Трудоемкость дисциплины в часах						Контрольная работа	Вид промежуточной аттестации
			Всего часов (с экз.)	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Очная	3	5	144	51	17	17	17	48	кр	Экзамен
Заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	Трудоемкость (час.)	в т.ч. в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)	Распределение по семестрам, час
			5
1	2	3	4
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	51	23	34
Лекции (Лк)	17	6	17
Лабораторные работы(ЛР)	17	-	17

Практические занятия (ПЗ)	17	17	17
Контрольная работа*	+	-	+
Групповые (индивидуальные) консультации*	+	-	+
II. Самостоятельная работа обучающихся (СР)	48	-	48
Подготовка к лабораторным работам	10	-	10
Подготовка к практическим занятиям	10	-	10
Подготовка к экзамену в течение семестра	10	-	10
Выполнение контрольной работы	18	-	18
III. Промежуточная аттестация экзамен	45	-	45
Общая трудоемкость дисциплины час. зач. ед.	144	-	144
	4,0	-	4,0

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для очной формы обучения:

№ раздела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоемкость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)			самостоятельная работа обучающихся
			учебные занятия			
			лекции	лабораторные работы	практические занятия	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Задачи на графах	58	9	10	10	29
1.1.	Графы. Основные понятия	16	2	2	2	10
1.2.	Поиск пути в графе	22	4	4	4	10
1.3.	Подграфы	20	3	4	4	9
2.	Сетевые модели	41	8	7	7	19
2.1	Построение и анализ сетей	22	4	4	4	10
2.2.	Максимальный поток в сети	19	4	3	3	9
	ИТОГО	99	17	17	17	48

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

№ раздела и темы	Наименование раздела и темы дисциплины	Содержание лекционных занятий	Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)
1	2	3	4
1.	Задачи на графах		

1.1.	Графы. Основные понятия	Графы. Виды графов. Деревья. Характеристики графов. Оргафы. Взвешенные графы.	-
1.2.	Поиск пути в графе	Оргафы. Взвешенные графы. Связность. Эйлерав цикл. Гамильтонов цикл.	Проблемная лекция (2 часа)
1.3.	Подграфы	Остов минимального веса. Алгоритм Прима. Сложность алгоритма.	-
2.	Сетевые модели		
2.1	Построение и анализ сетей	Сети. Сетевые графики. Правила составления сетевых графиков. Сети Петри.	Проблемная лекция (2 часа)
2.2.	Максимальный поток в сети	Потоки в сетях. Пропускная способность. Сечения в сетях. Алгоритм решения задачи о максимальном потоке.	Проблемная лекция (2 часа)

4.3. Лабораторные работы

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование лабораторной работы</i>	<i>Объем (час.)</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	1.	Матричное представление графа	3	-
2		Поиск пути в графе	4	-
3		Подграфы	4	-
4	2.	Построение и анализ сетей	3	-
5		Максимальный поток в сети	3	-
ИТОГО			17	-

4.4. Практические занятия

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование тем семинаров практических занятий</i>	<i>Объем (час.)</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	1.	Построение графов	2	Тренинг в малой группе (2 час)
2		Поиск пути в графе	4	Тренинг в малой группе (4 час)
3		Подграфы	4	Тренинг в малой группе (4 час)
4	2.	Построение и анализ сетей	4	Тренинг в малой группе (3 час)
5		Максимальный поток в сети	3	Тренинг в малой группе (17 час)
ИТОГО			17	17

4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа

Контрольная работа выполняется как индивидуальное домашнее задание.

Цель: Проверка знаний и практических навыков построения математических моделей на основе графов и сетей. Проверка умений решать типовые экстремальные задачи.

Структура:

Задача 1. Деревья

Задача 2. Путь в графе

Задача 3. Анализ сети.

Основная тематика: Нахождение оптимальных путей.

Рекомендуемый объем: 3 задания.

Выдача задания, прием кр проводится в соответствии с календарным учебным графиком.

Оценка	Критерии оценки контрольной работы
отлично	Задания выполнены в срок и в полном объеме. Учащийся обнаруживает систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет предусмотренные программой задания, владеет математической терминологией и символикой, может пояснить решения любой задачи.
хорошо	Задания выполнены в срок и в полном объеме. При этом ответ имеет один из недочетов: 1) в изложении решения допущены небольшие пробелы, не искажившие математическое содержание ответа; 2) допущены 1-2 недочета при решении задач, исправленные после замечания преподавателя; 3) допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания преподавателя.
удовлетворительно	Задания выполнены не полностью, но не менее, чем на 50%. 1) изложение решения содержит 1 грубую ошибку, искажающую математическое содержание ответа 2) в работе допущены недочеты, которые обучающийся не смог исправить после замечания преподавателя.
неудовлетворительно	Выполнено менее 50% работы, работа содержит более 2 грубых ошибок. Учащийся обнаруживает существенные пробелы в знаниях, препятствующие дальнейшему обучению..

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Компетенции</i> <i>№, наименование разделов дисциплины</i>	<i>Кол-во часов</i>	<i>Компетенции</i>		<i>Σ комп.</i>	<i>t_{ср} час</i>	<i>Вид учебных занятий</i>	<i>Оценка результатов</i>
		<i>ОПК</i>	<i>ПК</i>				
		<i>3</i>	<i>2</i>				
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
1. Задачи на графах	37	+	-	1	37	Лк,ЛР, ПЗ	Экзамен, кр
2. Сетевые модели	62	-	+	1	62	Лк,ЛР, ПЗ	Экзамен, кр
<i>всего часов</i>	99	37	62	2	49,5		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Кочмарская О.С. Множества. Отображения: Методические указания/ О.С. Кочмарская, Е.В. Ратинская.- Братск: БрГУ, 2007.- 40с.
2. Дьяконица, С. А. Основы дискретной математики : практикум / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2015. - 97 с.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Наименование издания	Вид занятия	Количество экземпляров в библиотеке, шт.	Обеспеченность, (экз./ чел.)
1	2	3	4	5
Основная литература				
1.	Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - 2-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с.	ПЗ, ЛР, кр	21	1
2	Поздняков, С.Н. Дискретная математика: Учебник для вузов/ С.Н. Поздняков, С.В. Рыбин. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.-448с.	Лк, ПЗ,СР	10	0,5
Дополнительная литература				
3.	Зайцева, О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика : учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов ; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с. : табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299	СР	ЭР	1
4.	Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : учебное пособие / С. В. Микони. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 192 с.	Лк, СР, кр	6	0,3

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

- 1.Электронный каталог библиотеки БрГУ
http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.
2. Электронная библиотека БрГУ
<http://ecat.brstu.ru/catalog> .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»
<http://biblioclub.ru> .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»
<http://e.lanbook.com> .

5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"
<http://window.edu.ru> .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru> .
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)
<https://uisrussia.msu.ru/> .
8. Национальная электронная библиотека НЭБ
<http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search/> .

Специальные тематические сайты

1. Электронная библиотека
http://libedu.ru/1_b/minorskii_v_p_/sbornik_zadach_po_vysshei_matematike.html;
2. Образовательный портал <http://www.exponenta.ru/educat/news/kuleshov/index.asp>;
3. Образовательный портал <http://www.allmath.ru/> .

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающийся должен разработать собственный режим равномерного освоения дисциплины. Подготовка студента к предстоящей лекции включает в себя ряд важных познавательных-практических этапов:

- чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования предыдущей лекции, вынесение на поля всего, что требуется при дальнейшей работе с конспектом и учебником;
- техническое оформление записей (подчеркивание, выделение главного, выводов, доказательств);
- выполнение практических заданий преподавателя;
- знакомство с материалом предстоящей лекции по учебнику и дополнительной литературе.

Наиболее продуктивной является самостоятельная работа. Она складывается из чтения учебников и методических пособий, решения задач, выполнения контрольных заданий. Студент должен помнить, что только при систематической и упорной самостоятельной работе можно качественно освоить учебный материал.

В процессе изучения дисциплины студент должен выполнить контрольную работу, основной целью которых является оказание помощи студенту в его самостоятельной работе.

Завершающим этапом изучения данной дисциплины в соответствии с учебным планом является сдача экзамена. На экзамене студент должен: проявить умение применять теоретические сведения к решению задач на отыскание оптимальных игровых стратегий; знание теоретических основ курса на уровне определений, теорем, формул; умение выбирать методы анализа игровых ситуаций и оценки выбранных решений.

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных и практических работ

Практическое занятие №1

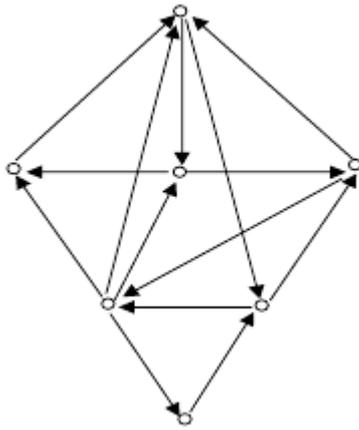
Построение графов

Цель работы:

Изучить основные понятия теории графов и научиться задавать графы различными способами .

Задание

Считая данный граф неориентированным, обозначить его вершины и рёбра разными символами и определить.



1. Локальные степени и окружения каждой вершины в виде структуры смежности;
2. Построить матрицы инцидентности и смежности;
3. Рассмотреть части графа. Привести примеры суграфа, накрывающего суграфа. Показать подграф, состоящий из трёх вершин. Сколько таких подграфов можно найти в данном графе? Показать примеры пересечения и объединения частей графа;
4. Определить центр, диаметр и радиус графа.

Решение

1. Найдем локальные степени и окружения каждой вершины в виде структуры смежности.

Вершина	Последователи	Степень
1	2,3,4,5,6	5
2	1,3,6	3
3	1,2,4,5	4
4	1,3,5,6	4
5	1,4,6,7	4
6	1,2,3,4,5,7	6
7	5,6	2

2. Построим матрицы инцидентности и смежности.

Строим матрицу инцидентности. Элемент матрицы $b_{ij} = 1$, если вершина x_i инцидентна ребру e_j , в противном случае равен 0. Получаем:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
6	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

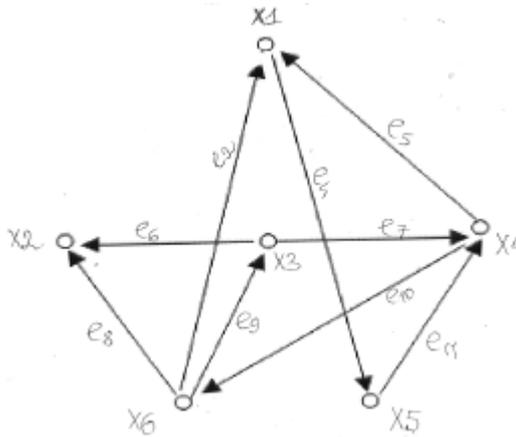
Строим матрицу смежности для этого графа. Элемент матрицы a_{ij} равен 1, если вершины x_i и x_j смежны, в противном случае равен 0. Получаем:

0	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	1	1	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1	0
3	1	1	0	1	0	1	0
4	1	0	1	0	1	1	0
5	1	0	0	1	0	1	1

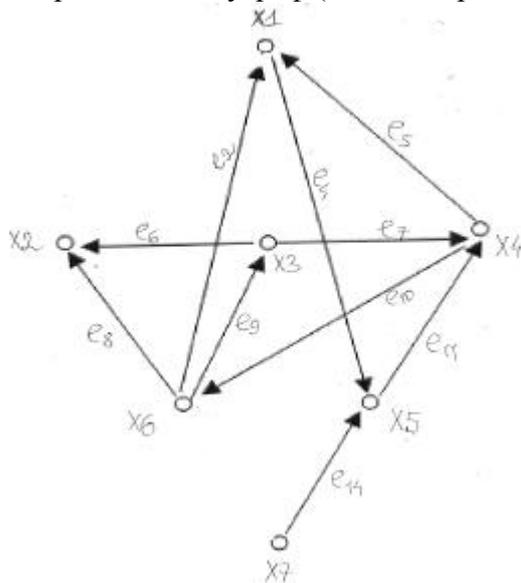
6	1	1	1	1	1	0	1
7	0	0	0	0	1	1	0

3. Рассмотрим части графа.

