

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Кафедра строительных конструкций и технологии строительства**

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Е.И. Луковникова

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

**Б1.Б.12.02**

**НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ**

**08.03.01 Строительство**

**ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ**

**Промышленное и гражданское строительство**

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

<b>1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....</b>	<b>3</b>
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ</b>	<b>4</b>
<b>3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>4</b>
3.1 Распределение объёма дисциплины по формам обучения.....	4
3.2 Распределение объёма дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости..	5
<b>4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>5</b>
4.1 Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий.....	5
4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам.....	7
4.3 Лабораторные работы.....	46
4.4 Практические занятия.....	46
4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа, РГР.....	47
<b>5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>49</b>
<b>6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ...</b>	<b>50</b>
<b>7 ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>50</b>
<b>8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО–ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>51</b>
<b>9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>51</b>
9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ.....	52
9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы, РГР.....	82
<b>10 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....</b>	<b>83</b>
<b>11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....</b>	<b>83</b>
<b>Приложение 1.</b> Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	84
<b>Приложение 2.</b> Аннотация рабочей программы дисциплины.....	92
<b>Приложение 3.</b> Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе.....	93
<b>Приложение 4.</b> Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости по дисциплине.....	94

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

## Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к экспериментально-исследовательскому виду профессиональной деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

## Цель дисциплины

Целью дисциплины является:

- получение знаний о принципах и методах создания и расчета элементов конструкций;
- содействие фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного мышления обучающихся;
- формирование личности, способной грамотно решать разнообразные профессиональные задачи

## Задачи дисциплины

Задачами дисциплины являются:

- дать обучающимся фундаментальные знания о напряженно-деформированном состоянии стержней и стержневых систем под действием различных нагрузок;
- дать необходимые представления о работе конструкций, расчетных схемах, задачах расчета стержневых систем на прочность, жесткость и устойчивость.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2	способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующих физико-математический аппарат	<p><b>знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– конкретное физическое содержание в прикладных задачах профессиональной деятельности;</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выявлять естественнонаучную сущность проблем механики, возникающих в ходе профессиональной деятельности;</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– физико-математическим аппаратом для решения задач механики.</li> </ul>
ПК-13	знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности	<p><b>знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– состояние научно-технической проблемы путем подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований;</li> <li>– основы выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований, на основе изучения научно-технической информации, анализа отечественного и зарубежного опыта;</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать основные способы анализа состояния научно-технической проблемы путем подбора, изучения и критического подхода при анализе литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований;</li> <li>– использовать научно-техническую информацию, анализ отечественного и зарубежного опыта для выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований;</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p>

		<p>–навыками и приемами подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований;</p> <p>- навыками и приемами использования научно-технической информации, анализа отечественного и зарубежного опыта для выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований.</p>
--	--	--

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.12.02 Техническая механика относится к базовой части. Дисциплина Техническая механика базируется на знаниях, полученных при изучении таких учебных дисциплин, как:

- Математика;
- Теоретическая механика.

Основываясь на изучении перечисленных дисциплин, Техническая механика представляет основу для изучения дисциплин:

- Сопротивление материалов;
- Строительная механика;
- Металлические конструкции включая сварку;
- Железобетонные и каменные конструкции;
- Конструкции из дерева и пластмасс.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

## 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	Курс	Семестр	Трудоемкость дисциплины в часах						Контрольная работа, РГР	Форма промежуточной аттестации
			Всего часов	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Очная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Заочная	2,3	-	216	20	8	-	12	183	2кр, ЗРГР, ЗРГР	зачет, экзамен
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

### 3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	Трудо- емкость (час.)	в т.ч. в интерак- тивной, актив- ной, инновацион- ной формах, (час.)	Распреде- ние по кур- сам, час	
			2	3
<b>I. Контактная работа обучающихся с препода- вателем (всего)</b>	20	8	10	10
Лекции (Лк)	8	4	4	4
Практические занятия (ПЗ)	12	4	6	6
Расчетно-графическая работа	+	-	-	+
Контрольная работа	+	-	+	-
Групповые (индивидуальные) консультации	+	-	+	+
<b>II. Самостоятельная работа обучающихся (СР)</b>	183	-	166	17
Подготовка к практическим занятиям	53	-	50	3
Подготовка к экзамену в течение семестра	4	-	-	4
Подготовка к зачету	50	-	50	-
Выполнение расчетно-графической работы	10	-	-	10
Выполнение контрольной работы	66	-	66	-
<b>III. Форма промежуточной аттестации экзамен зачет</b>	9	-	-	9
	+	-	+	-
Общая трудоемкость дисциплины час.	216	-	180	36
зач. ед.	6	-	5	1

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для заочной формы обучения:

№ раз- дела и те- мы	Наименование раздела и тема дисциплины	Общая тру- доем- кость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и тру- доемкость; (час.)		
			учебные занятия		самостоя- тельная работа обучаю- щихся*
			лекции	практи- ческие занятия	
1	2	3	4	5	6
<b>1.</b>	<b>Основные понятия. Задачи и методы техниче- ской механики</b>	<b>10,5</b>	<b>0,5</b>	<b>-</b>	<b>10</b>
1.1.	Задачи технической механики и ее место среди дру- гих дисциплин	5,25	0,25	-	5
1.2.	Основные принципы и гипотезы. Метод сечений	5,25	0,25	-	5
<b>2.</b>	<b>Геометрические характеристики поперечных сечений стержней</b>	<b>15,5</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>14</b>
2.1.	Статические моменты и моменты инерции сечений	7,75	0,25	0,5	7
2.2.	Главные оси и главные моменты инерции	7,75	0,25	0,5	7
<b>3.</b>	<b>Центральное растяжение и сжатие</b>	<b>21,75</b>	<b>0,75</b>	<b>1</b>	<b>20</b>
3.1.	Продольные силы, напряжения и перемещения. За- кон Гука	7,25	0,25	-	7
3.2.	Механические свойства материалов	6,25	0,25	-	6
3.3.	Расчеты на прочность при растяжении и сжатии	8,25	0,25	1	7
<b>4.</b>	<b>Двухосное напряженное состояние</b>	<b>21,75</b>	<b>0,75</b>	<b>-</b>	<b>21</b>
4.1.	Напряжения при двухосном напряженном состоя-	7,25	0,25	-	7

	нии				
4.2.	Главные площадки и главные напряжения	7,25	0,25	-	7
4.3.	Основы теории прочности	7,25	0,25	-	7
<b>5.</b>	<b>Изгиб</b>	<b>32</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>28</b>
5.1.	Внутренние усилия в балках и рамах при изгибе	7,75	0,25	0,5	7
5.2.	Изгибающий момент, продольная и поперечная силы. Построение эпюр внутренних усилий	8,25	0,25	1	7
5.3.	Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Главные напряжения	7,75	0,25	0,5	7
5.4.	Расчет балок на прочность	8,25	0,25	1	7
<b>6.</b>	<b>Сложное сопротивление</b>	<b>14,5</b>	<b>0,5</b>	<b>-</b>	<b>14</b>
6.1.	Основные виды сложного сопротивления	7,25	0,25	-	7
6.2.	Расчеты на прочность	7,25	0,25	-	7
<b>7.</b>	<b>Устойчивость сжатых стержней</b>	<b>13,5</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>12</b>
7.1.	Понятие об устойчивости. Критическая сила. Формула Эйлера	6,25	0,25	-	6
7.2.	Расчет сжатых стержней на устойчивость	7,25	0,25	1	6
<b>8.</b>	<b>Системы статически определимые и неопределимые</b>	<b>30,75</b>	<b>1,75</b>	<b>3</b>	<b>26</b>
8.1.	Стержневые системы. Понятие о статически определимых и неопределимых системах. Степень статической неопределимости	5,25	0,25	-	5
8.2.	Основы расчета многопролетных статически определимых балок	8,5	0,5	1	7
8.3.	Плоские статически определимые рамы	8,5	0,5	1	7
8.4.	Расчет плоских ферм	8,5	0,5	1	7
<b>9.</b>	<b>Определение перемещений в статически определимых стержневых системах</b>	<b>14,5</b>	<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>13</b>
9.1.	Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки	7,25	0,25	-	7
9.2.	Методы определения перемещений в стержневых системах	7,25	0,25	1	6
<b>10.</b>	<b>Расчет статически неопределимых стержневых систем с помощью метода сил</b>	<b>15,75</b>	<b>0,75</b>	<b>2</b>	<b>13</b>
10.1.	Определение степени статической неопределимости стержневых систем. Методы расчета статически неопределимых систем	7,25	0,25	1	6
10.2.	Алгоритм расчета статически неопределимых систем по методу сил	8,5	0,5	1	7
<b>11.</b>	<b>Динамические и периодические нагрузки</b>	<b>12,5</b>	<b>0,5</b>	<b>-</b>	<b>12</b>
11.1.	Динамические задачи. Основные определения. Виды динамических нагрузок. Число степеней свободы	6,25	0,25	-	6
11.2.	Колебания системы с одной степенью свободы. Коэффициент динамичности	6,25	0,25	-	6
	<b>ИТОГО</b>	<b>203</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>183</b>

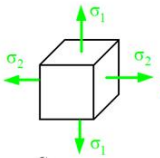
#### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

<i>Номер, наименование раздела и темы дисциплины</i>	<i>Содержание лекционных занятий</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	2	3
<b>1. Основные понятия. Задачи и методы технической механики</b>		
1.1. Задачи технической механики и ее место среди других дисциплин	Рассматривается вклад знаменитых ученых (Гука, Бернулли, Сен-Венана, Ламэ, Шуравского, Головина, Ржаницына и др.) в развитие науки «техническая механика». Дается определение технической механики, прочности, жесткости, устойчивости. Рассматривается место технической механики среди других дисциплин.	–
1.2. Основные принципы и гипотезы. Метод сечений	Рассматриваются основные принципы и гипотезы: гипотезы о сплошности материала, об однородности, об изотропности, о малости деформаций, об идеальной упругости, о линейной зависимости между деформациями и механическими напряжениями; специфические гипотезы: гипотеза о форме тела, Гипотеза плоских сечений, принцип Сен-Венана. Рассматриваются этапы метода сечений для определения внутренних усилий: разрезается стержень, отбрасывается одна из частей стержня и рассматривается оставленная часть, заменяется действие отброшенной части внутренними силами, вычисление продольной и поперечной сил, крутящего и изгибающего моментов.	–
<b>2. Геометрические характеристики поперечных сечений стержней</b>		
2.1. Статические моменты и моменты инерции сечений	<p>Рассматривается некоторое поперечное сечение стержня и для него выводятся формулы для определения статического момента сечения:</p> $S_x = \int_F y dF$ $S_y = \int_F x dF$ <p>и момента инерции сечения:</p> $J_y = \int_F x^2 dF \quad J_x = \int_F y^2 dF \quad J_{xy} = \int_F xy dF$ <p>Дается определение центра тяжести сечения.</p>	–
2.2. Главные оси и главные моменты инерции	<p>Дается определение главных осей и главных моментов инерции. Осуществляется вывод формул для определения главных моментов инерции:</p> $J_{\max/\min} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_y - J_x}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}$	–
<b>3. Центральное растяжение и сжатие</b>		

<p>3.1. Продольные силы, напряжения и перемещения. Закон Гука</p>	<p>Дается определение продольной силы и формула для ее определения:</p> $N = \int_F \sigma dF;$ <p>где <math>\sigma</math> - нормальное напряжение в произвольной точке поперечного сечения, принадлежащей элементарной площадке <math>dF</math>; <math>F</math>- площадь поперечного сечения бруса. Значение продольной силы определяется методом сечений. Подтверждается гипотезу плоских сечений (гипотеза Бернулли).</p> <p>Определяются нормальные напряжения:</p> $\sigma = \frac{N}{F}.$ <p>Построение эпюры нормальных напряжений.</p> <p>Напряжения и деформации при растяжении и сжатии связаны между собой линейной зависимостью, которая называется законом Гука.</p> <p>Сформулировать закон Гука можно так: нормальное напряжение прямо пропорционально относительному удлинению или укорочению.</p> <p>Математически эта зависимость записывается так:</p> $\sigma = E \varepsilon.$ <p>Здесь <math>E</math> – коэффициент пропорциональности, который характеризует жесткость материала бруса, т. е. его способность сопротивляться деформации; его называют модулем продольной упругости, или модулем упругости первого рода. Модуль упругости, как и напряжение, выражаются в паскалях (Па).</p> <p>Значения <math>E</math> для различных материалов устанавливаются экспериментально-опытным путем, и их величину можно найти в соответствующих справочниках. Так, для стали <math>E = (1,96...2,16) \times 10^5</math> МПа, для меди <math>E = (1,00...1,30) \times 10^5</math> МПа и т. д.</p> <p>Следует оговориться, что закон Гука справедлив лишь в определенных пределах нагружения. Если в формулу закона Гука подставить полученные ранее значения относительного удлинения и напряжения: <math>\varepsilon = \Delta l / l</math>, <math>\sigma = N / A</math>, то можно получить следующую зависимость:</p> $\Delta l = N l / (E A).$ <p>Произведение модуля упругости на площадь сечения <math>E \times A</math>, стоящее в знаменателе, называют жесткостью сечения при растяжении и сжатии; оно характеризует одновременно и физико-механические свойства материала бруса и геометрические размеры поперечного сечения этого бруса.</p> <p>Приведенную выше формулу можно читать так: абсолютное удлинение или укорочение бруса прямо пропорционально продольной силе и длине бруса, и обратно пропорционально жесткости сечения бруса.</p> <p>Выражение <math>E A / l</math> называют жесткостью бруса при растяжении и сжатии.</p>	<p>Лекция с текущим контролем (0,5 часа)</p>
---	--	--



	<p>Приведенные выше формулы закона Гука справедливы лишь для брусьев и их участков, имеющих постоянное поперечное сечение, изготовленных из одного материала и при постоянной силе. Для бруса, имеющего несколько участков, отличающихся материалом, размерами сечения, продольной силой, изменение длины всего бруса определяется, как алгебраическая сумма удлинений или укорочений отдельных участков:</p> $\Delta l = \Sigma (\Delta l_i)$	
<p>3.2. Механические свойства материалов</p>	<p>Рассматриваются статические испытания для определения механических свойств материала при: растяжении, сжатии, изгибе, кручении; динамические испытания; циклические испытания: испытания на усталость. Рассматривается твердость как простейшее механическое свойство и способы ее определения (по Виккерсу, Роквеллу и Бринеллю). Рассматриваются механические свойства металлов при растяжении по ГОСТ 1497-84 «Методы испытаний на растяжение» для определения пределов пропорциональности, упругости, текучести, временного сопротивления разрыву, относительного удлинения и относительного сужения, модуля упругости. Рассматриваются механические свойства металлов при сжатии по ГОСТ 25.503-97 для определения предела пропорциональности, предела упругости, физического предела текучести, условного предела текучести, предела прочности. Строятся соответствующие диаграммы. Приводятся испытания на изгиб по ГОСТ 14019-80 по двум схемам: сосредоточенной нагрузкой, приложенной в середине пролета, и при чистом изгибе (определение предела пропорциональности, предела упругости, предела текучести с точным замером величины деформации) и динамические испытания - испытания на ударный изгиб (определение ударной вязкости).</p>	<p>–</p>
<p>3.3. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии</p>	<p>В результате проведения механических испытаний устанавливаются предельные напряжения, при которых происходит нарушение работы или разрушение деталей конструкции. Предельным напряжением при статической нагрузке для пластичных материалов является предел текучести, для хрупких - предел прочности.</p> <p>Для обеспечения прочности деталей необходимо, чтобы возникающие в них в процессе эксплуатации наибольшие напряжения были меньше предельных.</p> <p>Отношение предельного напряжения к напряжению, возникающему в процессе работы детали, называют коэффициентом запаса прочности и обозначают буквой <math>s</math>:</p> $s = \sigma_{\text{пред}} / \sigma,$ <p>где <math>\sigma = N / A</math> – реальное напряжение, возникающее в элементе конструкции.</p> <p>Недостаточный коэффициент запаса прочности может привести к потере работоспособности конструкции, а избыточный (слишком высокий) - к перерасходу материала и утяжелению конструкции. Минимально необходимый коэффициент запаса прочности называют допускаемым, и обозначают <math>[s]</math>. Отношение предельного напряжения к допускаемому запасу прочности называют допускаемым напряжением, и обозначают <math>[\sigma]</math>:</p>	<p>Лекция с текущим контролем (0,5 часа)</p>

	<p style="text-align: center;"><math>[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [s]</math>.</p> <p>Условие прочности в деталях и конструкциях заключается в том, что наибольшее возникающее в ней напряжение (рабочее напряжение) не должно превышать допускаемого:</p> <p style="text-align: center;"><math>\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma]</math>, или в другом виде: <math>s \geq [s]</math>.</p> <p>Если допускаемые напряжения при растяжении и сжатии различны, их обозначают <math>[\sigma_p]</math> и <math>[\sigma_c]</math>.          Расчетная формула при растяжении и сжатии имеет вид:</p> <p style="text-align: center;"><math>\sigma = N / A \leq [\sigma]</math></p> <p>и читается следующим образом: нормальное напряжение в опасном сечении, вычисленное по формуле <math>\sigma = N / A</math>, не должно превышать допустимое.</p> <p>На практике расчеты на прочность проводят для решения задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- проектный расчет, при котором определяются минимальные размеры опасного сечения;</li> <li>- проверочный расчет, при котором определяется рабочее напряжение и сравнивается с предельно допустимым;</li> <li>- определение допускаемой нагрузки при заданных размерах опасного сечения.</li> </ul>	
<p><b>4. Двухосное напряженное состояние</b></p>		
<p>4.1. Напряжения при двухосном напряженном состоянии</p>	<p><b>Плоское (двухосное)</b> - если два главных напряжения отличны от нуля, а одно равно нулю (<math>\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 = 0</math>);</p> <p><u>Напряжения на наклонных площадках при плоском напряженном состоянии</u></p> <p>Плоским или двухосным называется напряженное состояние, при котором одно из трех главных напряжений равно нулю (рис.1).</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Рисунок1</p> <p>Плоское (двухосное) напряженное состояние встречается при кручении, изгибе и сложном сопротивлении и является одним из наиболее распространенных видов напряженного состояния.</p> <p>Определим напряжения на наклонных площадках при плоском напряженном состоянии. Рассмотрим элементарный параллелепипед, грани которого являются главными площадками (рис.2). По ним действуют положительные напряжения <math>\sigma_1</math> и <math>\sigma_2</math>, а третье главное напряжение <math>\sigma_3 = 0</math>.</p> <p>Проведем сечение, нормаль к которому повернута на угол <math>\alpha</math> от большего из двух главных напряжений (<math>\sigma_1</math>) против часовой стрелки (положительное направление <math>\alpha</math>). Напряжения <math>\sigma_\alpha</math> и <math>\tau_\alpha</math> на этой площадке будут вызываться как действием <math>\sigma_1</math>. так и действием <math>\sigma_2</math>.</p> <p>Запишем <i>правила знаков</i>. Будем считать положительными следующие направления напряжений и углов: нормальные</p>	—

напряжения  $\sigma$  — растягивающие; касательные напряжения  $\tau$  — вращающие элемент по часовой стрелке; угол  $\alpha$  — против часовой стрелки от наибольшего из главных напряжений ( $\alpha < 45^\circ$ ).

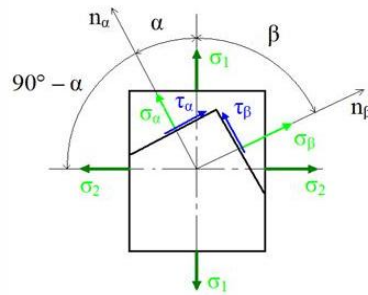


Рисунок 2

Плоское напряженное состояние может быть представлено как наложение (суперпозиция) двух взаимноперпендикулярных (ортогональных) одноосных напряженных состояний (рис.3). При этом:

$$\sigma_\alpha = \sigma_\alpha' + \sigma_\alpha'',$$

$$\tau_\alpha = \tau_\alpha' + \tau_\alpha'',$$

где  $\sigma_\alpha'$ ,  $\tau_\alpha'$  — напряжения, вызванные действием  $\sigma_1$ ;

$\sigma_\alpha''$ ,  $\tau_\alpha''$  — напряжения, вызванные действием  $\sigma_2$ .

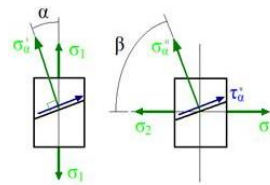


Рисунок 3

#### 4.2. Главные площадки и главные напряжения

**Главные площадки** — это площадки, проходящие через исследуемую точку, на которых касательные напряжения отсутствуют.

**Главные напряжения** — это возникающие на главных площадках нормальные напряжения.

В общем случае нагружения (при объемном напряженном состоянии) среди множества площадок, проходящих через некоторую точку тела, всегда можно найти три взаимно перпендикулярные **главные площадки**. В окрестности любой точки деформированного твердого тела всегда можно выделить элементарный параллелепипед, ориентированный в пространстве таким образом, что по его граням будут возникать только нормальные (главные) напряжения (см. рис. 6.2).

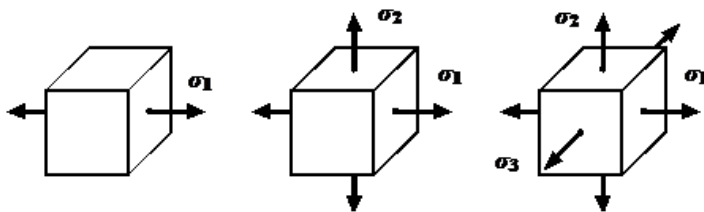


Рис. 6.2. Виды напряженного состояния в точке тела

Главные напряжения обозначаются  $\sigma_1$ ;  $\sigma_2$ ;  $\sigma_3$ . Индексы расставляются после вычисления главных напряжений. Должно выполняться неравенство:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

$\sigma_1$  – наибольшее, а  $\sigma_3$  – наименьшее нормальное напряжение в исследуемой точке тела.

В частном случае нагружения может получиться так, что все три **главных напряжения** в исследуемой точке тела равны между собой. Тогда любая площадка, проведенная через эту точку, является **главной площадкой**.

По значениям главных напряжений дается оценка **прочности** материала в исследуемой точке деформированного твердого тела.

При **плоском напряженном состоянии** на грани элементарного параллелепипеда с нормалью  $x$  полностью отсутствует не только касательное, но и нормальное напряжение. Площадка тоже является **главной площадкой**, главное напряжение на которой равно нулю.

Пусть мы нашли для случая плоского напряженного состояния, что экстремальные напряжения в исследуемой точке тела равны  $\sigma_{\max} = 200$  МПа, а  $\sigma_{\min} = 50$  МПа. Индексы **главных напряжений**:

$$\sigma_1 = 200 \text{ МПа}, \sigma_2 = 50 \text{ МПа}, \sigma_3 = 0 \text{ МПа}.$$

Если получилось  $\sigma_{\max} = -100$  МПа, а  $\sigma_{\min} = -250$  МПа, то тогда  $\sigma_1 = 0$  МПа,  $\sigma_2 = -100$  МПа,  $\sigma_3 = -250$  МПа.