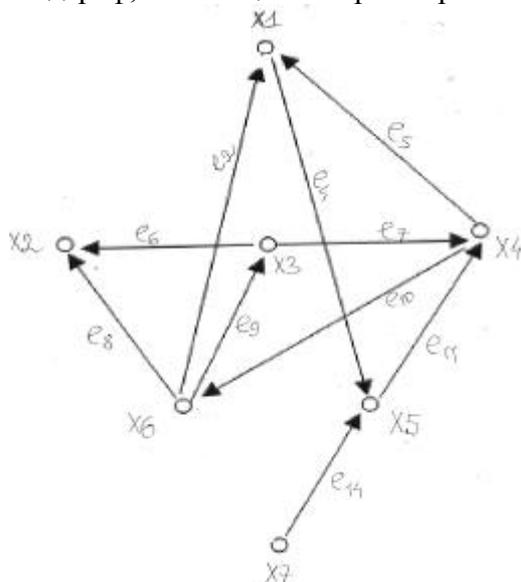
Суграф (граф с таким же множеством вершин):



Накрывающий суграф (без изолированных вершин):



Подграф, состоящий из трёх вершин.



Подграфов из трех вершин в графе, состоящем из 7 вершин, будет

$$C_7^3 = \frac{7!}{3!4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$$

подграфов.

4. Определим центр, диаметр и радиус графа.

Построим матрицу расстояний для графа.

0	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	1	1	1	1	2
2	1	0	1	2	2	1	2

Задача по графам скачана с <https://www.matburo.ru/> (много бесплатных примеров на

```

3 1 1 0 1 2 1 2
4 1 2 1 0 1 1 2
5 1 2 2 1 0 1 1
6 1 1 1 1 1 0 1
7 2 2 2 2 1 1 0

```

Построим вектор удаленностей (эксцентриситетов вершин) (максимальное число в каждой

строке) $d = (2, 2, 2, 2, 2, 1, 2)$.

Диаметр графа равен 2.

Радиус графа равен 1.

Центральная вершина x_6 образует центр графа. Остальные вершины периферийные.

Форма отчетности:

Выполнить задание в тетради и использовать его при подготовке к зачету и контрольной работы

Задания для самостоятельной работы:

1. Ориентированный граф $G=(V,E,O)$ задан аналитическим способом: $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$, $E = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10})$, $O = ((v_1, v_1), (v_1, v_3), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_5, v_5))$.

Необходимо:

1. задать граф геометрическим способом;
2. определить полустепени вершин графа;
3. определить матрицу смежности
4. определить матрицу инцидентности

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

Поздняков, С.Н. Дискретная математика: Учебник для вузов/ С.Н. Поздняков, С.В. Рыбин. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.-448с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Перечислите основные способы представления графов.

- 2 Покажите на примере прямое и обратное соответствие для заданной вершины.
- 3 Чему равна сумма степеней всех вершин неориентированного графа?
- 4 В чем отличия матричного представления ориентированных и неориентированных графов?
- 5 В чем особенности представления графа матрицей смежности?
- 6 В чем особенности представления графа матрицей инцидентности?

Практическое занятие № 2

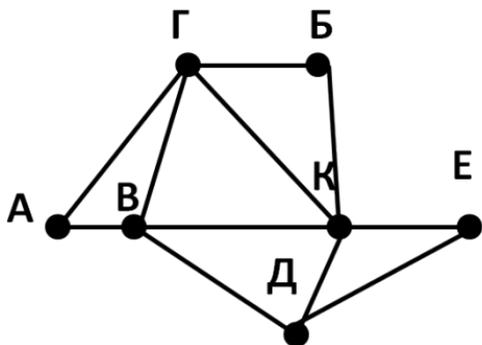
Поиск пути в графе

Цель работы: Изучить сетевые математические модели, научиться определять их базовые характеристики

Задание

1. На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1				60			45
п2			50	20	10		
п3		50		40		30	25
п4	60	20	40		15		55
п5		10		15			
п6			30				35
п7	45		25	55		35	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населенных пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова длина дороги из пункта Д в пункт К. В ответе запишите целое число — так, как оно указано в таблице.

Решение:

- Рассмотрим граф и посчитаем количество ребер из каждой вершины:
 А —> 2 ребра (Г, В)
 В —> 4 ребра (А, Г, К, Д)
 Г —> 4 ребра (А, В, К, Д)
 Б —> 2 ребра (Г, К)
 К —> 5 ребер (Б, Г, В, Д, Е)
 Е —> 2 ребра (К, Д)
 Д —> 3 ребра (В, К, Е)
- Мы выделили вершины, с уникальным числом ребер: 3 ребра соответствует только Д, а 5 ребер соответствует только К.
- Рассмотрим таблицу и найдем те строки или столбцы, в которых 5 значений и 3 значения: Это П2 и П4.

- Получаем П2 соответствует Д, а П4 соответствует К. На пересечении находится цифра 20.
Результат: 20
- 2. Между населенными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяженность которых приведена в таблице (если ячейка пуста — дороги нет).

	A	B	C	D	E	F
A		7	3			
B	7		2	4	1	
C	3	2		7	5	9
D	4	7	2		3	
E	1	5	2			7
F		9	3	7		

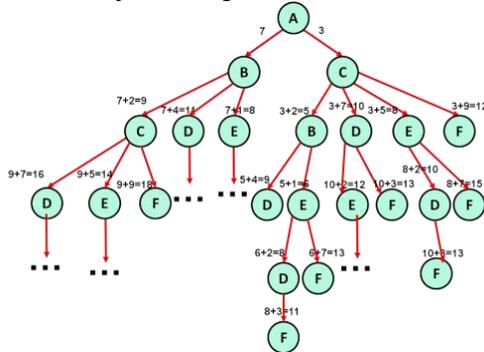
Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F .

Решение:

Для решения задачи используем построение дерева с подсчетом значений для каждой ветви (протяженности дорог).

При движении от корня дерева (A) вниз будем иметь в виду, что: рассматривать вершины, которые уже есть в текущей «ветви», — не нужно, если получаемое число (суммарная протяженность дорог) превышает какое-либо из найденных вариантов от A до F , то дальше эту ветвь можно не рассматривать.

В итоге получим дерево:

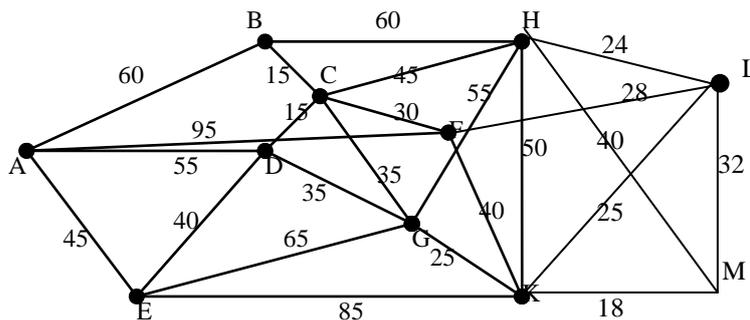


Самый короткий путь: $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow F = 11$

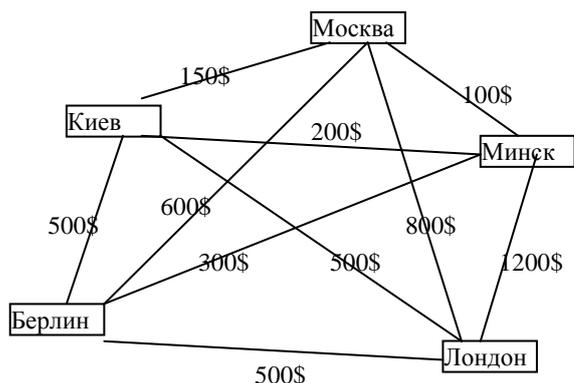
Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и использовать его при подготовке к зачету и контрольной работы

Задания для самостоятельной работы:

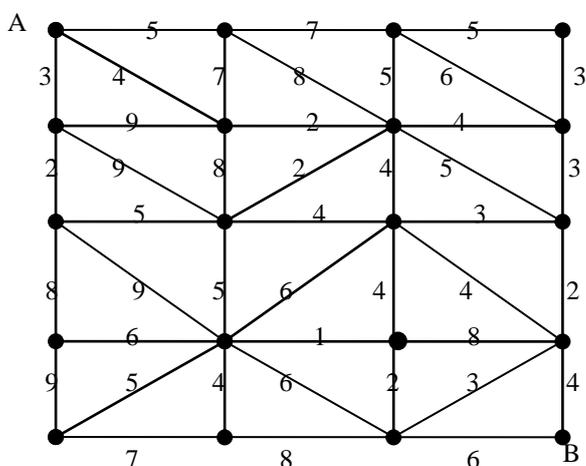
1. Используя алгоритм Дейкстры, найдите кратчайший путь из точки A в точку L :



2. Найдите наиболее дешевый замкнутый маршрут, обходящий города:



3. Найдите кратчайший путь из точки А в точку В



Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

Поздняков, С.Н. Дискретная математика: Учебник для вузов/ С.Н. Поздняков, С.В. Рыбин. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.-448с

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Какие графы называют взвешенными?
2. Покажите на примере прямое и обратное соответствие для заданной вершины.
3. Чему равна сумма степеней всех вершин неориентированного графа?
4. В чем отличия матричного представления ориентированных и неориентированных графов?

Практическое занятие № 3

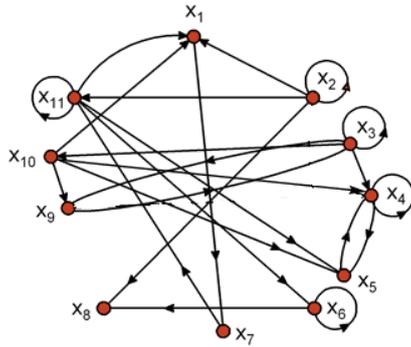
Подграфы.

Цель работы: Изучить сетевые математические модели, научиться определять их базовые характеристики

Задание:

Дан граф

. Допускается несколько ребер между двумя вершинами. Каждой вершине графа присвоен вес (целое положительное число).
 Необходимо: Найти все подграфы графа (или хотя бы один) удовлетворяющие условию. Для каждой вершины, вошедшей в подграф, количество смежных ребер (вошедших в подграф) должно равняться весу вершины.



	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉	x ₁₀	x ₁₁
x ₁							1				
x ₂	1	1							1		1
x ₃			1	1						1	1
x ₄				1	1						
x ₅				1							
x ₆						1	1				
x ₇											1
x ₈											
x ₉			1								
x ₁₀	1			1	1					1	
x ₁₁	1				1	1					1

T(x ₁)	0
	4
	3
	3
	1
	4
	2

T(x ₁)	0	1	2				2	3	1	1
--------------------	---	---	---	--	--	--	---	---	---	---

б

Решение:
 разбиение – 1 .