#### 4.3. Основы теории прочности

Теории прочности, в сопротивлении материалов, стремятся установить критерий прочности для материала, находящегося в сложном напряженном состоянии (объемном или плоском). При этом исследуемое напряженное состояние рассчитываемой детали сравнивается с линейным напряженным состоянием - растяжением или сжатием.

За предельное состояние пластичных материалов принимается такое состояние, при котором начинают появляться заметные остаточные (пластические) деформации.

Для материалов хрупких, или находящихся в хрупком состоянии, предельным состоянием считается такое, при котором материал находится на границе появления первых трещин, т.е. на границе нарушения целостности материала.

Условие прочности при объемном напряженном состоянии следующее:

$$\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma]$$

$$\text{или } n = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma_{\text{экв}}} \geq [n],$$

где  $\sigma_{\text{экв}}$  - эквивалентное (или расчетное) напряжение;

$\sigma_{\text{пред}}$  - предельное напряжение для данного материала при линейном напряженном состоянии;

$[\sigma]$  - допускаемое напряжение в том же случае;

$n$  - фактический коэффициент запаса прочности,

$[n]$  - требуемый (заданный) коэффициент запаса.

Коэффициентом запаса ( $n$ ) при данном напряженном состоянии называется число, показывающее, во сколько раз следует одновременно увеличить все компоненты напряженного состояния, чтобы оно стало предельным.

Эквивалентное напряжение  $\sigma_{\text{экв}}$  представляет собою растягивающее напряжение при линейном (одноосном) напряжен-

—

ном состоянии, равноопасном с заданным объемным или плоским напряженным состоянием.

Формулы для эквивалентного напряжения, выражающие его через главные напряжения, устанавливаются теориями прочности в зависимости от принятой каждой теорией гипотезы прочности.

Теорий прочности или гипотез предельных напряженных состояний существует несколько:

Первая теория, или теория наибольших нормальных напряжений и вторая теория, или теория наибольших линейных деформаций, в настоящее время не применяются в практических расчетах. Третья теория, или теория наибольших касательных напряжений. В основу теории положена гипотеза о том, что два напряженных состояния - сложное и линейное - эквивалентны по прочности, если наибольшие касательные напряжения одинаковы.

Эквивалентные напряжения при объемном напряженном состоянии:

$$\sigma_{\text{э}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3;$$

при плоском напряженном состоянии:

$$\sigma_{\text{э}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Третья теория прочности дает удовлетворительные результаты для пластичных материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию при условии, что главные напряжения имеют разные знаки.

Основным недостатком этой теории является то, что она не учитывает  $\sigma_3$ , которая как показывают опыты, оказывает некоторое влияние на прочность материала.

Четвертая теория прочности - энергетическая. Она исходит из предпосылки о том, что количество потенциальной энергии формоизменения, накопленной к моменту наступления опасного состояния (текучести материала), одинаково как при сложном напряженном состоянии, так и при простом растяжении. Эквивалентное напряжение при объемном напряженном состоянии

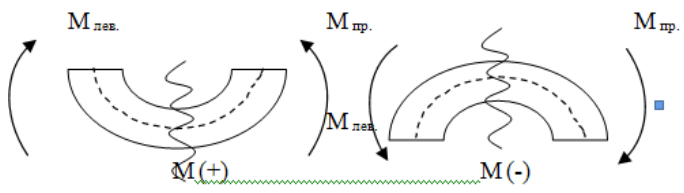
$$\sigma_{\text{э}}^{\text{IV}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2};$$

при плоском напряженном состоянии

$$\sigma_{\text{э}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Четвертая теория прочности хорошо подтверждается опытами с пластичными материалами, имеющими одинаковый предел текучести при растяжении и сжатии.

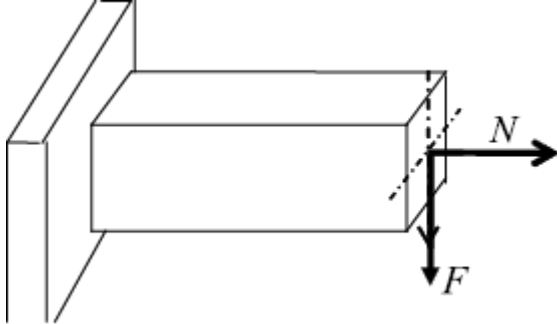
Теория предельных состояний (теория Мора) исходит из предположения, что прочность в общем случае напряженного состояния зависит главным-образом от величины ж знака наибольшего  $\sigma_1$  и наименьшего  $\sigma_3$  главных напряжений. Среднее по величине главное напряжение  $\sigma_2$  лишь незначительно влияет на прочность. Опыты показали, что погрешность, вызванная пренебрежением  $\sigma_2$  в худшем случае не превышает 12-15 %, а обычно бывает меньше.

	<p>Для объемного напряженного состояния:</p> $\sigma_3^V = \sigma_1 - V\sigma_3$ <p>где <math>V = \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]}</math> - для пластичного и хрупкого материала.</p> <p>Для плоского напряженного состояния</p> $\sigma_3^V = \frac{1-V}{2}\sigma + \frac{1+V}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$ <p>Теория прочности Мора подтверждается опытами как для пластичных, так и для хрупких материалов. Условием прочности для каждой теории прочности будет</p> $\sigma_{\text{ЭКВ}} \leq [\sigma]$	
<p><b>5. Изгиб</b></p> <p>5.1. Внутренние усилия в балках и рамах при изгибе</p>	<p>Изгибаемые элементы - это балки, плиты. Для этих элементов строятся эпюры моментов (<math>_{\text{эп.}}M</math>) и поперечных сил (<math>_{\text{эп.}}Q</math>). Используется также метод сечений.</p> <p><b>Правило знаков при построении эпюр:</b></p> <p>Если момент всех сил, расположенных слева или справа от сечения растягивает нижние волокна, то он считается положительным, если верхние, то отрицательным.</p> <p>На <math>_{\text{эп.}}M</math> положительный момент откладывается вниз, отрицательные вверх. Знаки на <math>_{\text{эп.}}M</math> не пишутся. Эпюра <math>M</math> строится всегда со стороны растянутых волокон, как принято у строителей.</p>  <p>Рис. 1. Правило знаков для построения эпюры <math>M</math>: <math>M_{\text{лев.}}</math>, <math>M_{\text{пр.}}</math> - момент левых и правых сил соответственно.</p>	<p>Лекция с текущим контролем (0,5 часа)</p>
<p>5.2. Изгибающий момент, продольная и поперечная силы. Построение эпюр внутренних усилий</p>	<p>Изгибающий момент (<math>M</math>) – это сумма моментов, создаваемых силами, расположенными слева (или справа) относительно рассматриваемой точки (момент создается относительно оси <math>z</math>).</p> <p>Поперечная сила (<math>Q</math>) – это сумма проекций всех сосредоточенных сил, расположенных слева (или справа) относительно рассматриваемой точки, на ось <math>y</math>.</p> <p>Продольная сила (<math>N</math>) – это сумма проекций всех сосредоточенных сил, расположенных слева (или справа) относительно рассматриваемой точки, на ось <math>x</math>.</p> <p>При построении эпюр для <math>Q</math> и <math>N</math> ординаты со знаком "+" откладываются вверх от нейтральной оси эпюры, а отрицательные – вниз. Эпюра <math>M</math> всегда изображается на стороне растянутого волокна балки, т.е. значения со знаком "+" откладываются вниз от нейтральной оси эпюры, а отрицательные – вверх.</p> <p>Между эпюрами изгибающего момента (<math>M</math>) и поперечной силы (<math>Q</math>) существует прямая зависимость – поперечная сила равна первой производной от изгибающего мо-</p>	<p>Лекция с текущим контролем (0,5 часа)</p>

	<p>мента по абсциссе сечения балки (теорема Журавского).</p> $Q=dM/dx$ <p>Рассматривается пример балки, для которой, в первую очередь, определяются опорные реакции с помощью трех уравнений статики. Для построения эпюр внутренних усилий рассчитываются их значения на границах силовых участков. Для этого используется метод сечений. Далее строятся эпюры поперечных сил и изгибающих моментов по правилам знаков и производится их проверка.</p>	
<p>5.3. Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Главные напряжения</p>	<p>В поперечных сечениях балки при чистом изгибе возникают только нормальные напряжения растяжения и сжатия. Вопрос о распределении этих напряжений по поперечному сечению решается путем рассмотрения деформаций волокон балки. Нормальные напряжения при изгибе распределены по высоте сечения неравномерно: максимальные напряжения возникают в волокнах, наиболее удаленных от нейтральной оси. По ширине сечения нормальные напряжения не меняются. Далее выводится формула, связывающая нормальные напряжения с изгибающим моментом. Для этого применим метод сечений и рассмотрим равновесие части балки. Максимальное значение нормальные напряжения будут иметь у волокон, наиболее удаленных от нейтральной оси:</p> $\sigma_{max} = M_i u_{max} / I = M_i / I / u_{max} = M_i / W,$ <p>где <math>W = I / u_{max}</math> – момент сопротивления изгибу (или осевой момент сопротивления).</p> <p>Момент сопротивления изгибу есть отношение осевого момента инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси к расстоянию от этой оси до наиболее удаленного волокна.</p> <p>Единица момента сопротивления сечения изгибу <math>[W] = м^3</math>.</p> <p>Итак, наибольшие нормальные напряжения при чистом изгибе вычисляются по формуле</p> $\sigma_{max} = M_i / W.$ <p>При поперечном изгибе, вызванном приложением к балке поперечной силы, в сечениях балки должны возникнуть касательные напряжения.</p> <p>Определением зависимости между внешними нагрузками, геометрическими и физическими параметрами балок и касательными напряжениями, возникающими в них, занимался русский мостостроитель Д. И. Журавский, который в 1855 году предложил следующую формулу:</p> $\tau = QS / (I d).$ <p>Эта формула называется формулой Журавского и читается так: касательные напряжения в поперечном сечении балки равны произведению поперечной силы <math>Q</math> на статический момент <math>S</math> относительно центральной оси части сечения, лежащей выше рассматриваемого слоя волокон, деленному на момент инерции <math>I</math> всего сечения относительно нейтральной оси и на ширину <math>b</math> рассматриваемого слоя волокон.</p> <p>Большинство балок в конструкциях рассчитывается только по нормальным напряжениям, и только три вида балок проверяют по касательным напряжениям:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- деревянные балки, т. к. древесина плохо работает на скалывание;</li> <li>- узкие балки (например, двутавровые), поскольку максимальные касательные напряжения обратно пропорциональны ширине нейтрального слоя;</li> <li>- короткие балки, так как при относительно небольшом изги-</li> </ul>	<p>Лекция с текущим контролем (0,5 часа)</p>

	<p>бающем моменте и нормальных напряжениях у таких балок могут возникать значительные поперечные силы и касательные напряжения. Максимальное касательное напряжение в двутавровой балке определяется по формуле Журавского, при этом геометрические характеристики таких балок берутся из справочных таблиц.</p> <p>Площадки, проходящие через исследуемую точку, на которых касательные напряжения отсутствуют, называются главными площадками, а возникающие на этих площадках нормальные напряжения – главными напряжениями.</p> <p>В общем случае нагружения (при объемном НС) среди бесчисленного множества площадок, проходящих через некоторую точку тела, всегда можно найти три взаимно перпендикулярные главные площадки. Следовательно, в окрестности любой точки деформированного твердого тела всегда можно выделить элементарный параллелепипед, ориентированный в пространстве таким образом, что по его граням будут возникать только нормальные (главные) напряжения.</p> <p>Главные напряжения обозначаются через <math>\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3</math>. Индексы расставляются лишь после того, как эти напряжения вычислены, при этом должно выполняться следующее неравенство:</p> $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3.$ <p>Таким образом, <math>\sigma_1</math> – наибольшее (по алгебраической величине), а <math>\sigma_3</math> – наименьшее нормальное напряжение, возникающее в исследуемой точке тела.</p> <p>В частном случае нагружения может получиться так, что все три главных напряжения в исследуемой точке тела равны между собой. Тогда любая площадка, проведенная через эту точку, является главной.</p> <p>Именно по значениям главных напряжений дается оценка прочности материала в исследуемой точке деформированного твердого тела.</p>	
<p>5.4. Расчет балок на прочность</p>	<p>Условие прочности по нормальным напряжениям</p> $\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma],$ <p>где <math>\sigma_{max}</math> – наибольшее по модулю напряжение в поперечном сечении; <math>M_x</math> – изгибающий момент; <math>W_x = \frac{I_x}{ y_{max} }</math> – осевой момент сопротивления; <math>[\sigma]</math> – допускаемые нормальные напряжения.</p> <p>Условие прочности по касательным напряжениям</p> $\tau_{max} = \frac{Q_y s_x^{омс}}{bI_x} \leq [\tau],$	<p>Лекция с текущим контролем (0,5 часа)</p>



	<p>где <math>\tau_{max}</math> – наибольшее по модулю напряжение в поперечном сечении; <math>[\tau]</math> – допускаемые касательные напряжения.</p> <p>Если для материала балки заданы различные допускаемые нормальные напряжения при растяжении и сжатии, то условия прочности применяют отдельно к наиболее растянутым и к наиболее сжатым волокнам балки.</p>	
<p><b>6. Сложное сопротивление</b></p>		
<p>6.1. Основные виды сложного сопротивления</p>	<p>Сложное сопротивление – такие виды нагружения бруса, при которых в поперечных сечениях возникают одновременно не менее двух внутренних силовых факторов.</p> <p>Случаи сложного сопротивления условно разделяют на два вида. Первый вид составляют случаи сложного сопротивления, при которых в опасных точках бруса напряженное состояние является одноосным. В эту группу объединяют: изгиб с растяжением, кривой изгиб, внецентренное растяжение-сжатие и др.</p>  <p>Рис. 1 - Изгиб с растяжением</p> <p>Условие прочности при изгибе с растяжением, пренебрегая действием поперечных сил, имеет вид:</p> $\sigma_{max} = \frac{M_x}{I_x} y_{max} + \frac{N}{A} \leq [\sigma_p].$ <p>Ко второй группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда напряженное состояние является плоским. Например, изгиб с кручением, растяжение(сжатие) с кручением и т.д. Для случая нагружения, относящегося к первой группе, в отличие от второй группы, нет необходимости в применении гипотез прочности.</p> <p><b>Кривой изгиб</b> проявляется, если прикладываем к балке вертикальную нагрузку, и она при этом изгибается не только в вертикальной плоскости, но и вбок. Кривой изгиб – это изгиб, при котором изогнутая ось стержня не лежит в силовой плоскости. Кривой изгиб невозможен для балок с сечениями, у которых все центральные оси являются главными (например, квадрат, круг).</p> <p>Рассмотрим консольную балку прямоугольного сечения длиной <math>l</math>, нагруженную вертикальной силой <math>P</math>. Главная центральная ось балки (ось симметрии) у составляет некоторый малый угол <math>\alpha</math> с направлением действия нагрузки.</p>	<p>–</p>

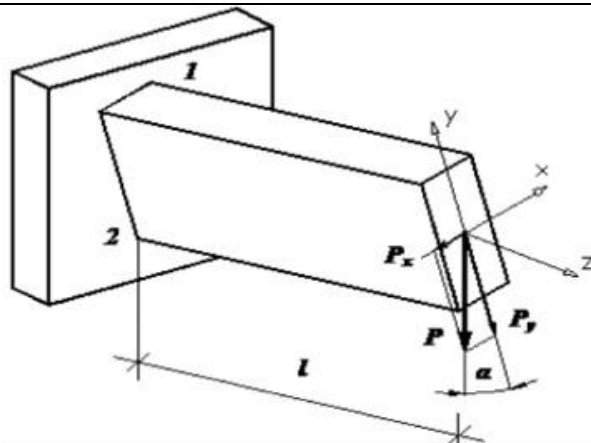


Рис.2 - Косой изгиб

Разложим силу  $P$  на составляющие:  $P_y = P \cos \alpha$ ,  $P_x = P \sin \alpha$ . Используя принцип независимости действия сил  $P_y$ , рассмотрим отдельно действие каждой составляющей. Нагрузки  $P_y$  и  $P_x$  вызывают в поперечном сечении, расположенном на некотором расстоянии  $z$  от правого конца балки, изгибающие моменты:

$$M_x(z) = P_y z = P_z \cos \alpha;$$

$$M_y(z) = P_x z = P_z \sin \alpha.$$

Оба изгибающих момента будут наибольшими в жесткой заделке:

$$M_{x \max} = P_y l; M_{y \max} = P_x l.$$

Формула суммарных нормальных напряжений при косом изгибе в произвольном поперечном сечении балки для некоторой точки с координатами  $x$  и  $y$ :

$$\sigma_z = \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y},$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}; I_y = \frac{b^3h}{12}$$

где  $I_x$  и  $I_y$  – главные моменты инерции;

$h$  – высота,  $b$  – ширина прямоугольного поперечного сечения балки.

Величины изгибающих моментов и координат данной точки подставляются в формулу нормальных напряжений при косом изгибе, знак каждого из слагаемых определяется по физическому смыслу.

Наибольшие нормальные напряжения при косом изгибе возникнут в поперечном сечении, расположенном в жесткой заделке, в наиболее удаленных от соответствующих нейтральных осей точках 1 и 2:  $y = h/2$ ,  $x = b/2$ . В точке 1 напряжения будут растягивающими:

$$\sigma_z^{(1)} = + \frac{M_{x \max}}{W_x} + \frac{M_{y \max}}{W_y},$$

а в точке 2 – такими же по величине, но сжимающими.

В формулах максимальных нормальных напряжений

$$W_x = \frac{bh^2}{6}; W_y = \frac{b^2h}{6}$$

при косом изгибе  $W_x$  и  $W_y$  – осевые момен-

	<p>ты сопротивления балки относительно главных центральных осей инерции.</p> <p>Нейтральная линия – это геометрическое место точек поперечного сечения стержня, в которых нормальные напряжения равны нулю.</p> <p>Из определения нейтральной линии легко находится положение нейтральной линии, приравнявая правую часть выражения</p> $\sigma_z = \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y}$ <p>к нулю:</p> $\frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y} = 0,$ $\frac{y}{x} = -\frac{M_y I_x}{M_x I_y} = -\frac{I_x \sin \alpha}{I_y \cos \alpha}.$ <p>При косом изгибе условие прочности имеет вид:</p> $\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max} + \frac{M_y}{I_y} x_{\max} \leq [\sigma_p].$ <p>Косой изгиб опасен тем, что при производственном браке (перекосе) могут существенно увеличиться нормальные напряжения в балке.</p>	
<p>6.2. Расчеты на прочность</p>	<p>Рассмотрим фрагмент стержня, испытывающего действие внешних нагрузок, при которых в поперечном сечении возникают пять внутренних силовых факторов, исключая крутящий момент. Влиянием поперечных сил будем пренебрегать. Тогда в поперечном сечении стержня останутся действовать только три внутренних силовых фактора (Рис.1). Каждый из приведенных внутренних силовых факторов является интегральной суммой нормальных напряжений, возникающих в продольных волокнах стержня. Напряженное состояние, которое при этом возникнет, будет линейным. Следовательно, для определения расчетного напряжения можно использовать принцип простого суммирования нормальных напряжений.</p> <p>Выберем произвольным образом точку К и вычислим в этой точке нормальные напряжения, пользуясь принципом суперпозиции:</p> $\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_z} + \sigma_{M_y}, \quad (1)$ <p>где: <math>\sigma_N = \frac{N}{A}</math>; <math>\sigma_{M_z} = \frac{M_z}{J_z} y</math>; <math>\sigma_{M_y} = \frac{M_y}{J_y} z</math>.</p> <p>Подставляя значения напряжений в формулу (1), получим:</p> $\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{J_z} y \pm \frac{M_y}{J_y} z. \quad (2)$	<p>–</p>

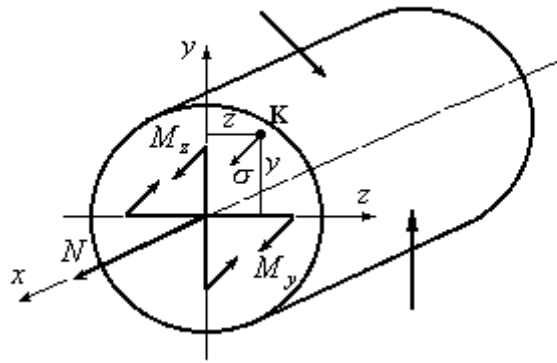


Рис.1

Знак перед каждым из слагаемых в формуле (2) выбираем такой, какой бы имело нормальное напряжение для каждого из соответствующих простых видов деформации, т.е. из физических соображений. В качестве примера покажем знаки, которые бы имело нормальное напряжение в каждой из четвертей координат для случая, приведенного на рис. 1 от каждого из простых видов деформации (Рис 2).

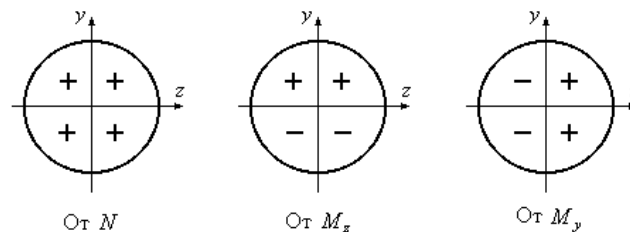


Рис.2

Таким образом, нормальные напряжения в точке К будут иметь такие знаки:

$$\sigma_K = +\frac{N}{A} + \frac{M_z}{J_z} y_K + \frac{M_y}{J_y} z_K.$$

При определении максимальных напряжений нужно знать координаты точек, в которых эти напряжения возникают. Из формулы (2) следует, что наибольшие нормальные напряжения возникают в наиболее удаленных точках сечения от так называемой нулевой линии сечения. Нулевой линией будем называть геометрическое место точек, нормальное напряжение в которых равно нулю. При плоском поперечном изгибе положение нулевой (нейтральной) линии известно – эта линия проходит через центр тяжести сечения. Так ли это в общем случае сложного сопротивления? Чтобы это выяснить, вычислим в любой из точек нулевой линии нормальные напряжения, воспользовавшись формулой (2). В качестве координат произвольной точки нулевой линии возьмем координаты. Напряжения в такой точке будут равны:

$$\sigma_0 = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{J_z} y_0 \pm \frac{M_y}{J_y} z_0 = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) представляет собой уравнение нулевой линии. Знаки перед каждым из слагаемых выбираются такими, как если бы его (знак) имело нормальное напряжение для точки поперечного сечения, принадлежащей первому квадранту. В нашем случае (Рис.1) уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{N}{A} + \frac{M_z}{J_z} y_0 + \frac{M_y}{J_y} z_0 = 0. \quad (4)$$

Анализируя уравнение (4), можно сделать вывод, что нулевая линия является прямой линией, так как координаты ее точек и входят в это уравнение в первой степени. Нулевая линия не проходит через центр тяжести сечения, так как при координатах центра тяжести  $y_0 = z_0 = 0$  уравнение не выполняется. В дальнейшем при изучении отдельных видов сложного сопротивления мы отметим и некоторые другие особенности поведения нулевой линии.