		X₁	X₇	X₁₁
	X₁		1	
A ₇ =	X₇			1
	X₁₁	1		1

- Начальной вершиной первого разбиения выберем x_1 . Построим прямое и обратное транзитивные замыкания. $T^+(x_1)$ – столбец, показанный справа от матрицы A, а $T^-(x_1)$ – строка, находящаяся ниже матрицы смежности.
 $T^+(x_1) = \{x_1, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_{11}\}$,
 $T^-(x_1) = \{x_1, x_2, x_3, x_7, x_9, x_{10}, x_{11}\}$.
- Находим $T^+(x_1) \cap T^-(x_1) = \{x_1, x_7, x_{11}\}$. Эти вершины и составляют первый выделенный, максимальный сильно связный подграф $G_1 = (X_1, A_1)$, где $X_1 = \{x_1, x_7, x_{11}\}$, а матрица смежности A_1 подграфа G_1 показана на таблица 7.1.
- Из исходного графа G вычитаем подграф G_1 $G' = G \setminus G_1$;
 $G' = (X', A')$, $X' = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}$.
- Так как X' не пустое множество, то G' принимаем за G и переходим ко второму разбиению.

		X₂	X₃	X₄	X₅	X₆	X₈	X₉	X₁₀	T⁺(x₂)
	X₂	1					1			0
	X₃		1	1				1	1	

A=	X₄		1	1					
	X₅		1						
	X₆				1	1			
	X₈								1
	X₉	1							
	X₁₀		1	1			1		
	T⁻(x₂)	0							

1. Выбираем любую вершину, принадлежащую X, например, x₂, и находим T⁺(x₂) и T⁻(x₂). Это показано в таблице 7.2. T⁺(x₂) = { x₂, x₈ }; T⁻(x₂) = { x₂ }.
2. $T^+(x_2) \cap T^-(x_2) = \{x_2\}$. Следовательно, второй выделенный подграф G₂ состоит из одной вершины x₂.
3. G' = G \ G₂; G' = (X', A'); X' = { x₃, x₄, x₅, x₆, x₈, x₉, x₁₀ }.
4. Так как X' не пустое множество, то G' принимаем за G и процесс разбиения продолжается.
1. Выберем, например, вершину x₃ (таблица 7.3) T⁺(x₃) = { x₃, x₄, x₅, x₉, x₁₀ }, T⁻(x₃) = { x₃, x₉, x₁₀ }.
2. $T^+(x_3) \cap T^-(x_3) = \{x_3, x_9, x_{10}\}$. Следовательно, третий подграф G₃ состоит из вершин x₃, x₉, x₁₀, матрица смежности которого показана на таблица 7.3.
3. G' = G \ G₃; G' = (X', A'); X' = { x₄, x₅, x₆, x₈ }.
4. $X' \neq \emptyset$, следовательно, процесс разбиения продолжаем: G' -> G; X' -> X.

		X₃	X₉	X₁₀		
	X₃	1	1	1		
A=	X₉	1				
	X₁₀		1			
		X₄	X₅	X₆	X₈	T⁺(x₄)
	X₄	1	1			0
	X₅	1				1
A=	X₆			1	1	
	X₈					
	T⁻(x₄)	0	1			

- Выберем $x_4 \in X$ (таблица 7.5) T⁺(x₄) = { x₄, x₅ }; T⁻(x₄) = { x₄, x₅ }.
- $T^+(x_4) \cap T^-(x_4) = \{x_4, x_5\}$, G₄ = (X₄, A₄); X₄ = { x₄, x₅ }, матрица смежности A₄ показана на таблица 7.6.
- G' = G \ G₄; G' = (X', A'); X' = { x₆, x₈ }.
- $X' \neq \emptyset$, следовательно, переходим к пятому разбиению.

		X₄	X₅
A ₄ =	X₄	1	1
	X₅	1	

РАЗБИЕНИЕ – 5

1. Выберем x_6 . $T^+(x_6) = \{x_6, x_8\}$; $T^-(x_6) = \{x_6\}$.
2. $T^+(x_6) \cap T^-(x_6) = \{x_6\}$; $G_5 = (X_5, A_5)$; $X_5 = \{x_6\}$.
3. $G' = G \setminus G_5$; $X' = \{x_8\}$.
4. $X' \neq \emptyset$, но состоит из одной вершины, поэтому очевидно, что шестой подграф содержит вершину x_8 . На этом процесс разбиения завершается.

Итак, результат разбиения:

$$G_1 = (X_1, A_1), X_1 = \{x_1, x_7, x_{11}\},$$

$$G_2 = (X_2, A_2), X_2 = \{x_2\},$$

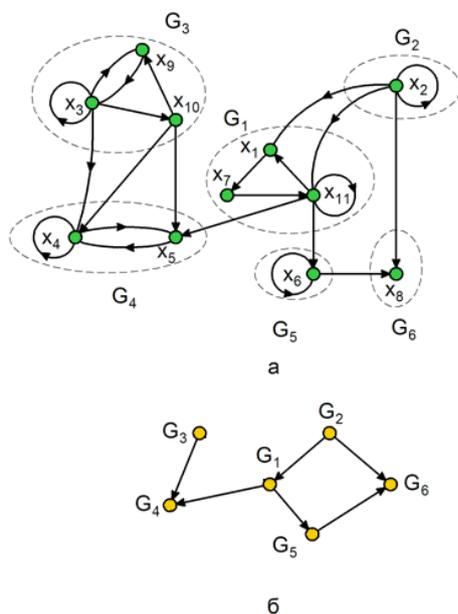
$$G_3 = (X_3, A_3), X_3 = \{x_3, x_9, x_{10}\},$$

$$G_4 = (X_4, A_4), X_4 = \{x_4, x_5\},$$

$$G_5 = (X_5, A_5), X_5 = \{x_6\},$$

$$G_6 = (X_6, A_6), X_6 = \{x_8\}$$

показан на рис. 7.2,а, где каждый подграф G_1, \dots, G_6 представляет собой сильную компоненту графа. Граф $G^* = (X^*, A^*)$, в котором в качестве элементов выступают сильные компоненты, называется конденсацией (рис. 7.2,б).

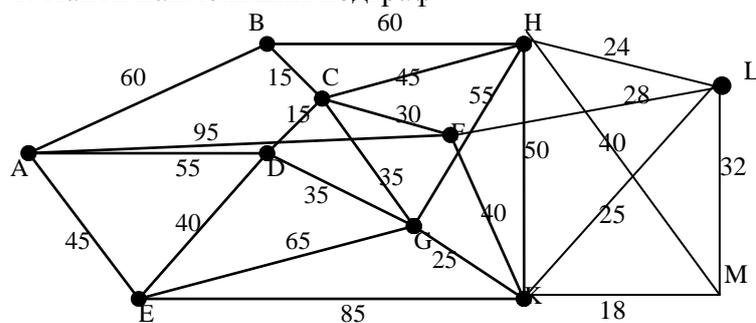


Результат разбиения: а – гиперграф; б – конденсация

Форма отчетности: Выполнить задание в тетради и использовать его при подготовке к зачету и контрольной работы

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти наименьший подграф



Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

1. Ознакомиться с заданием;

2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

Поздняков, С.Н. Дискретная математика: Учебник для вузов/ С.Н. Поздняков, С.В. Рыбин. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.-448с

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Какие виды математических моделей Вы знаете?
2. Дайте определение целевой функции.
3. Что такое платежная матрица?

Практическое занятие № 4

Построение и анализ сетей

Цель работы: Изучить сетевые математические модели, научиться определять их базовые характеристики

Задание:

Постройте сетевую модель последовательной обработки запросов сервером базы данных. Сервер находится в состоянии ожидания до тех пор, пока от пользователя не поступит запрос, который он обрабатывает и отправляет результат такой обработки пользователю.

Условиями для рассматриваемой системы являются:

- а. сервер ждет;
- б. запрос поступил и ждет;
- в. сервер обрабатывает запрос;
- г. запрос обработан.

Событиями для этой системы являются:

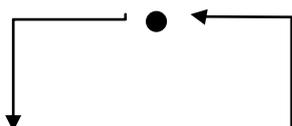
1. Запрос поступил.
2. Сервер начинает обработку запроса.
3. Сервер заканчивает обработку запроса.
4. Результат обработки отправляется.

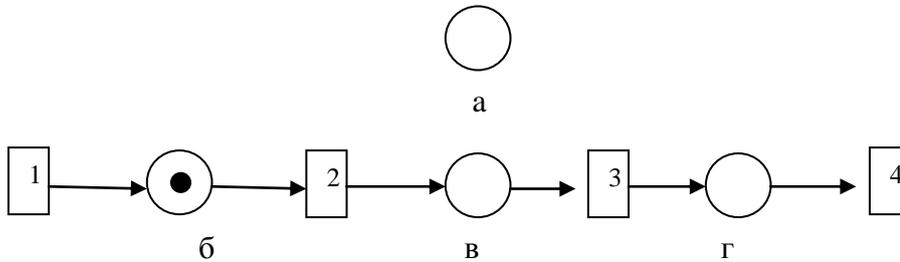
Решение:

Для перечисленных событий можно составить следующую таблицу их пред- и постусловий:

Событие	Предусловие	Постусловие
1 нет б	2 а, б в	3 в г, а
4 г нет		

Такое представление системы легко моделировать сетью Петри. В сети Петри условия моделируются позициями, события — переходами. При этом входы перехода являются предусловиями соответствующего события; выходы — постусловиями. Возникновение события моделируется запуском соответствующего перехода. Выполнение условия представляется фишкой в позиции, соответствующей этому условию. Запуск перехода удаляет фишки, представляющие выполнение предусловий и образует новые фишки, которые представляют выполнение постусловий..





В данной сети Петри условия моделируются позициями, события – переходами. При этом входы перехода являются предусловиями соответствующего события; выходы – постусловиями. Возникновение события моделируется запуском соответствующего перехода.

Форма отчетности:

Выполнить задание в тетради и использовать его при подготовке к зачету и контрольной работы

Задания для самостоятельной работы:

1. В систему на обслуживание от двух независимых источников поступают задачи 2-х типов. Задачи первого типа требуют 5 минут обслуживания, второго – 10 минут. Если две задачи разных типов приходят одновременно – сначала обслуживается задача первого типа. Если две задачи одного типа приходят одновременно – одна из них теряется. Построить сеть Петри функционирования системы.

2. Построить сеть задачи о чтении-записи: Имеются процессы двух типов: процессы чтения и процессы записи. Все процессы совместно используют общий файл или переменную или элемент данных. Процессы чтения не изменяют объект в отличие от процессов записи. Таким образом, процессы записи должны взаимно исключать все другие процессы чтения и записи, в то время как несколько процессов чтения могут иметь доступ к разделяемым данным одновременно.

3. Рассмотрим систему, включающую два различных ресурса q и r и два процесса а и в. Если оба процесса нуждаются в обоих ресурсах, им необходимо будет совместно использовать ресурсы. Для выполнения этого потребуем, чтобы каждый процесс запрашивал ресурс, а затем освобождал его. Теперь предположим, что процесс, а сначала запрашивает ресурс q, затем ресурс r и, наконец, освобождает и q, и r. Процесс В работает аналогично, но сначала запрашивает r, а затем q.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

Поздняков, С.Н. Дискретная математика: Учебник для вузов/ С.Н. Поздняков, С.В. Рыбин. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.-448с

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Какие виды математических моделей Вы знаете?
2. Дайте определение целевой функции.
3. Что такое платежная матрица?

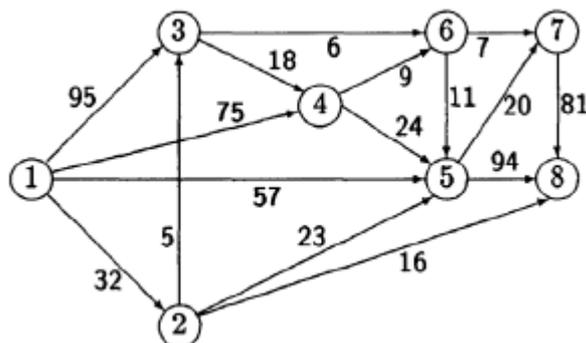
Практическое занятие № 5

Максимальный поток в сети

Цель работы: Научиться находить максимальный поток сети

Задание:

Найти максимальный поток и минимальный разрез в транспортной сети, используя алгоритм Форда – Фалкерсона (алгоритм расстановки пометок). Построить граф приращений. Проверить выполнение условия максимальности построенного полного потока. Источник – вершина 1, сток – вершина 8.