Составим теперь уравнение прочности для общего случая сложного сопротивления (для первой группы). Максимальные напряжения будут возникать в точках, наиболее удаленных от нулевой линии. Обозначим координаты одной из таких точек. Тогда условие прочности будет иметь вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{J_z} y_{\max} \pm \frac{M_y}{J_y} z_{\max} \right| \leq [\sigma]. \quad (5)$$

В частном случае, если поперечное сечение имеет вид прямоугольника, опасными точками будут угловые точки сечения. В этом случае условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{W_z} \pm \frac{M_y}{W_y} \right| \leq [\sigma]. \quad (6)$$

На рис.3 показан один из вариантов распределения нормальных напряжений в общем случае (в рамках первой группы) сложного сопротивления для сечения прямоугольной формы.

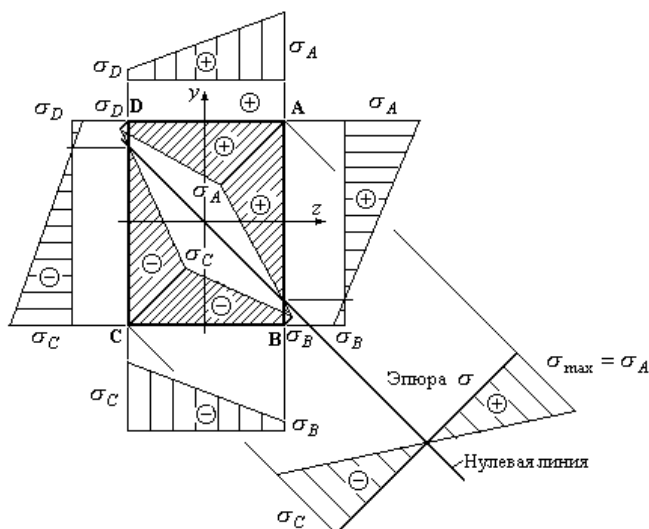


Рис.3

Сформулируем порядок расчета на прочность при сложном сопротивлении:

1. Раскладываем произвольную пространственную систему сил на составляющие, действующие в главных плоскостях инерции бруса.
2. Строим эпюры внутренних усилий в главных плоскостях инерции.
3. Определяем положение опасных сечений – тех сечений, в которых внутренние усилия одновременно велики.

	<p>4. Составляем уравнение нулевой линии (12.4) и строим ее для всех опасных сечений.</p> <p>5. Определяем координаты опасных точек (наиболее удаленных от нулевой линии) для всех опасных сечений.</p> <p>6. Вычисляем напряжения в опасных точках и проверяем прочность бруса по формуле (5).</p> <p>Для частного случая, когда сечение имеет две оси симметрии и вписывается в прямоугольник так, что все вершины прямоугольника принадлежат сечению, опасная точка всегда лежит в одной из вершин и условие прочности приобретает вид (6). В этом случае можно не выполнять пункты №4 и №5.</p>	
<p><b>7. Устойчивость сжатых стержней</b></p>		
<p>7.1. Понятие об устойчивости. Критическая сила. Формула Эйлера</p>	<p>Относительно короткие и массивные стержни рассчитывают на сжатие, т.к. они выходят из строя в результате разрушения или остаточных деформаций. Длинные стержни небольшого поперечного сечения под действием осевых сжимающих сил изгибаются и теряют равновесие. Такие стержни работают на изгиб и сжатие. Равновесие считают устойчивым, если за счет сил упругости после снятия внешней отклоняющей силы стержень восстановит первоначальную форму.</p> <p>Если упругое тело после отклонения от равновесного положения не возвращается к исходному состоянию, то говорят, что произошла потеря устойчивости, а равновесие было неустойчивым. Потерю устойчивости под действием центрально приложенной продольной сжимающей силы называют продольным изгибом.</p> <p>На устойчивость равновесия влияет величина сжимающей силы.</p> <p>Расчет на устойчивость заключается в определении допускаемой сжимающей силы и в сравнении с ней силы действующей:</p> $F < [F] \quad [F] = \frac{F_{кр}}{[sy]} \quad F < \frac{F_{кр}}{[sy]}$ <p>где <math>F</math> — действующая сжимающая сила; <math>[F]</math> — допускаемая сжимающая сила, обеспечивает некоторый запас устойчивости; <math>F_{кр}</math> — критическая сила; <math>[sy]</math> — допускаемый коэффициент запаса устойчивости. Обычно для сталей <math>[sy] = 1,8 : 3</math>; для чугуна <math>[sy] = 5</math>; для дерева <math>[sy] \approx 2,8</math>.</p> <p>Деформированное состояние центрально-сжатого стержня (рис. 1, а) может быть устойчивым или неустойчивым. Если вывести стержень из первоначального состояния малой дополнительной горизонтальной силой <math>P</math>, то он окажется искривлённым (рис. 1, б). После удаления силы <math>P</math> стержень либо возвращается в первоначальное прямолинейное состояние (рис. 1, в), либо остаётся искривлённым (рис. 1, г). Первый случай соответствует устойчивому деформированному состоянию стержня, второй случай — неустойчивому деформированному состоянию.</p>	<p>Лекция с текущим контролем (1 час)</p>

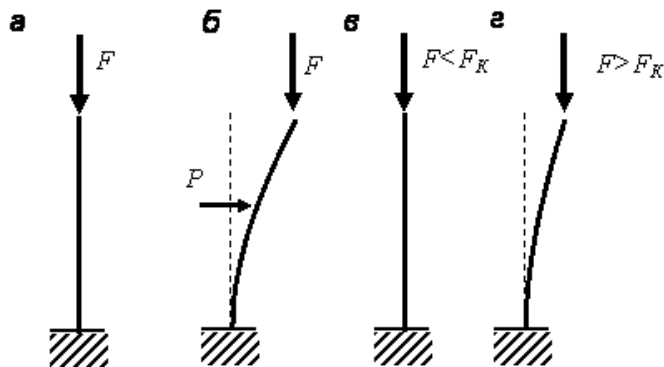


Рис.1.

Состояния сжатого стержня: *a* – исходное; *б* – стержень с дополнительной поперечной нагрузкой *P*; *в* – прямолинейный стержень после удаления силы *P*; *г* – криволинейный стержень после удаления силы *P*

Между устойчивым и неустойчивым состояниями теоретически существует промежуточное, называемое *критическим состоянием*, при котором стержень после удаления силы *P* может остаться в равновесии как в прямолинейном состоянии, так и в криволинейном. При заданных размерах стержня вид его деформированного состояния зависит от величины сжимающей силы.

Наибольшая величина сжимающей силы, при которой деформированное состояние стержня ещё устойчивое, называется *критической силой*, обозначаемой  $F_k$  (рис. 1)

Превышение величины критической силы приводит к *потере устойчивости*, при которой малые поперечные нагрузки приводят к большим изгибным перемещениям стержня и возможному его разрушению.

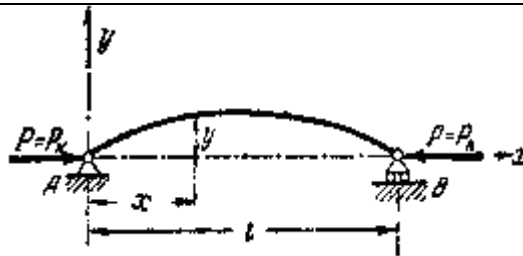
Отношение критической силы к площади поперечного сечения стержня называют *критическим напряжением*

$$\sigma_{к} = \frac{F_k}{A}$$

Для нахождения критических напряжений  $\sigma_{к}$  надо вычислить критическую силу.

Если раньше мы определяли деформацию стержня при заданных внешних нагрузках, то здесь ставится обратная задача: задавшись искривлением оси сжатого стержня, следует определить, при каком значении осевой сжимающей силы *P* такое искривление возможно.

Рассмотрим прямой стержень постоянного сечения, шарнирно опертый по концам; одна из опор допускает возможность продольного перемещения соответствующего конца стержня (рис.2). Собственным весом стержня пренебрегаем.



**Рис.2.** Расчетная схема в «задаче Эйлера»

Нагрузим стержень центрально приложенными продольными сжимающими силами  $P = P_x$  и дадим ему весьма небольшое искривление в плоскости наименьшей жесткости; стержень удерживается в искривленном состоянии, что возможно, так как  $P = P_x$ .

Деформация изгиба стержня предположена весьма малой, поэтому для решения поставленной задачи можно воспользоваться приближенным дифференциальным уравнением изогнутой оси стержня. Выбрав начало координат в точке A и направление координатных осей, как показано на рис.3, имеем:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x) \quad 1)$$

Возьмем сечение на расстоянии  $x$  от начала координат; ордината изогнутой оси в этом сечении будет  $y$ , а изгибающий момент равен

$$M(x) = -Py$$

По исходной схеме изгибающий момент получается отрицательным, ординаты же при выбранном направлении оси  $y$  оказываются положительными. (Если бы стержень искривился выпуклостью книзу, то момент был бы положительным, а  $y$  — отрицательным и  $M(x) = -Py$ .)

Приведенное только что дифференциальное уравнение принимает вид:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py$$

деля обе части уравнения на  $EJ$  и обозначая дробь  $\frac{P}{EJ}$  через  $k^2$  приводим его к виду:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = 0$$

Общий интеграл этого уравнения имеет вид:

$$y = a \sin kx + b \cos kx$$



Это решение включает в себе три неизвестных: постоянные интегрирования  $a$  и  $b$  и значение  $k = \sqrt{\frac{P}{EJ}}$ , так как величина критической силы нам неизвестна.

Краевые условия на концах стержня дают два уравнения:

в точке А при  $x = 0$  прогиб  $y = 0$ ,

В  $x = l$   $y = 0$ .

Из первого условия следует (так как  $\sin kx = 0$  и  $\cos kx = 1$ )

$$0 = b.$$

Таким образом, изогнутая ось является синусоидой с уравнением

$$y = a \sin kx \quad 2)$$

Применяя второе условие, подставляем в это уравнение

$$y = 0 \text{ и } x = l$$

получаем:

$$0 = a \sin kl$$

Отсюда следует, что или  $a$  или  $kl$  равны нулю.

Если  $a$  равно нулю, то из уравнения (2) следует, что прогиб в любом сечении стержня равен нулю, т. е. стержень остался прямым. Это противоречит исходным предпосылкам нашего вывода. Следовательно,  $\sin kl = 0$ , и величина  $kl$  может иметь следующий бесконечный ряд значений:

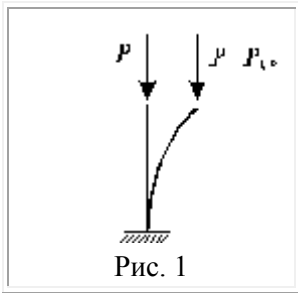
$$kl = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi$$

где  $n$  — любое целое число.