Решение:

С помощью алгоритма Форда-Фалкерсона найдем наибольший поток из 1 в 8.

1. Выбираем произвольный поток, например, 1-3-6-7-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 6. Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 6, насыщенную дугу 3-6 вычеркиваем.

2. Выбираем произвольный поток, например, 1-4-5-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 24.

Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 24, насыщенную дугу 4-5 вычеркиваем.

3. Выбираем произвольный поток, например, 1-5-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 57.

Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 57, насыщенную дугу 1-5 вычеркиваем.

4. Выбираем произвольный поток, например, 1-2-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 16.

Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 16, насыщенную дугу 2-8 вычеркиваем.

5. Выбираем произвольный поток, например, 1-2-5-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 13.

Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 13, насыщенную дугу 5-8 вычеркиваем.

6. Выбираем произвольный поток, например, 1-2-5-7-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 3. Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 3, насыщенную дугу 1-2 вычеркиваем.

7. Выбираем произвольный поток, например, 1-4-6-7-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 1.

Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 1, насыщенную дугу 6-7 вычеркиваем.

8. Выбираем произвольный поток, например, 1-4-6-5-7-8. Его пропускная способность равна минимальной из всех пропускных способностей входящих в него дуг, то есть 8. Уменьшаем пропускные способности дуг этого потока на 8, насыщенную дугу 4-6 вычеркиваем.

Больше путей нет. Суммарный поток $6+24+57+16+13+3+1+8=128$

Форма отчетности:

Выполнить задание в тетради и использовать его при подготовке к зачету и контрольной работы

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить задачу нахождения максимального потока в транспортной сети с помощью алгоритма Форда—Фалкерсона, и построить разрез сети S.

Исходные данные:

Дана сеть S(X,U)

x_0 — исток сети; x_7 — сток сети, где $x_0 \in X$; $x_7 \in X$.

Значения пропускных способностей дуг $r_{i,j}$ заданы по направлению ориентации дуг: от индекса i к индексу j.

$r[0,1] = 39$; $r[4,7] = 44$; $r[6,3] = 33$; $r[5,7] = 53$; $r[0,2] = 10$;
 $r[4,2] = 18$; $r[6,7] = 95$; $r[5,4] = 16$; $r[0,3] = 23$; $r[2,5] = 61$;
 $r[2,1] = 81$; $r[6,5] = 71$; $r[1,4] = 25$; $r[2,6] = 15$; $r[3,2] = 20$

0	39	10	23	0	0	0	0
0	0	0	0	25	0	0	0
0	81	0	0	0	61	15	0
0	0	20	0	0	0	0	0
0	0	18	0	0	0	0	44
0	0	0	0	16	0	0	53
0	0	0	33	0	71	0	95
0	0	0	0	0	0	0	0

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

Поздняков, С.Н. Дискретная математика: Учебник для вузов/ С.Н. Поздняков, С.В. Рыбин. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.-448с

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что называется сечением графа?
2. Как найти минимальный разрез?
3. Опишите алгоритм Форда-Фалкерсона.

Лабораторная работа №1

Матричное представление графа

Цель работы:

Научиться анализировать матрицы, описывающие граф.

Задание: написать программу, которая выводит матрицу смежности графа с определенным количеством вершин и ребер, а также должен быть нарисован сам граф.

Пользователь

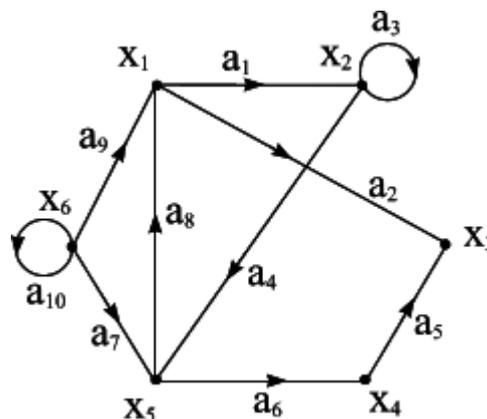
должен

вводить:

- 1) кол-во вершин (например: 1, 2, 3, 4);
- 2) кол-во ребер (например: 4);
- 3) название самих ребер (например: 1 2, 2 3, 3 4, 4 1); на рисунке 1.

Ход работы:

1. Граф G задается множеством точек или вершин x_1, x_2, \dots, x_n (которое обозначается через X) и множеством линий или ребер a_1, a_2, \dots, a_n (которое обозначается символом A), соединяющих между собой все или часть этих точек. Таким образом, граф G полностью задается (и обозначается) парой (X, A) .



Если ребра из множества A ориентированы, что обычно показывается стрелкой, то они называются дугами, и граф с такими ребрами называется *ориентированным* графом (рисунок 1(а)). Если ребра не имеют ориентации, то граф называется *неориентированным* (рисунок 1(б)). В случае когда $G=(X, A)$ является ориентированным графом и мы хотим пренебречь направленностью дуг из множества A , то неориентированный граф, соответствующий G , будем обозначать как $G=(X, A)$.

Пусть дан граф G , его матрица смежности обозначается через $A=[a_{ij}]$ и определяется следующим образом:

- $a_{ij}=1$, если в G существует дуга (x_i, x_j) ,
- $a_{ij}=0$, если в G нет дуги (x_i, x_j) .

Таким образом, матрица смежности графа, изображенного на рисунке 1 имеет вид

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0	1	1	0	0	0
x_2	0	1	0	0	1	0
x_3	0	0	0	0	0	0
x_4	0	0	1	0	0	0
x_5	1	0	0	1	0	0
x_6	1	0	0	0	1	1

Матрица смежности полностью определяет структуру графа. Например, сумма всех элементов строки x_i матрицы дает полустепень исхода вершины x_i , а сумма элементов столбца x_j - полустепень захода вершины x_j . Множество столбцов, имеющих 1 в строке x_i есть множество $\Gamma(x_i)$, а множество строк, которые имеют 1 в столбце x_j совпадает с множеством $\Gamma^{-1}(x_j)$.

Петли на графе представляют собой элементы, имеющие 1 на главной диагонали матрицы, например a_{22} , a_{66} для графа, изображенного на рисунке 1.

2. Матрица инцидентности графа G обозначается через $B=[b_{ij}]$ и является матрицей размерности $n \times m$, определяемой следующим образом:

- $b_{ij}=1$, если x_i является начальной вершиной дуги a_j ;
- $b_{ij}=-1$, если x_i является конечной вершиной дуги a_j ;
- $b_{ij}=0$, если x_i не является концевой вершиной дуги a_j .

Для графа, приведенного на рисунке 3, матрица инцидентности имеет вид:

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
x_1	1	1	0	0	0	0	0	-1	-1	0
x_2	-1	0	± 1	1	0	0	0	0	0	0
x_3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_4	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0
x_5	0	0	0	-1	1	1	-1	1	0	0
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	1	± 1

Поскольку каждая дуга инцидентна двум различным вершинам (за исключением случая, когда дуга образует петлю), то каждый столбец содержит один элемент, равный 1, и один - равный -1. Петля в матрице инцидентности не имеет адекватного математического представления (в программной реализации допустимо задание одного элемента $b_{ij}=1$).

Если G является неориентированным графом (рисунок 4), то его матрица инцидентности определяется следующим образом:

$b_{ij}=1$, если x_i является концевой вершиной дуги a_j ;
 $b_{ij}=0$, если x_i не является концевой вершиной дуги a_j .

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
x_1	1	1	0	0	0	0	0	1
x_2	1	0	1	0	0	0	0	0
x_3	0	1	1	1	0	0	0	0
x_4	0	0	0	1	1	1	0	0
x_5	0	0	0	0	0	1	1	0
x_6	0	0	0	0	1	0	1	1

Матрица инцидентности, как способ задания графов, успешно применяется при описании мультиграфов (графов, в которых смежные вершины могут соединяться несколькими параллельными дугами).

```
#include "iostream"
#include "conio.h"
#include "locale.h"
```

```
using namespace std;
```

```
int main()
{
    int n, m, x, y, a[80][80];
    setlocale(LC_ALL, "rus");
    cout << "Введите количество вершин: ";
    cin >> n;
    cout << "Введите количество рёбер: ";
    cin >> m;
    for(int i=1; i<=n; i++)
        for(int j=1; j<=n; j++)
        {
            a[i][j]=0;
```

```

    }
    cout << endl;
    cout << "Введите рёбра: " << endl;
    for(int i=1;i<=m;i++)
    {
        cin >> x >> y;
        a[x][y]=1;
        a[y][x]=1;
    }
    cout << endl;
    cout << "Матрица смежности: " << endl;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=n;j++)
        {
            cout << a[i][j] << " ";
        }
        cout << endl;
    }
    _getch();
    return 0;
}

```

Порядок выполнения работы

1 Получить задание у преподавателя в виде одного из двух способов матричного представления графа:

а) матрица смежности; б) матрица инцидентности

2 Составить алгоритм программы, реализующей перевод из заданного способа матричного представления графа в другой, учитывая при этом исходный тип графа (неориентированный, ориентированный, смешанный).

3 Создать программу, реализующую перевод из заданного способа матричного представления графа в другой. Предусмотреть консольный ввод исходных данных и вывод результатов работы программы на экран.

Форма отчетности:

Выполнить задание в тетради и использовать его при подготовке к зачету и контрольной работы

Задания для самостоятельной работы:

1. Ориентированный граф $G=(V,E,O)$ задан аналитическим способом: $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$, $E = (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10})$, $O = ((v_1, v_1), (v_1, v_3), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_5, v_5))$.

Необходимо:

- здать граф геометрическим способом;
- определить полустепени вершин графа;
- определить матрицу смежности
- определить матрицу инцидентности

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание.

Основная литература

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Перечислите основные способы представления графов.
2. Покажите на примере прямое и обратное соответствие для заданной вершины.
3. Чему равна сумма степеней всех вершин неориентированного графа?
4. В чем отличия матричного представления ориентированных и неориентированных графов?
5. В чем особенности представления графа матрицей смежности?
6. В чем особенности представления графа матрицей инцидентности?

Лабораторная работа №2

Поиск пути в графе.

Цель работы:

Изучить алгоритмы поиска путей.

Задание:

Диспетчер управляет внутризаводским транспортом и имеет в своем распоряжении два грузовика. Заявки на перевозки поступают к диспетчеру каждые τ_1 мин. С вероятностью P_1 диспетчер запрашивает по радио один из грузовиков и передает ему заявку, если тот свободен. В противном случае он запрашивает другой грузовик и таким образом продолжает сеансы связи, пока один из грузовиков не освободится. Каждый сеанс связи длится ровно τ мин. Диспетчер допускает накопление у себя до пяти заявок, после чего вновь прибывшие заявки получают отказ. Грузовики выполняют заявки на перевозку за τ_2 мин.

Смоделировать работу внутризаводского транспорта в течение T часов. Подсчитать число обслуженных и отклоненных заявок. Определить коэффициенты загрузки грузовиков.

Ход работы:

Диспетчер управляет транспортом и имеет в распоряжении два грузовика, на которые поступают заявки. Интервал времени между двумя заявками - τ_1 распределен по равномерному закону в интервале $\tau_1 = a_1 \pm b_1$. Вероятность запроса диспетчером грузовика - P_1 , и, если тот свободен, то принимает заявку, в противном случае запрашивается другой грузовик. Это сеанс связи, который длится ровно τ мин.