Отсюда  $k = \frac{n\pi}{l}$ , а так как  $k = \sqrt{\frac{P}{EJ}}$ , то

$$\frac{P}{EJ} = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot n^2 \quad \text{и} \quad P = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \cdot n^2$$

Иначе говоря, нагрузка, способная удержать слегка искривленный стержень в равновесии, теоретически может иметь целый ряд значений. Но так как отыскивается, и интересно с практической точки зрения, наименьшее значение

	<p>осевой сжимающей силы, при которой становится возможным продольный изгиб, то следует принять <math>n = n_{\min}</math>.</p> <p>Первый корень <math>n=0</math> требует, чтобы <math>P_n</math> было равно нулю, что не отвечает исходным данным задачи; поэтому этот корень должен быть отброшен и наименьшим корнем принимается значение <math>n = 1</math>. Тогда получаем выражение для критической силы:</p> $P_n = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$	
<p>7.2. Расчет сжатых стержней на устойчивость</p>	<p>Оказывается, что соблюдение условий прочности и жесткости еще не гарантирует способности конструкций выполнять, предназначенные им функции в эксплуатационных режимах. Наряду с выполнением условий прочности и жесткости, необходимо обеспечить и <i>устойчивость конструкций</i>.</p> <p>При неизменной схеме нагружения, под устойчивостью понимается свойство способности системы сохранять свое первоначальное равновесное состояние. Если рассматриваемая система таким свойством не обладает, то она называется <i>неустойчивой</i>, а ее равновесное состояние - <i>неустойчивым состоянием</i>.</p> <p>При неизменной схеме нагружения, в процессе роста интенсивности нагрузок, явление перехода системы от одного равновесного состояния к другому равновесному состоянию, называется <i>потерей устойчивости системы</i>. Значения внешних сил, при которых происходит потеря устойчивости, называются <i>критическими</i>.</p> <p>В некоторых случаях при потере устойчивости, система, переходя в новое устойчивое равновесное состояние, продолжает выполнять свои функции. Однако в подавляющем большинстве случаев, потеря устойчивости системы сопровождается возникновением больших перемещений, пластических деформаций или ее полным разрушением. Поэтому сохранение исходного (расчетного) равновесного состояния системы является важной задачей и одной из основных проблем сопротивления материалов.</p> <div data-bbox="762 1512 1061 1803" style="text-align: center;">  <p>Рис. 1</p> </div> <p>Основная задача теории устойчивости заключается в определении критического значения внешних сил и ограничение их величин таким образом, чтобы исключить возможность потери устойчивости заданной системы в эксплуатационных режимах.</p> <p>Подбор сечения центрально-сжатых стержней также начинают с определения требуемой площади по форму-</p>	<p>Лекция с текущим контролем (1 час)</p>

$$\text{ле } A_{\text{тр}} = N / (\alpha R_y \gamma_c)$$

Коэффициент условия работы  $g_c$  принимается по рекомендации СНиПа.

В формуле содержится два неизвестных  $A_{\text{тр}}$  и  $j$  (коэффициент продольного изгиба, который зависит от гибкости  $\lambda = l_{\text{эф}} / i$ , где  $l_{\text{эф}}$  - расчетная длина стержня;  $i = \sqrt{I / A}$  - радиус инерции сечения) и прочности материала  $R_y$ .

Обычно задаются гибкостью стержня (для поясов  $l=80 \dots 100$ ; для решетки  $l=100 \dots 120$ ) и определяют коэффициент продольного изгиба и требуемые радиусы инерции  $i_{\text{тр}} = l_{\text{эф}} / \lambda$  и  $i_{\text{тр}} = l_{\text{эф}} / \lambda$ , а затем и требуемую площадь. Исходя из требуемых площади сечения и радиусов инерции, проверяют принятое сечение по фактическим характеристикам профиля по формуле  $\sigma = N / (A) \leq R_y \gamma_c$ .

При необходимости сечение корректируется и вновь проверяется.

Расчет сквозного стержня начинают относительно материальной оси, относительно которой геометрические характеристики постоянны.

Подбор сечения сквозного стержня производят также как и сплошного из расчета на устойчивость:

$$A_{\text{тр}} = N / (j \cdot R_y \cdot g_c)$$

Предварительно задаемся гибкостью (несколько меньшей, чем для сплошных колонн) и определяем  $j$ , а затем  $A_{\text{тр}}$  и  $i_{\text{тр}} = l_{\text{эф}} / j$ .

По сортаменту профилей определяем сечение швеллера или двутавра по требуемым  $A_{\text{тр}}$  и  $i_{\text{тр}}$ . Если  $A_{\text{тр}}$  и  $i_{\text{тр}}$  соответствуют одному профилю, то значит мы задались гибкостью удачно. В противном случае нам придется корректировать сечение (2-3 раза).

Для принятого сечения по его геометрическим характеристикам уточняем гибкость стержня, коэффициент  $j_x$  и проверяем устойчивость колонны относительно оси  $x - x$  (материальной)

$$\sigma_x = N / (A) \leq R_y \cdot \gamma_c$$

После удовлетворительной проверки, исходя из условия равной устойчивости  $l_{\text{эф}y} = l_x$ , определяем расстояние между ветвями колонны, а для тяжелых ферм согласуем этот размер с шириной поясов.

Если стержень с планками (при ширине стержня до 80 - 100 см), то условие равной устойчивости запишется

ся  $\lambda_{\text{эф}} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} = \lambda_x$ . Откуда  $\lambda_y = \sqrt{\lambda_x^2 - \lambda_1^2}$ . Здесь  $l_1$  - гибкость одной ветви.

Гибкостью ветви задаются так, чтобы  $l_1 < l_y$  и не более 40.

Далее определяем предварительно габарит  $b = i_y / a_2$ , где  $i_y = l_{\text{эф}y} / l_y$ ;

$a_2$  - коэффициент зависящий от типа сечения колонны, и увязываем с допустимым габаритом и зазором между ветвями (требуется не менее 100 - 150 мм).

Соединительные планки без раскосной решетки рассчитываются, как элементы без раскосной консольной фермы (или многоэтажной однопролетной рамы). Принимая для расчета приближенный метод нулевых моментных точек, можно допустить, что нулевые моментные точки располагаются по

середине стержней. Вырезая Т-образный элемент по нулевым моментным точкам и рассматривая его равновесие определяем поперечную силу и изгибающий момент в планке

$$T_{пл} = Q_n * l / c \text{ и } M_{пл} = Q_n * l / 2,$$

где  $Q_n$  - условная поперечная сила, приходящаяся на систему планок, расположенных в одной плоскости;

$l$  - расстояние между центрами планок;

$c$  - расстояние между осями ветвей.

Сварной шов, прикрепляющий планку к ветви колонны, рассчитывается на действие  $T_{пл}$  и  $M_{пл}$ . Размер планки принимается конструктивно:

$$d_{пл} = (0,5 \text{ , } 0,75)b \text{ и } t_{пл} = 6 \text{ , } 10 \text{ мм.}$$

Прочность углового шва определяется по равнодействующим напряжениям:

$$\sigma_w = \sqrt{s^2 + t^2} \leq R_{wf} \cdot \gamma_{wf} \cdot \gamma_c \text{ (или } R_{wf} \cdot \gamma_{wf} \cdot \gamma_c),$$

где  $s = M_{пл} / W_w$ ;  $t = T_{пл} / A_w$ ;  $W_w = b_f k_f l_w^2 / 6$ ;  $A_w = b_f k_f l_w$

*Подбор сечения стержней, работающих на внецентренное сжатие (продольную силу и поперечный изгиб).*

Сечение стержней ферм, работающих на внецентренное сжатие или местный изгиб, подбирают по формуле  $A_{сж} = N / (\varphi_e R_f \gamma_c)$ .

Коэффициент понижения несущей способности стержня при внецентренном продольном изгибе зависит от условной гибкости стержня в плоскости изгиба

$$\bar{\lambda} = (\varphi_e / i_x) \sqrt{R_s / E} \text{ и приведенного эксцентриситета}$$

$m_{эф} = \eta \cdot m_x$ , где  $\eta$  - коэффициент влияния формы сечения

$$m_x = e / \rho = \frac{M_x}{N} \cdot \frac{A \cdot z}{I_x}$$

; здесь  $\rho$  - радиус ядра сечения (ядровое расстояние);  $z$  - расстояние от центра тяжести сечения до наиболее сжатого края сечения.

Сечение стержня подбирается так же как для центрально-сжатого. Приняв тип сечения задаются гибкостью  $i_x$  и определяют требуемый радиус инерции  $i_x = i_{ex} / \bar{\lambda}$ , требуемую

высоту сечения  $h = i_x / \alpha$  и ядровое расстояние

$\rho_x = i_x^2 / z$  (для симметричных относительно горизонтальной оси сечений  $z=h/2$ , для тавровых  $z \gg 0.3h$ ). Далее определяем

$$m_x = \frac{M_x}{N \cdot \rho_x} \text{ и } \eta \text{ по формулам таблицы СНиПа и, на}$$

конец,  $m_{эф} = \eta \cdot m_x$ . Затем по значениям  $\bar{\lambda}$  и  $m_{эф}$  по таблице СНиПа определяем значение  $\varphi_e$  и требуемую площадь

$$A_{сж} = N / (\varphi_e R_f \gamma_c).$$

По требуемой площади и радиусу инерции подбираем наиболее подходящее сечение профиля. По геометрическим характеристикам принятого сечения, производят проверку стержня в плоскости действия момента по формуле

$$\sigma = N / A \geq R_f \gamma_c \text{ и из плоскости - по формуле}$$

$$\sigma_f = N / (c \varphi_f A) \geq R_f \gamma_c$$

При необходимости корректируем сечение и снова проверяем.

	<p>В случае, когда приведенный эксцентриситет <math>m_{\text{efx}} &gt; 20</math> проверки устойчивости в плоскости действия момента не требуется, но требуется проверка прочности по формуле</p> $\sigma = \frac{N}{A_x} \pm \frac{M_x}{I_{xx}} \cdot y \geq R_y \gamma_c$	
<b>8. Системы статически определимые и неопределимые</b>		
8.1. Стержневые системы. Понятие о статически определимых и неопределимых системах. Степень статической неопределимости	<p>Все стержневые системы можно разделить на три типа: фермы, балки и рамы.</p> <p>В соответствии классификацией стержневых систем по кинематическому признаку существуют три типа стержневых систем: <i>геометрически изменяемые, геометрически неизменяемые и мгновенно изменяемые системы.</i></p> <p>По статическому признаку стержневые системы подразделяются на <i>статически определимые</i> и на <i>статически неопределимые.</i></p> <p>Если при рассмотрении заданной системы, находящейся в равновесном состоянии от действия заданных внешних нагрузок, все реакции в связях закрепления, а также внутренние усилия в ее элементах, можно определить только по методу сечений, без использования дополнительных условий, то такая система называется <i>статически определимой.</i></p> <p>Статически неопределимыми системами называются стержневые системы, для определения реакций опор в которых только уравнений равновесия недостаточно. С кинематической точки зрения это такие стержневые системы, число степеней свободы которых меньше числа связей. Для раскрытия статической неопределимости таких систем необходимо составлять дополнительные уравнения совместности деформаций. Число таких уравнений определяется числом статической неопределимости стержневой системы.</p>	–
8.2. Основы расчета многопролетных статически определимых балок	<p>Расчету балки должно предшествовать построение ее «позтажной» схемы (рис.1, а–в). Для этого мысленно удаляют шарниры, соединяющие балки между собой. Те балки, которые способны самостоятельно нести нагрузку (жестко заземленные или имеющие две наземные опоры) будут главными балками (основными). Вспомогательные балки (подвески) имеют только одну наземную опору или не имеют их вовсе (рис.1б). Недостающими опорами для них служат соединительные шарниры (рис. 1в).</p>	Лекция с текущим контролем (1 час)