Максимальное количество заявок $N_1 = 5$. Если $N_1 > 5$, то последующие заявки не рассматриваются.

Интервал времени выполнения заявки грузовиком τ_2 распределен по равномерному закону в интервале $\tau_2 = a_2 \pm b_2$.

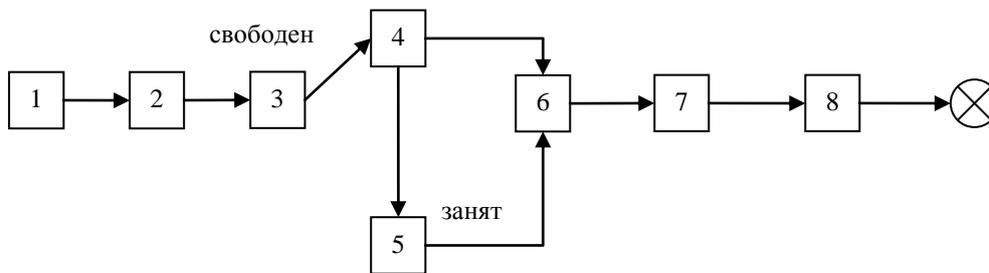
Требуется смоделировать работу грузовиков в течение T часов ($T \neq 0$), считая, что первая заявка поступает в момент времени равный 0.

В результате моделирования требуется определить следующие характеристики:

1. Количество и номера заявок, завершивших обслуживание;
2. Количество и номера заявок, получивших отказ;
3. Коэффициенты загрузки грузовиков k_1 и k_2 , которые соответственно равны:

$$k_1 = \frac{t_{\text{раб.1}}}{t_{\text{общ}}} \text{ и } k_2 = \frac{t_{\text{раб.2}}}{t_{\text{общ}}}.$$

Принципиальная схема работы внутризаводского транспорта:

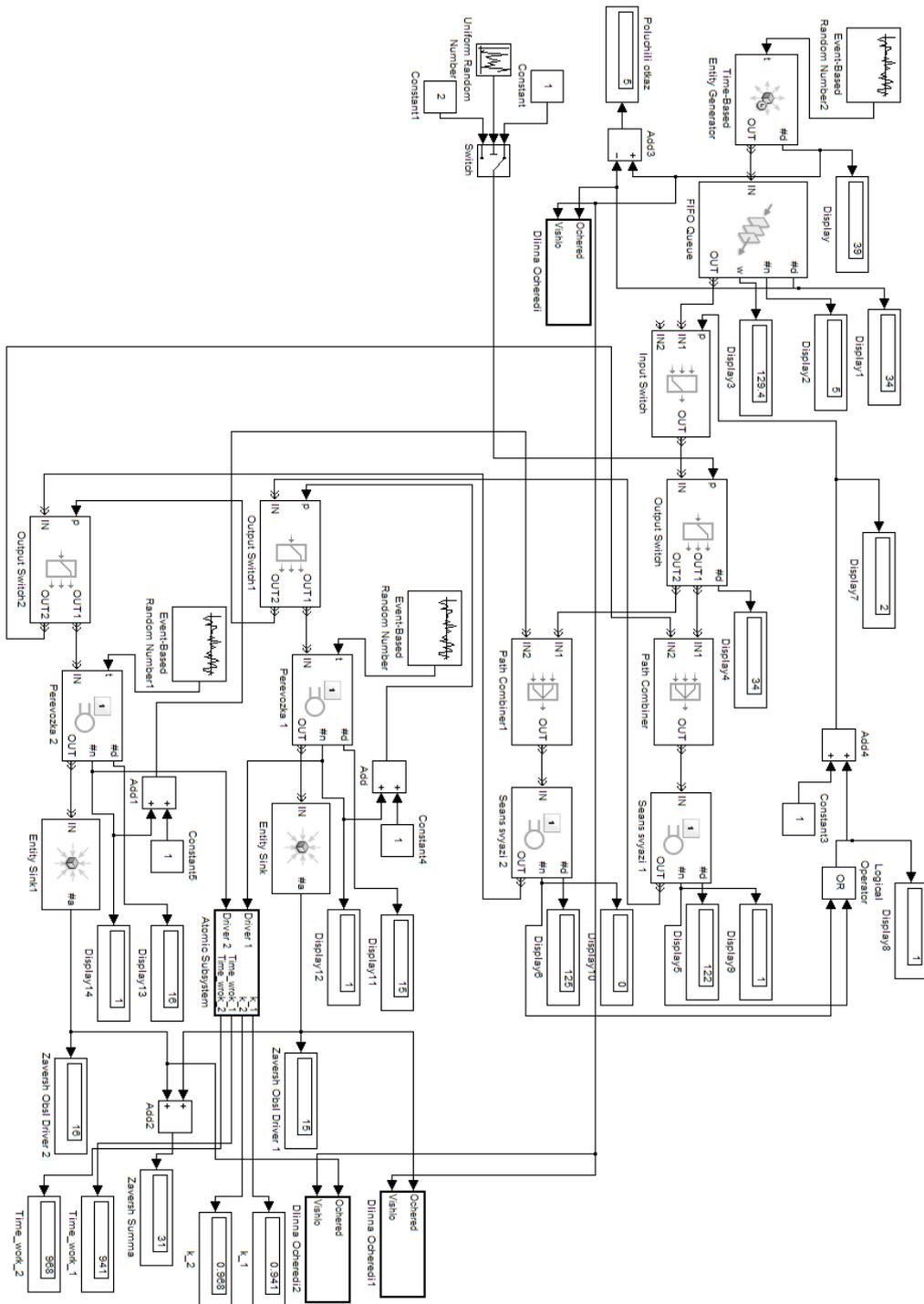


- Блок 1 – формирование входного массива грузовиков на основе исходного массива моментов времени поступления заявок на грузовики.
- Блок 2 – получение заявки.
- Блок 3 – обработка информации о количестве заявок.
- Блок 4 – запрос первого грузовика.
- Блок 5 – запрос второго грузовика.
- Блок 6 – установление связи с грузовиком.
- Блок 7 – выполнение заявки.
- Блок 8 – логический блок, определяющий переход к рассмотрению очередной заявки или завершение процесса анализа обработки заявок.

В процессе создания схемы были использованы следующие блоки библиотеки Sim Events:

- Time based Entity Generator - блок формирования распределенных во времени сигналов, имитирующих последовательность поступающих на вход системы запросов на обслуживание
- Event-Based random Number - блок формирования временных интервалов, используемых в качестве времен обслуживания заявок
- Path Combiner – блок для объединения входных сигналов
- Input Switch – управляемый ключ
- Output Switch – управляемый ключ
- FIFO Queue - блок, реализующий очередь обслуживания заявок
- Single Server – обслуживающий блок
- Entity Sink – приемник обслуженных заявок

Сама схема выглядит следующим образом:



Система внутризаводского транспорта состоит из следующих элементов:

- *Time-Based Entity Generator* – генератор заявок через случайные промежутки времени от 2 до 8 (определяются блоком *Event-Based Random Number2*)

Event-based Random Number (mask) (link)

Generate random numbers from the specified distribution, parameters, and initial seed.

Parameters

Distribution: Uniform

Minimum: 2

Maximum: 8

Initial seed: 12345

- *FIFO Queue* – очередь, определяющая максимальное количество заявок $N_1 = 5$. Если $N_1 > 5$, то последующие заявки не рассматриваются.

FIFO Queue (mask) (link)

Store entities in first-in-first-out sequence for an undetermined length of time. The Capacity parameter is the number of entities the queue can hold.

FIFO Queue Timeout Statistics

Capacity: 5

- *Input Switch* – управляемый ключ, пропускающий заявки на выполнение только в том случае, если нет в данный момент сеанса связи ни с одним грузовиком. Управляется схемой из блока *OR* и математической суммы, для переключения входов, если «1 + 1» - второй ход, то заявки не поступают. Если «0+1» - заявка поступает на обработку.

Input Switch (mask) (link)

Accept entities from the selected entity input port. The Switching criterion parameter indicates how the block determines which entity input port is selected.

The block allows arrivals of entities via exactly one input port. The selected entity input port can change during the simulation. When an entity input port is selected, all others become unavailable.

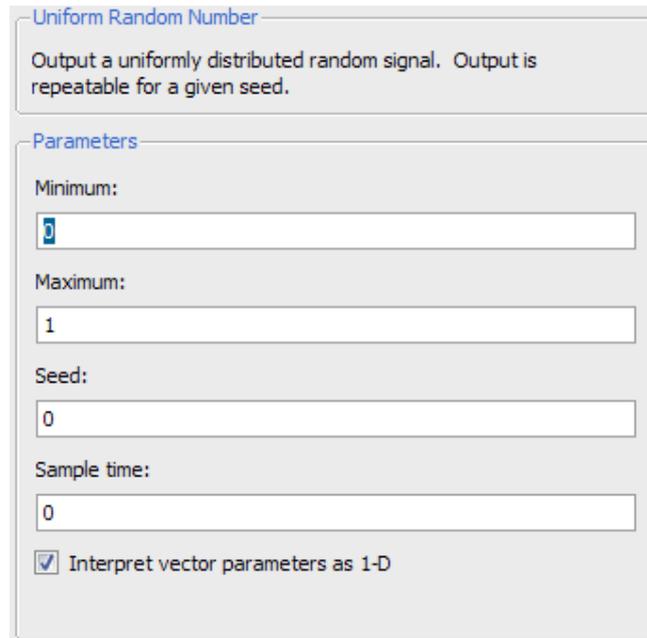
Input Switch Statistics

Number of entity input ports: 2

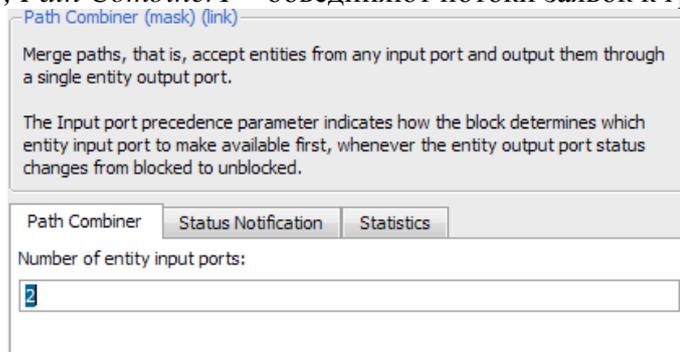
Switching criterion: From signal port p

Resolve simultaneous signal updates according to event priority

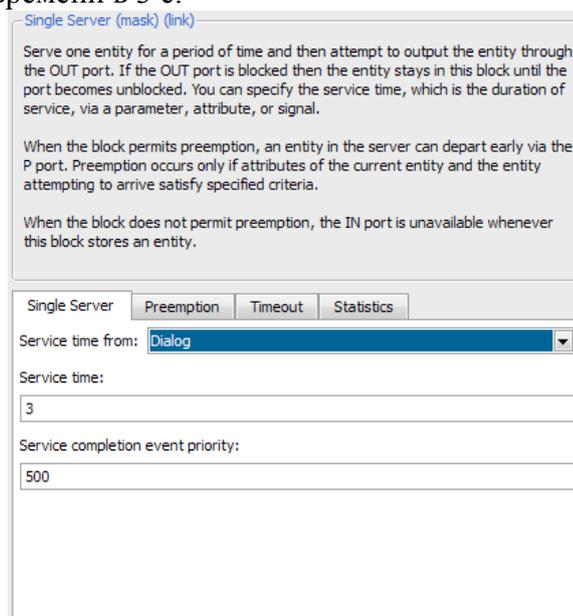
- *Output Switch* – управляемый ключ, определяет, к какому из грузовиков заявка попадет на обработку. Ключ управляется схемой на основе блока *Uniform Random Number* и блока *Switch*, который подключает первый выход *Output Switch*, если входная величина больше 0,7.



- *Path Combiner*, *Path Combiner1* – объединяют потоки заявок к грузовикам.

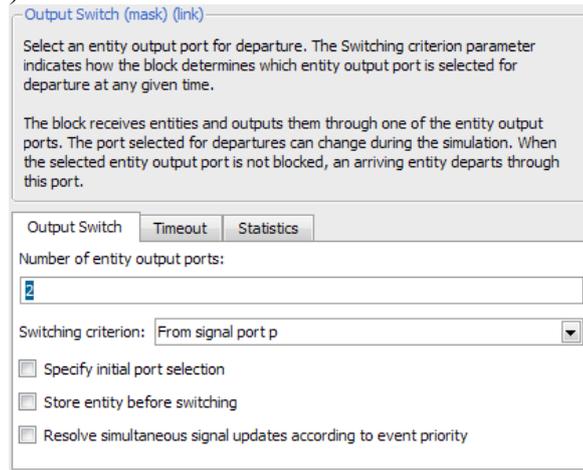


- *Seans svyazi 1*, *Seans svyazi 2* – имитация сеансов связи с грузовиками в течении фиксированного времени в 3 с.

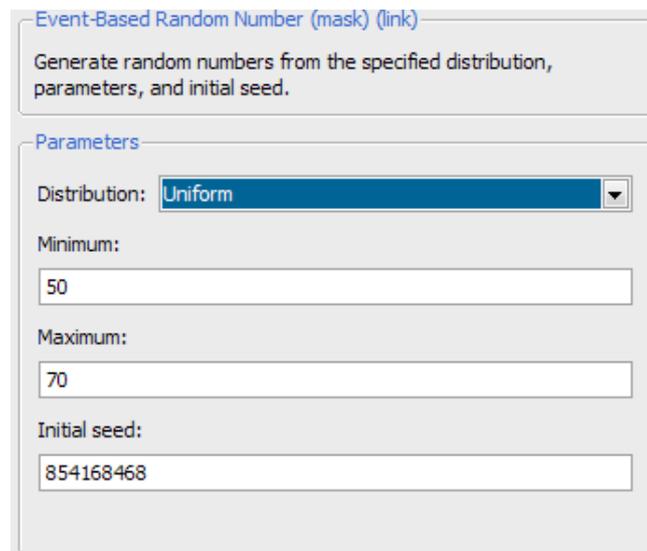


- *Output Switch1*, *Output Switch2* – управляемые ключи, распределяют заявки между грузовиками в зависимости от их занятости. Так, если заявка предназначалась грузовику №1, а этот грузовик «занят», то заявка направляется грузовику №2. Для управления ключами считывается параметр статистики #n блоков *Perevozka1*

и *Perevozka2* и к нему прибавляется единица (для адекватного управления выходами ключей).



- *Perevozka1*, *Perevozka2* – имитируют процесс перевозки груза первым и вторым грузовиком соответственно в течении случайного промежутка времени от 50 до 70, определяемого блоками Event-Based Random Number и Event-Based Random Number1.



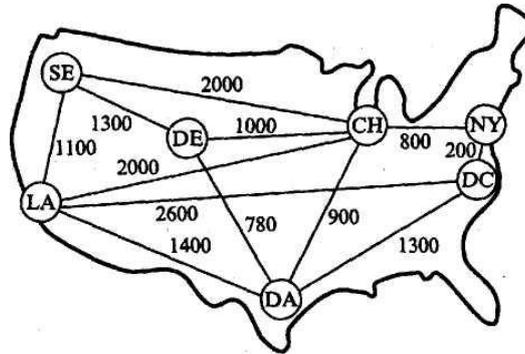
Форма отчетности:

Отчет по работе содержит:

1. Наименование лабораторной работы;
2. Описание решения задач;
3. Результаты её тестирования;
4. Выводы по работе.

Задания для самостоятельной работы:

1. В модульных перевозках грузы перевозятся на трейлерных платформах по железной дороге между специальными перевалочными железнодорожными терминалами, где платформы снова присоединяются к трейлерам и далее следуют к потребителям автомобильным ходом. На рис. 1 показаны основные железнодорожные терминалы Соединенных Штатов и существующие железнодорожные пути между ними. Выделите сегменты железных дорог так, чтобы были связаны все железнодорожные терминалы и была минимизирована суммарная стоимость перевозок трейлерных платформ (стоимость перевозок пропорциональна длине железнодорожных путей).



2. Компания производит 15 типов изделий на 10 станках. Компания планирует сгруппировать станки так, чтобы минимизировать "несходство" операций, выполняемых на каждой группе станков. Мерой "несходства" между станками i и y служит величина d_{iy} , вычисляемая по формуле

$$d_{iy} = 1 - \frac{n_{ij}}{n_{ij} + m_{ij}}$$

где n_{ij} — количество изделий, обрабатываемых как на станке i , так и на станке j , m_{ij} — количество изделий, обрабатываемых только на станке i или только на станке j .

В следующей таблице показано, изделия каких типов на каких станках обрабатываются.

Станок	Типы изделий
1	1,6
2	2, 3, 7, 8, 9, 12, 13, 15
3	3, 5, 10, 14
4	2,7,8,11,12,13
5	3,5,10,11,14
6	1,4,5,9,10
7	2,5,7,9,10
8	3,4,15
9	4,10
10	3, 8, 10, 14, 15

Сформулируйте данную задачу как сетевую.

Решите данную задачу для множества разбиения станков на две и три группы.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание в тетради.

Основная литература

Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - 2-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Какии алгоритмы поиска пути Вы применили в ходе работы?
2. В чем, на Ваш взгляд, состоит основная сложность поиска ?
3. Какая дисциплина очереди обозначается аббревиатурой FIFO?
4. Какие еще Вы знаете дисциплины обслуживания очереди?
5. Какими свойствами обладает Пуассоновский поток?

Лабораторная работа №3

Подграфы

Цель работы: Овладеть навыками программного решения задач поиска подграфов с заданными характеристиками.

Задание:

Имеется 5 корпусов общежития, которые нужно объединить в единую телефонную сеть. Известны расстояния между некоторыми из них:

	a	b	c	d	e	f
a	-	7	-	4		-
b		-	5	9		
c			-	7	13	-
d				-	10	
e					-	11
f						-

Для этого достаточно проложить $(n-1)$ телефонных линий между городами. Как соединить города так, чтобы суммарная стоимость соединений (телефонного кабеля) была минимальна?

Ход работы:

В общем случае, задачу можно сформулировать так. Пусть дан связный, неориентированный граф с весами на ребрах $G(V, E)$, в котором V — множество вершин (контактов), а E — множество их возможных попарных соединений (ребер). Пусть для каждого ребра (u, v) однозначно определено некоторое вещественное число $w(u, v)$ — его вес (длина или стоимость соединения). $w()$ называется весовой функцией. Задача состоит в нахождении такого связного ациклического подграфа $T \subset G$, содержащего все вершины, что суммарный вес его ребер будет минимален.

Так как T связан и не содержит циклов, он является деревом и называется остовным или покрывающим деревом (*spanning tree*). Остовное дерево T , у которого суммарный вес его ребер $w(T) = \sum_{(u,v) \in T} w(u,v)$ минимален, называется минимальным остовным или минимальным покрывающим деревом (*minimum spanning tree*).

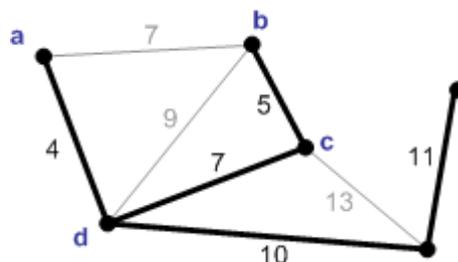


Рис. 1. Минимальное остовное дерево..

Суммарный вес дерева равен 37. Это минимальное остовное дерево не уникально: удалением ребра (c,d) и добавлением ребра (a,b) получается новое минимальное остовное дерево

Так как рассматриваются только деревья, можно считать все ребра положительными (достаточно добавить к весу всех ребер некоторую относительно большую положительную константу). В противном случае, если стоимость соединения между двумя вершинами равна отрицательному числу, можно несколько раз параллельно соединить их для уменьшения суммарного веса остовного подграфа.



Рис.2-а. Минимальное остовное дерево. Суммарный вес равен 3. Рис.2-б. Минимальный покрывающий подграф. Суммарный вес равен 0.

Также считаем, что для любой пары ребер их весовые характеристики будут различны. Это гарантирует уникальность построенного минимального остовного дерева. Для примера, если все ребра имеют единичный вес, то любое остовное дерево будет минимальным (с суммарным весом $v-1$, где v – количество вершин в графе).

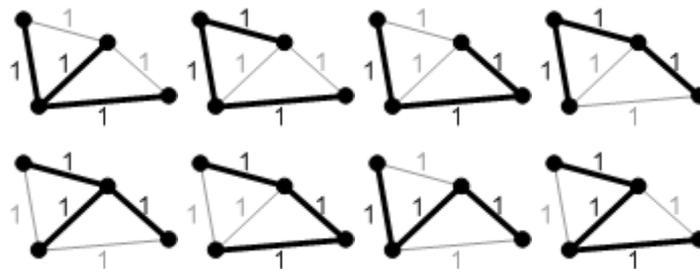


Рис.3. Все возможные минимальные остовные деревья для данного графа.

В данном случае, любой алгоритм построит одно из минимальных остовных деревьев. Один из вариантов разрешения неопределенности заключается в модификации алгоритма сравнения ребер по весу, например, так:

SHORTER-EDGE($i,j;k,l$)

- 1: if $w(i,j) < w(k,l)$ then return (i,j)
- 2: if $w(i,j) > w(k,l)$ then return (k,l)
- 3: if $\min(i,j) < \min(k,l)$ then return (i,j)
- 4: if $\min(i,j) > \min(k,l)$ then return (k,l)
- 5: if $\max(i,j) < \max(k,l)$ then return (i,j)

Построение минимального остовного дерева

Общий алгоритм построения минимального остовного дерева:

MST-GENERIC(G,w)

- 1: $A \leftarrow \emptyset$
- 2: while (пока) A не является остовом
- 3: do найти безопасное ребро $(u,v) \in E$ для A
- 4: $A \leftarrow A \cup \{(u,v)\}$
- 5: return A

По определению A , он должен оставаться подграфом некоторого минимального остова после любого числа итераций. Конечно, главный вопрос состоит в том, как искать безопасное ребро на шаге 3. Понятно, что такое ребро всегда существует, если A еще не является минимальным остовом (любое ребро остова, не входящее в A). Заметим, что так как A не может содержать циклов, то на каждом шаге ребром соединяются различные компоненты связности (изначально все вершины в отдельных компонентах, в конце A – одна компонента). Таким образом цикл выполняется $(n-1)$ раз.

Алгоритм Борувки

MST-BORUVKA(G,w)

```

1:  $A \leftarrow (V,0)$ 
2: while (пока) в  $A$  больше одной компоненты связности
3:   do CHOOSE-LEADERS( $A$ )
4:   FIND-SAFE-EDGES( $G$ )
5:   foreach (для каждого) лидера  $v'$ 
6:     добавить  $\text{safe}(v')$  в  $A$ 
7: return  $A$ 

```

Вот простой возможный вид процедуры поиска безопасных ребер:

FIND-SAFE-EDGES(G)

```

1: foreach (для каждого) лидера  $v'$ 
2:    $\text{safe}(v') \leftarrow \infty$ 
3: foreach (для каждого) ребра  $(u,v) \in E$ 
4:    $u' \leftarrow \text{leader}(u)$ 
5:    $v' \leftarrow \text{leader}(v)$ 
6:   if  $u' \neq v'$  then
7:     if  $w(u,v) < w(\text{safe}(u'))$  then
8:        $\text{safe}(u') \leftarrow (u,v)$ 
9:     if  $w(u,v) < w(\text{safe}(v'))$  then
10:       $\text{safe}(v') \leftarrow (u,v)$ 

```

Порядок выполнения работы

1 Получить задание у преподавателя в виде одного из двух способов матричного представления графа:

а) матрица смежности; б) матрица инцидентности

2 Составить алгоритм программы, реализующей перевод из заданного способа матричного представления графа в другой, учитывая при этом исходный тип графа (неориентированный, ориентированный, смешанный).