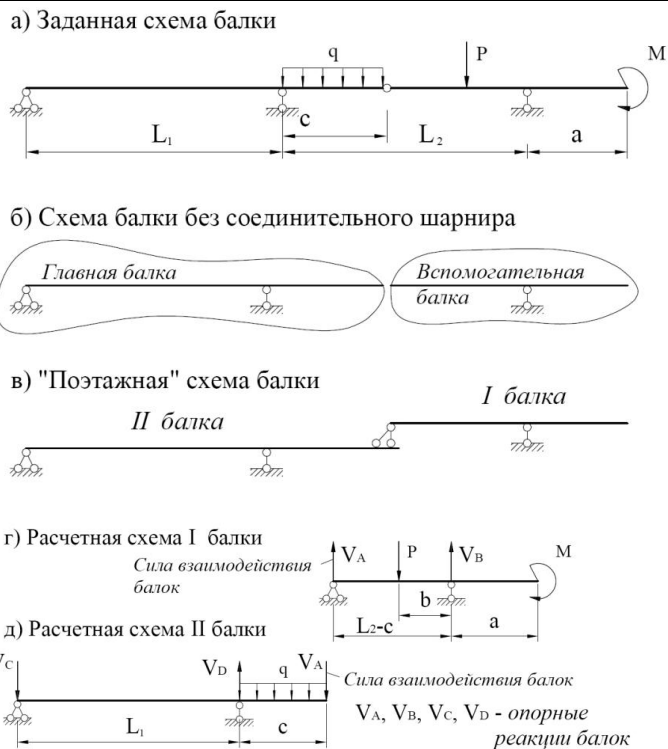


Рис. 1. Порядок построения «поэтажной» схемы балки

После построения «поэтажной» схемы (рис.3в) заданную балку рассматривают как ряд простых двухопорных балок (рис.1г-д). Особенность задачи заключается в том, что для расчета нижележащих балок необходимо знать силы взаимодействия в шарнирах, являющихся опорными реакциями вышележащих балок и нагрузкой для нижележащих.

Расчет балок начинают с самого верхнего «этажа». Для расчета необходимо вычертить схемы каждой двухопорной балки (рис.1г-д), а эпюры  $M$  и  $Q$  можно строить на общей базе под «поэтажной схемой».

### 8.3. Плоские статически определимые рамы

Рамами называют геометрически неизменяемые стержневые системы, стержни которых жестко связаны между собой во всех или нескольких узлах. Вертикальные элементы рамы называются стойками, а горизонтальные или близкие к ним ригелями.

С общих позиций технической механики рама не представляет собой какую-то особую конструкцию. Здесь, так же как и в любой другой стержневой системе, применимы те же законы равновесия.

Каждый диск и узел рамы должны находиться в состоянии равновесия. В общем случае под действием нагрузки в сечениях рамы возникают изгибающие моменты, поперечные и продольные усилия.

Диск это часть рамы, изменение первоначальной формы которой вызывается только деформациями материала.

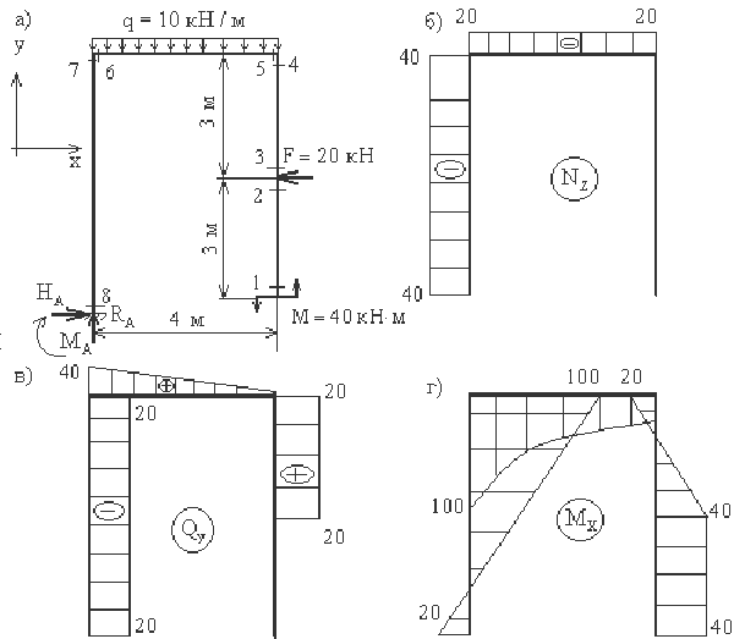
Расчет на действие статических нагрузок состоит в следующем:

- анализ структуры (проверка статической определимости и геометрической неизменяемости);
- определение опорных реакций и усилий в промежуточных шарнирах, а также их проверка;
- определение изгибающих моментов в характерных сечениях, построение эпюры моментов  $M$ ;
- построение эпюры поперечных сил  $Q$ ;
- построение эпюры продольных сил  $N$ ;

Лекция с текущим контролем (1 час)

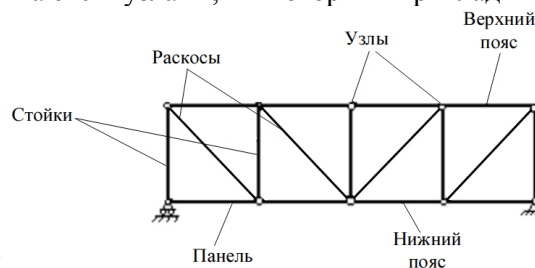
проверка построенных эпюр.

Пример



8.4. Расчет плоских ферм

*Фермой* называется жесткая (кинематически неизменяемая) конструкция, состоящая из прямолинейных стержней, соединенных на концах шарнирами. Места соединения стержней называются узлами, к которым прикладываются



внешние силы.

Для плоской статически определимой фермы должно выполняться условие:  $C = 2 \cdot U - 3$ , где  $U$  - число узлов фермы,  $C$  - число стержней. Если  $C > 2 \cdot U - 3$  - ферма статически неопределима, если  $C < 2 \cdot U - 3$  - конструкция является кинематической изменяемой системой.

Приступая к расчету фермы необходимо установить, нет ли среди стержней таких, усилия в которых равны нулю, т.е. являются «нулевыми». Определение «нулевых» стержней производится согласно леммах о «нулевых» стержнях.

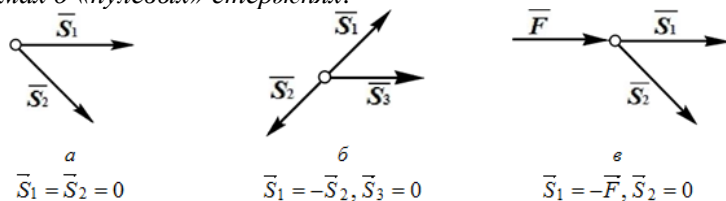
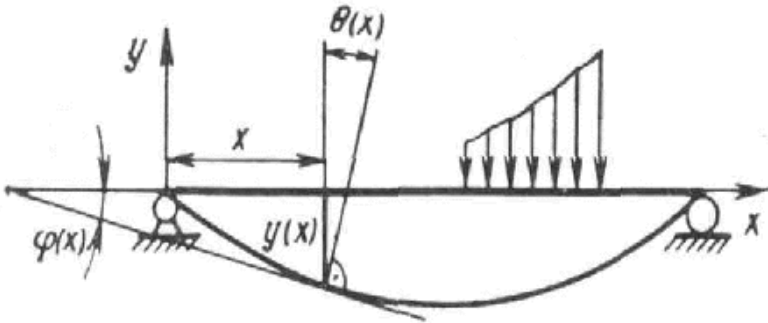


Рис. 1. «Нулевые» стержни фермы

Расчет плоских ферм заключается в определении реакций внешних связей (опорных узлов) и усилий в стержнях.

Последовательность расчета ферм.

1. Проверить, выполняется ли условие статической определимости фермы:  $C = 2 \cdot U - 3$ , где  $C$  - число стержней фермы,  $U$  - количество узлов.

	<p>2. Отбросить связи, приложив соответствующие реакции. Составить уравнения равновесия для всей фермы, из которых определить реакции связей. Выполнить проверку правильности решения, составив уравнение равновесия моментов сил относительно точки.</p> <p>3. Согласно лемме о «нулевых» стержнях следует удалить стержни, усилия в которых равны нулю. Пронумеровать оставшиеся стержни и проверить «исправленную» ферму на статическую определимость.</p> <p>4. Применить способ вырезания узлов. Составить уравнения равновесия для каждого узла фермы.</p> <p>5. Совместно решить полученную систему уравнений относительно неизвестных усилий в стержнях фермы. Если в результате расчета значение усилия в стержне получится отрицательным, это означает, что данный стержень сжат.</p> <p>6. Проверить результаты расчета фермы способом сечений (Риттера). Для этого ферму в каком-либо месте рассекаем плоскостью, действие стержней заменяем их реакциями и составляем уравнения отсеченной части. Уравнения равновесия в форме сил или моментов следует составлять так, чтобы эти уравнения содержали бы не более одной неизвестной силы.</p> <p>7. Проверить результаты расчета графическим способом (построением диаграммы Максвелла-Кремоны): если расчет выполнен верно, то диаграмма будет замкнута, в противном случае – диаграмма не замкнется.</p>	
<p><b>9. Определение перемещений в статически определимых стержневых системах</b></p>		
<p>9.1. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки</p>	<p>При изгибе ось балки искривляется, а поперечные сечения перемещаются поступательно и поворачиваются вокруг нейтральных осей, оставаясь при этом нормальными к изогнутой продольной оси. Деформированная (изогнутая) продольная ось балки называется упругой линией, а поступательные перемещения сечений, равные перемещениям <math>y=y(x)</math> их центров тяжести сечений – прогибами балки.</p>  <p style="text-align: center;">Рисунок 1</p> <p>Между прогибами <math>y(x)</math> и углами поворота сечений <math>\theta(x)</math> существует определенная зависимость. Из рис.1 видно, что угол поворота сечения <math>\theta</math> равен углу <math>\varphi</math> наклона касательной к упругой линии (<math>\theta</math> и <math>\varphi</math> - углы с взаимноперпендикулярными сторонами). Но согласно геометрическому смыслу</p>	—



	<p>первой производной <math>y' = \operatorname{tg}\theta</math>. Следовательно, <math>\operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}\varphi = y'</math>.</p> <p>В пределах упругих деформаций прогибы балок обычно значительно меньше высоты сечения <math>h</math>, а углы поворота <math>\theta</math> не превышают <math>0.1 - 0.15</math> рад. В этом случае связь между прогибами и углами поворота упрощается и принимает вид <math>\theta = y'</math>.</p> <p>Определим теперь форму упругой линии. Влияние перерезывающих сил <math>Q</math> на прогибы балок, как правило, незначительно. Поэтому с достаточной точностью можно принять, что при поперечном изгибе кривизна упругой линии зависит только от величины изгибающего момента <math>M_z</math> и жесткости <math>EI_z</math></p> $K = \frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EI_z} \quad (1)$ <p>В то же время в неподвижной системе координат кривизна упругой линии, как и всякой плоской кривой,</p> $K = \frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}} \quad (2)$ <p>Приравнивая правые части (1) и (2) и учитывая, что правила знаков для <math>M_z</math> и <math>y''</math> были приняты независимо друг от друга, получаем</p> $\frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}} = \pm \frac{M_z}{EI_z} \quad (3)$ <p>Это равенство называется дифференциальным уравнением упругой линии. При малых деформациях второе слагаемое в знаменателе мало по сравнению с единицей (при <math>\theta = 0.1</math> рад <math>(y')^2 = 0.01</math>) и им можно пренебречь. В результате получим приближенное дифференциальное уравнение упругой линии балки</p> $y'' = \pm \frac{M_z}{EI_z}$	
<p>9.2. Методы определения перемещений в стержневых системах</p>	<p>Для определения перемещений при изгибе используют интеграл Мора.</p> <p>Рассмотрим раму (рис.1, а), нагруженную системой внешних сил <math>F_i</math> (<math>i = 1, 2, \dots, n</math>). Пусть требуется определить перемещение <math>\Delta_A</math> точки <math>A</math> в направлении <math>AB</math>. Воспользуемся принципом Кастилиано. Внешняя сила в точке <math>A</math> в направлении <math>AB</math> может быть, а может и не быть. Приложим в точке <math>A</math> в направлении <math>AB</math> статически возможную силу <math>\mathcal{E}P_A</math> (рис.1, а)</p>	<p>—</p>