3 Создать программу, реализующую перевод из заданного способа матричного представления графа в другой. Предусмотреть консольный ввод исходных данных и вывод результатов работы программы на экран.

Форма отчетности:

Отчет по работе содержит:

1. Наименование лабораторной работы;
2. Описание решения задач;
3. Результаты её тестирования;
4. Выводы по работе.

Задания для самостоятельной работы:

1. Между N пунктами ($N \leq 50$) заданы дороги длиной $A(i,j)$, где I, J -номера пунктов. Дороги проложены на разной высоте и пересекаются только в общих пунктах. В начальный момент времени из заданных пунктов начинают двигаться с постоянной скоростью M роботов ($M=2$ или 3), независимо меняя направление движения только в

пунктах. Роботы управляются таким образом, чтобы минимизировать время до встречи всех роботов в одном месте. Скорость I -того робота может быть равна 1 или 2. Остановка роботов запрещена.

Написать программу, которая:

1) при заданных N, M и сети дорог единичной длины (все имеющиеся $A(i, j)=1$) определяет минимальное время, через которое может произойти встреча всех M роботов, при этом начальное положение роботов и скорость их движения известны.

2) Выполнить те же действия, что и в п. 1, но только для различных значений $A(i, j)$.

Примечание: В случае невозможности встречи всех M роботов в одном месте ни в какой момент времени в результате выполнения программы должно быть сформировано соответствующее сообщение.

Требование к вводу-выводу:

1) Все входные данные - целые неотрицательные числа;

2) при задании сети дорог должно быть указано количество дорог - K и пункты их начала и конца в виде пар (i, j) .

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание.

Основная литература

Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - 2-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Перечислите основные способы представления графов.
2. Покажите на примере прямое и обратное соответствие для заданной вершины.
3. Чему равна сумма степеней всех вершин неориентированного графа?
4. В чем отличия матричного представления ориентированных и неориентированных графов?
5. В чем особенности представления графа матрицей смежности?
6. В чем особенности представления графа матрицей инцидентности?

Лабораторная работа №4

Построение и анализ сетей

Цель работы: Овладеть навыками программного анализа сетей

Задание:

Лабиринт задается матрицей смежности $N \times N$, где $C(i, j)=1$, если узел i связан узлом j посредством дороги. Часть узлов назначается входами, часть - выходами. Входы и выходы задаются последовательностями узлов $X(1), \dots, X(p)$ и $Y(1), \dots, Y(k)$ соответственно. Найти максимальное число людей, которых можно провести от входов до выходов таким образом, чтобы:

- а) их пути не пересекались по дорогам, но могут пересекаться по узлам;
- б) их пути не пересекались по узлам;

Ход работы:

Для более удобного хранения информации наведем матрицу

$C[1..n, 1..n]$ (так называемую матрицу смежности) в которой $C[i, j]=1$, если в наборе есть пара (A_i, A_j) и $C[i, j]=0$ иначе.

Будем строить все возможные цепочки (по правилу, данному в условии) и искать среди них ту, которая имеет максимальную длину.

В качестве начального символа цепочки можно взять любой символ из A . Пусть это символ A_i . Ищем, просматривая строку i матрицы C слева направо элемент $C[i,j]=1$ (другими словами, ищем пару с первым элементом A_i). Если такого элемента не существует, то берем в качестве начала строки другой элемент множества A . Если элемент $C[i,j]=1$ найден, то ему соответствует пара (A_i, A_j) . Помечаем ее как уже использованную полагая, например, $C[i,j]=-1$. Далее просматриваем слева направо строку j матрицы C в поисках еще не использованной пары (A_j, A_k) ($C[j,k]=1$). Присоединяем элемент A_k к имеющейся цепочке, полагая $C[j,k]=-1$, ищем единичный элемент в строке k и т.д. Предположим, на некотором шаге мы получили цепочку

$A_i A_j A_k \dots A_s A_l A_p$

и в строке p матрицы больше нет ни одного единичного элемента. Это означает, что при таком подборе предыдущих элементов мы нашли максимальную по длине строку. Если ее длина больше длин всех найденных ранее строк, запоминаем эту строку как рекорд. После этого "отщепляем" от строки последний элемент A_p и смотрим, есть ли еще в строке l единичный элемент с индексом, большим p . Если да, то приписываем уже этот элемент к строке и пытаемся затем снова увеличить длину полученной строки, если же нет, то "отщепляем" от строки элемент A_l , в строке S ищем единичный элемент с индексом, большим l и т.д.

Останов осуществляется тогда, когда мы должны "отщепить" от строки A_i .

Перебираем цепочки, начинающиеся со всех возможных элементов множества A . Находим строку максимальной длины:

```
const M=10; {максимально число элементов в A}
{будем считать, что A состоит из чисел от 1 до N}
var c:array[1..M,1..M] of integer;
curstr, maxstr: array[0..M] of integer;
{в этих переменных хранятся текущая цепочка и}
{цепочка максимальной длины.}
{В нулевом элементе хранится длина цепочки}
N,E : integer; {N - число элементов в A}
i,j,k : integer; {E - число пар в наборе}
procedure find;
var l,j : integer;
begin
l:=curstr[curstr[0]]; {l = последний элемент цепочки}
for j:=1 to N do {просмотр строки l}
if C[l,j]=1
then begin
curstr[0]:=curstr[0]+1;
curstr[curstr[0]]:=j; {j -> в цепочку}
c[l,j]:=-1; {пара использована}
find;
c[l,j]:=1; {пару снова разрешено использовать}
curstr[0]:=curstr[0]-1;
end;
if curstr[0]>maxstr[0] {если нашли более}
then maxstr:=curstr {длинную строку}
end;
begin
```

```

readln(N); readln(E);
for i:=1 to N do
for j:=1 to N do
C[i,j]:=0;
for k:=1 to E do begin
write('очередная пара: ',i,j);
c[i,j]:=1
end;
for i:=1 to N do begin
curr[0]:=1; {поиск цепочки}
curr[1]:=i; {начинающейся элементом i}
find;
end;
for i:=1 to maxstr[0] do
write(maxstr[i]); {печать максимальной строки} end.

```

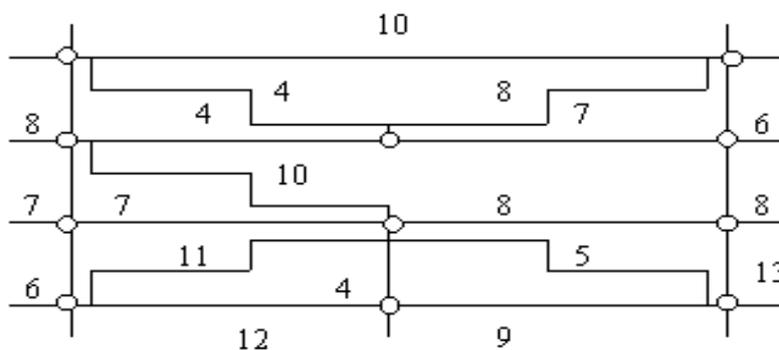
Форма отчетности:

Отчет по работе содержит:

1. Наименование лабораторной работы;
2. Описание решения задач;
3. Результаты её тестирования;
4. Выводы по работе.

Задания для самостоятельной работы:

1 Следующая фигура показывает запутанную сеть дорог района города. Представьте, что мусорная машина должна пройти по всем дорогам хотя бы один раз, чтобы собрать мусор. Число на каждой стороне показывает время, которое должна потратить мусорная машина, чтобы проехать этот интервал. На перекрестках машина должна ждать время, равное числу пересекающихся дорог.



Составьте программу, показывающую как выбрать необходимый путь для сбора мусора в кратчайшее время.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание.

Основная литература

1. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - 2-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург : Лань,

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Перечислите основные способы представления графов.
2. Покажите на примере прямое и обратное соответствие для заданной вершины.
3. Чему равна сумма степеней всех вершин неориентированного графа?
4. В чем отличия матричного представления ориентированных и неориентированных графов?
5. В чем особенности представления графа матрицей смежности?
6. В чем особенности представления графа матрицей инцидентности?

Лабораторная работа №5

Максимальный поток в сети

Цель работы: Овладеть навыками программного поиска максимального потока

Задание:

N различных станков один за другим объединены в конвейер. Имеется N рабочих. Задана матрица $C[N, N]$, где $C[i, j]$ производительность i -ого рабочего на j -ом станке.

Определить

- а) на каком станке должен работать каждый из рабочих, чтобы производительность была максимальной.
- б) то же, но станки расположены параллельно и выполняют однородные операции.

Ход работы:

Так как сеть дорог определяет некоторый граф, то определим в этом графе множество вершин с нечетной степенью. Понятно, что количество таких вершин четно (так как сумма степеней вершин графа четна). Определим на этом множестве взвешенный граф (граф, на ребрах которого определены веса или расстояния) по следующему правилу. Вес ребра (i, j) равен кратчайшему расстоянию между вершинами, соответствующими i и j в исходном графе. Построим в этом графе совершенное сочетание минимального веса. Паросочетанием называется множество попарно несмежных ребер (не имеющих общих вершин). Паросочетание называется совершенным, если оно покрывает все вершины. Весом паросочетания называется суммарный вес входящих в него ребер. Существуют эффективные алгоритмы поиска совершенного сочетания минимального веса. Однако они очень трудны. Поэтому при малом количестве вершин в графе можно воспользоваться перебором всех возможных совершенных паросочетаний. При добавлении к исходному графу ребер совершенного паросочетания получится граф, у которого все степени вершин четны. Найдем в нем цикл, проходящий по каждому ребру графа ровно один раз. Этот цикл и является решением задачи. Заметим при этом, что каждое ребро (i, j) паросочетания должно быть заменено последовательностью дорог исходного графа, которая определяет кратчайшее расстояние между вершинами i и j в исходном графе.

Алгоритм

```
для i от 1 до N выполнять
нц
  флаг[i] := 0;
  БЛИЖ[i] := 1
кц
флаг[1] := 1;
для k от 1 до N-1 выполнять
нц
```

```

минрас:=бесконечность;
для i от 2 до N выполнять
если флаг[i]=0 и минрас > C[БЛИЖ[i],i]
то минрас:=C[БЛИЖ[i],i];
j:=i;
все
Вывод ребра (БЛИЖ[j],j)
флаг[j]:=1;
для i от 2 до N выполнять
если флаг[i]=0 и C[БЛИЖ[i],i]>C[i,j]
то БЛИЖ[i]:=j;
все
кц

```

Составим математическую модель задачи, выбрав в качестве переменных

x_1, x_2, x_3, x_4 - количество средств, затраченных на телевидение, рекламные плакаты, радио и газеты соответственно. Тогда ожидаемая прибыль от рекламы может быть подсчитана по формуле

$$f(x) = 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 \quad (1)$$

Переменные задачи удовлетворяют ограничениям

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500000,$$

$$x_1 \leq 200000,$$

$$x_2 \leq 100000,$$

$$x_3 \geq 100000, \quad (2)$$

$$x_4 \leq 100000,$$

в левых частях которых вычислены затраты денежных ресурсов на телевидение, радио, газеты и рекламные плакаты, а в правых частях записаны максимально возможные запасы средств на эти ресурсы. Учитывая, что переменные задачи по своему экономическому смыслу не могут принимать отрицательные значения, получаем математическую модель задачи оптимального распределения денежных ресурсов с целью получения максимального дохода от рекламы.

$$f(x) = 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 7x_4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500000,$$

$$x_1 \leq 200000,$$

$$x_2 \leq 100000,$$

$$x_3 \geq 100000,$$

$$x_4 \leq 100000,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4}.$$

Порядок выполнения работы

1 Получить задание у преподавателя в виде одного из двух способов матричного представления графа:

а) матрица смежности; б) матрица инцидентности

2 Составить алгоритм программы, реализующей перевод из заданного способа матричного представления графа в другой, учитывая при этом исходный тип графа (неориентированный, ориентированный, смешанный).

3 Создать программу, реализующую перевод из заданного способа матричного представления графа в другой. Предусмотреть консольный ввод исходных данных и вывод результатов работы программы на экран.

Форма отчетности:

Отчет по работе содержит:

1. Наименование лабораторной работы;
2. Описание решения задач;
3. Результаты её тестирования;
4. Выводы по работе.

Задания для самостоятельной работы:

Имеется N городов. Для каждой пары городов (I, J) можно построить дорогу, соединяющую эти два города и не заходящие в другие города. Стоимость такой дороги $A(I, J)$. Вне городов дороги не пересекаются.

Написать алгоритм для нахождения самой дешевой системы дорог, позволяющей попасть из любого города в любой другой. Результаты задавать таблицей $V[1:N, 1:N]$, где $V[I, J]=1$ тогда и только тогда, когда дорогу, соединяющую города I и J , следует строить.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

1. Ознакомиться с заданием;
2. Изучить теоретические сведения, полученные на лекции;
3. Ознакомиться с примерами решения подобных задач в учебной литературе;
4. Выполнить задание.

Основная литература

Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - 2-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что называют цикломатическим числом графа?
2. Как используется цикломатическое число при рассмотрении конструкции печатной платы?
3. Что называют хроматическим числом графа?
4. Что представляет собой бихроматический граф?
5. Какой граф называют критическим?

9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы

Контрольная работа представляет собой способ проверки знаний студента, его умений и предполагают письменные ответы на поставленные вопросы, либо самостоятельное выполнение практических заданий. Подготовка к контрольной работе состоит в ответственном выполнении всех домашних заданий по дисциплине и самостоятельной проработке основной и дополнительной литературы.

Целью контрольной работы является приобретение навыков самостоятельной работы с литературой, закрепление умений работы со средой программирования, формирование навыков оценки результатов собственной деятельности.

Выполнения контрольной работы предполагает:

- анализ поставленных задач и выбор методов их решения;
- реализацию решения поставленных задач;
- проверку и анализ полученных результатов;
- оформление отчета.

Отчет по контрольной работе оформляется в печатном виде и содержит:

- формулировку заданий;
- описание их решений;
- полученные результаты;
- выводы.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Microsoft Imagine Premium: Microsoft Windows Professional 7;
2. Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level;
3. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security;
4. FreeMat.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

<i>Вид занятия</i>	<i>Наименование аудитории</i>	<i>Перечень основного оборудования</i>	<i>№ ЛР, ПЗ</i>
1	2	3	4
Лк	Лекционная аудитория	-	-
ЛР	Лаборатория технических средств защиты информации	Персональные компьютеры i5-2500/Н67/4Gb/500Gb (монитор TFT19 Samsung E1920NR); интерактивная доска Smart Board X885ix со встроенным проектором UX60	№ 1-5
ПЗ	Лекционная аудитория	-	№ 1-5
кр	ЧЗ1	Оборудование 10 ПК i5-2500/Н67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-
СР	ЧЗ1	Оборудование 10 ПК i5-2500/Н67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-3	Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей	1. Задачи на графах	1.1. Графы. Основные понятия	Индивидуальное задание, экзаменационный вопрос
			1.2. Поиск пути в графе	Индивидуальное задание, экзаменационный вопрос
			1.3. Подграфы	Индивидуальное задание, экзаменационный вопрос
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	2. Сетевые модели	2.1 Построение и анализ сетей	Индивидуальное задание, экзаменационный вопрос
			2.2. Максимальный поток в сети	Индивидуальное задание, экзаменационный вопрос

2. Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	ОПК-3	Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	1. Графы. Виды графов. Деревья. Характеристики графов.	1. Задачи на графах
			2. Орграфы. Взвешенные графы.	1. Задачи на графах
			3. Связность. Эйлеров цикл. Гамильтонов цикл.	1. Задачи на графах
			4. Алгоритм Дейкстры.	1. Задачи на графах
			5. Постановка задачи об остове минимального веса.	1. Задачи на графах
			6. Алгоритм Прима. Сложность алгоритма.	1. Задачи на графах
2.	ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять	7. Сети. Сетевые графики. Правила составления сетевых графиков.	2. Сетевые модели

	современный математический аппарат	8. Сети Петри.	2. Сетевые модели
		9. Математическая модель транспортной задачи. Способы задания транспортной задачи.	2. Сетевые модели
		10. Распределительная задача	2. Сетевые модели
		11. Задача о назначениях.	2. Сетевые модели
		12. Потоки в сетях. Пропускная способность. Сечения в сетях.	2. Сетевые модели
		13. Алгоритм решения задачи о максимальном потоке.	2. Сетевые модели

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p>знать: ОПК-3 - алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; ПК-2 - основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>уметь: ОПК-3 - анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; ПК-2 - понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>владеть: ОПК-3 - навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных</p>	отлично	<p>Демонстрирует все показатели компетенций на высоком уровне, а именно: знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач – владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики.</p>
		хорошо

<p>задач. ПК-2 – методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики.</p>		<p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных</p>
---	--	---

		<p>задач на графах и сетях; -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; -владеет методами и приемами</p>
--	--	---

		описания реальных объектов и ситуаций на языке математики.
	удовлетворительно	<p>Демонстрирует освоение не менее 60% параметров компетенций на достаточном уровне: -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p>

		<p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет понимать и применять математический аппарат для
--	--	--

		<p>построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и</p>
--	--	---

		<p>ситуаций на языке математики; или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -умеет анализировать графы и
--	--	---

		<p>сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p>
	<p>неудовлетворительно</p>	<p>Освоение менее, чем 60% параметров компетенций.</p>

4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Комбинаторные и экстремальные задачи на графах и сетях направлена на ознакомление обучающихся с основными понятиями из теории графов, алгоритматического решения базовых задач на графах и сетях, ориентирована на получение теоретических знаний и практических навыков решения проблем из различных областей знания, а также осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде и для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины Комбинаторные и экстремальные задачи на графах и сетях предусматривает:

- лекции,
- лабораторные работы;
- практические занятия;

- контрольную работу;
- самостоятельную работу.

Для фиксации успешности обучения предусматривается экзамен.

В ходе освоения раздела 1 «Задачи на графах» обучающиеся должны изучить математические основы решения задач на графах, способы описания и анализ графов, их виды, свойства. Научиться выбирать подходящий метод решения в соответствии с поставленной задачей и системой ограничений.

В ходе освоения раздела 2 «Сетевые модели» обучающиеся осваивают особенности функционирования различных сетей, учатся проектировать и анализировать сети Петри, изучают прикладные задачи, моделируемые с применением сетей..

Обучающимся необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для разработки и реализации профессионально ориентированных проектов в последующей учебной деятельности.

Овладение ключевыми понятиями является основой усвоения учебного материала по дисциплине.

При подготовке к экзамену особое внимание необходимо уделить рекомендациям и замечаниям преподавателей, ведущих аудиторные занятия по дисциплине

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков применения различных методов решения стандартных математических ситуаций.

Самостоятельную работу необходимо начинать с чтения лекций и учебников.

В процессе консультации с преподавателем обучающийся выясняет наличие пробелов в знаниях и способах решения разных ситуаций.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

Комбинаторные и экстремальные задачи на графах и сетях

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является: ознакомление обучающихся с основными задачами, которые могут быть сформулированы как задачи целочисленного программирования или как сетевые модели, сформулировать и обосновать методы их решения.

Задачами дисциплины являются

- обучение методам анализа и формализации поставленной задачи;
- обучение приемам и методам построения математических моделей;
- формирование и развитие умений и навыков, позволяющих применять современные математические методы и программное обеспечение для решения задач науки и техники.

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк.- 17 час., ЛР- 17 час., ПЗ-17 час., СР - 48 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 часа, 4 зачетных единиц.

2.2 Основные разделы дисциплины:

- 1 – Задачи на графах;
- 2 – Сетевые модели.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-3Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.

ПК-2 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат .

4. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

**Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20__-20__ учебный год**

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

Протокол заседания кафедры № _____ от «___» _____ 20__ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

(Ф.И.О.)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-3	Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	1 Задачи на графах	1.1. Графы. Основные понятия	ЛР№1
			1.2 Поиск пути в графе	ЛР№2, кр, задача 1
			1.3Подграфы	ЛР№3, кр, задача 2
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	2. Сетевые модели	2.1Построение и анализ сетей	ЛР№4 кр, задача 3
			2.1Максимальный поток в сети	ЛР№4

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p>знать: ОПК-3 - алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; ПК-2 - основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; уметь:</p>	отлично	<p>Демонстрирует все показатели компетенций на высоком уровне, а именно: знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять</p>

<p>ОПК-3 - анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; ПК-2 - понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p>		<p>математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач – владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики.</p>
<p>владеть: ОПК-3 - навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач. ПК-2 – методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики.</p>	<p>хорошо</p>	<p>Демонстрирует освоенность не менее 5 показателей компетенций: -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; или -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p>

		<p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами</p>
--	--	--

		<p>описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики.
	<p>удовлетворительно</p>	<p>Демонстрирует освоение не менее 60% параметров компетенций на достаточном уровне:</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;

		<p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p>
--	--	---

		<p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях; -владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; -владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки; -умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа; -умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем; <p>или</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;
--	--	--

		<p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p>
--	--	---

		<p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач; или</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики; или</p>
--	--	---

		<p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает алгоритмы решения комбинаторных и экстремальных задач на графах и сетях;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>-владеет методами и приемами описания реальных объектов и ситуаций на языке математики;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-умеет понимать и применять математический аппарат для построения и анализа моделей реальных объектов, ситуаций и систем;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p> <p>или</p> <p>-знает основные разделы математики, методы решения прикладных задач, основные тенденции развития математики как науки;</p> <p>-умеет анализировать графы и</p>
--	--	---

		<p>сетевые модели и разрабатывать программные решения для их анализа;</p> <p>-владеет навыками применения аппарата математики и информатики для решения прикладных задач;</p>
	<p>неудовлетворительно</p>	<p>Освоение менее, чем 60% параметров компетенций.</p>

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от «12» марта 2015 г. № 228

для набора 2015 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «13 » июля 2015 г. № 475

для набора 2016 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «06» июня 2016г. № 429

для набора 2017 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «6» марта 2017г. № 125

для набора 2018 года и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018г. №130

Программу составили:

Багинова Т.Г. , к.т.н, доцент каф. МиФ _____

Ратинская Е.В., ст. препод. каф. МиФ _____

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры МиФ

от «21» ноября 2018 г., протокол № 3

И.о. зав.выпускающей кафедрой _____ О.И.Медведева

СОГЛАСОВАНО:

И.о. зав.выпускающей кафедрой _____ О.И. Медведева.

Директор библиотеки _____ Т.Ф.Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ЕН факультета

от «20 » декабря 2018 г., протокол № 4

Председатель методической комиссии факультета _____ М.А. Варданян

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
учебно-методического управления _____ Г.П. Нежевец

Регистрационный № _____