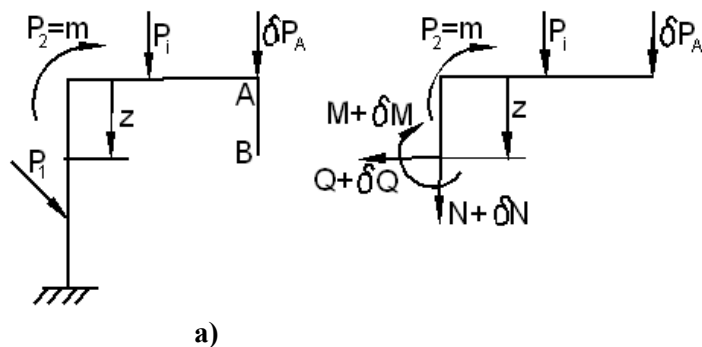


Рисунок 1

Тогда, согласно  $\sum_{i=1}^n \delta P_i \Delta_i = \delta U$ , имеем:  
 $\Delta_A \delta P_A = \delta U$ . (1)

Рассечём раму в стойке на расстоянии  $z$ . В поперечном сечении возникают внутренние силовые факторы  $N, Q, M$  (рис.1, a). От изменения (вариации) силы в точке  $A$  в поперечном сечении рамы внутренние силовые факторы изменятся на бесконечно малые величины  $\delta N, \delta Q, \delta M$ . Эти изменения внутренних сил и моментов будут пропорциональны  $\delta P_A$ , т.е.

$$\delta N = \bar{N} \delta P_A, \quad \delta M_x = \bar{M}_x \delta P_A, \quad \delta M_y = \bar{M}_y \delta P_A, \\ \delta M_z = \bar{M}_z \delta P_A, \dots \quad (2)$$

Из (2) следует,

что при  $\delta P_A = 1$  коэффициенты  $\bar{N}, \bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_z, \bar{Q}_x, \bar{Q}_y$  являются нормальной силой, изгибающим моментом, крутящим моментом, перерезывающими силами в сечении рамы с координатой  $z$ , которые вызваны действием единичной силы в точке  $A$  в направлении  $AB$  искомого перемещения (рис. 2).

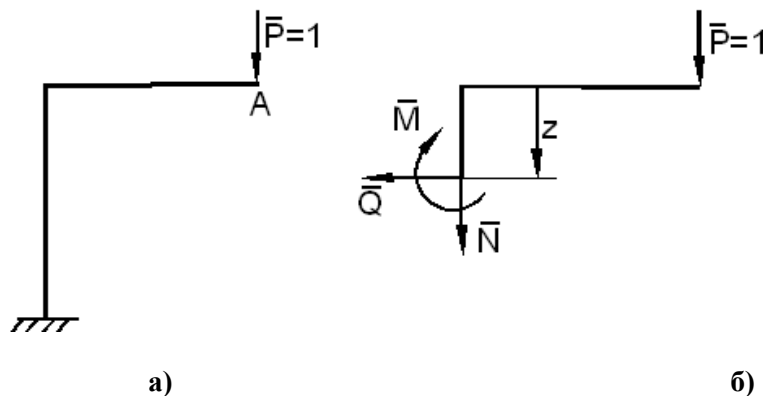


Рисунок 2

Так как оператор вариации  $\delta$  имеет смысл дифференциала, то варьируя формулу потенциальной энергии

$$U = \int_0^l \left[ \frac{N^2}{2EF} + \frac{M_x^2}{2EJ_x} + \frac{M_y^2}{2EJ_y} + \frac{M_z^2}{2GJ_{\text{зп}}} + \frac{K_1 Q_x^2}{2GF} + \frac{K_2 Q_y^2}{2GF} \right] dz$$

получим:

$$\delta U = \int_0^l \left[ \frac{N \delta N}{EF} + \frac{M_x \delta M_x}{EJ_x} + \frac{M_y \delta M_y}{EJ_y} + \frac{M_z \delta M_z}{GJ_{\text{кр}}} + \dots \right] dz.$$

Учитывая  $\delta U = \delta P \Delta$ , подставляя в  $P_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} \Delta_j$  и сокращая на  $P_A$ , находим формулу

$$\Delta_A = \int_0^l \left[ \frac{N \bar{N}}{EF} + \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} + \frac{M_y \bar{M}_y}{EJ_y} + \frac{M_z \bar{M}_z}{GJ_{\text{кр}}} + \dots \right] dz,$$

(3)

называемую **формулой Мора**. Она служит для определения любых обобщённых перемещений в стержневых системах.

Формулу Мора можно получить, пользуясь принципом возможных перемещений. Рассмотрим схему нагружения (см. рис. 2, а), когда в точке А в направлении искомого перемещения  $\Delta_A$  приложена единичная сила  $\bar{P} = 1$ , вызывающая в поперечном сечении системы внутренние силовые факторы  $\bar{N}, \bar{Q}, \bar{M}$  (рис. 2, б). Согласно принципу возможных перемещений работа этих внутренних силовых факторов на любых возможных перемещениях должна равняться работе единичной силы  $\bar{P}$  на возможном перемещении  $\delta \Delta_A$ :

$$\bar{P} \delta \Delta_A = \int_0^l \left[ \bar{N} \delta U + \bar{M}_x \delta \theta_1 + \bar{M}_y \delta \theta_2 + \bar{M}_z \delta \varphi + \dots \right]$$

Выберем возможные перемещения пропорциональными действительным:

$$\delta \Delta_A = \lambda \Delta_A, \delta U = \lambda dU, \delta \varphi = \lambda d\varphi, \delta \theta = \lambda d\theta, \dots$$

Тогда после подстановки получим:

$$\Delta_A = \int \left[ \bar{N} dU + \bar{M}_x d\theta_1 + \bar{M}_y d\theta_2 + \bar{M}_z d\varphi \right] dz.$$

(4)

Если учесть, что

$$dU = \frac{N dz}{EF}, d\theta_1 = \frac{M_x dz}{EJ_x}, d\theta_2 = \frac{M_y dz}{EJ_y}, d\varphi = \frac{M_z dz}{GJ_{\text{кр}}},$$

то приходим к формуле (3).

Для систем, элементы которых работают на растяжение или сжатие (например, шарнирно-стержневые системы - фермы), в формуле Мора (3) отличен от нуля будет только слагаемое, содержащее продольные силы. При расчете балок или рамных систем, работающих в основном на изгиб, влияние поперечной и продольной силы на перемещение несущественно и в большинстве случаев их влияние не учитывается. В случае пространственной работы стержня или стержневой системы, элементы которой работают, в основном, на изгиб и кручение, в формуле Мора обычно ограничиваются рассмотрением слагаемых, содержащих изгибающие и крутящие моменты.

Подробно рассмотрим случай, когда брус работает только на изгиб ( $M_x \neq 0, N_z = M_z = M_y = Q_x = Q_y = 0$ ). В этой ситуации выражение (3) принимает вид:

$$\Delta_A = \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} dz \quad (5)$$

Согласно (5) для определения перемещения произвольной точки в произвольном направлении, последовательно необходимо выполнять следующее:

1. Построить эпюру моментов  $M_x$  от заданной системы внешних сил;

2. Исключая внешние силы и в точке, где необходимо определить перемещение по заданному направлению, прикладывается единичное усилие (сосредоточенная сила - если требуется определить линейное перемещение; сосредоточенный момент - если требуется определить угловое перемещение), и от действия единичного усилия строится эпюра моментов  $\bar{M}_x$ ;

3. По формуле Мора (5) вычисляется искомое перемещение.

Полученный по формуле Мора положительный знак перемещения показывает, что искомое перемещение происходит по направлению, совпадающему с принятым направлением единичной обобщенной силы, отрицательный знак перемещения говорит о том, что точки оси перемещаются (сечения поворачиваются) в сторону, противоположную направлению единичной обобщенной силы.

Формулы Мора пригодны и для элементов, представляющих собой стержни малой кривизны, с заменой элемента длины  $dz$  в подынтегральном выражении элементом дуги  $ds$ .

Способ вычисления интеграла Мора путем замены непосредственного интегрирования перемножением соответствующих эпюр называется способом (или правилом) Верещагина и заключается в следующем: чтобы перемножить две эпюры, из которых хотя бы одна является прямолинейной, нужно площадь одной эпюры (если есть криволинейная эпюра, то обязательно ее площадь) умножить на ординату другой эпюры, расположенную под центром тяжести первой.

Докажем справедливость этого правила. Рассмотрим две эпюры (рис.3). Пусть одна из них ( $M_n$ ) является грузовой и имеет криволинейное очертание, а вторая  $\bar{M}_n$  соответствует единичной нагрузке и является линейной.

Из рис.3 следует, что  $\bar{M}_n = (z + a) \operatorname{tg} \alpha$ . Подставим значения

$$\bar{M}_n \text{ в } \int_0^l \bar{M}_n M_n dz \text{ :}$$

$$\int_0^l \bar{M}_n M_n dz = \operatorname{tg} \alpha \int_0^l (z + a) M_n dz = \operatorname{tg} \alpha \int_0^l (z + a) d\omega_n,$$

где  $d\omega_n = M_n dz$  - дифференциал площади  $\omega_n$  эпюры  $M_n$ .

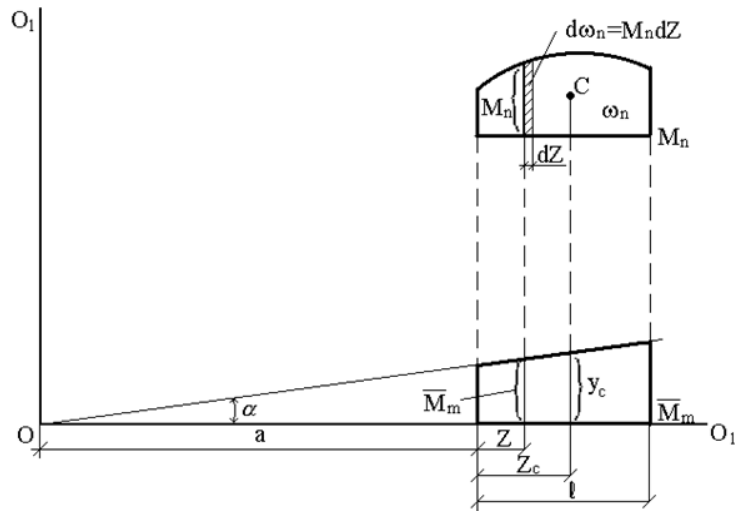


Рис. 3

$$\int_0^l (z+a) d\omega_n$$

Интеграл  $\int_0^l (z+a) d\omega_n$  представляет собой статический момент площади  $\omega_n$  относительно оси  $O - O_1$ , при этом:

$$\int_0^l (z+a) d\omega_n = \omega_n (z_c + a),$$

где  $z_c$  – абсцисса центра тяжести площади  $\omega_n$ , тогда:

$$\int_0^l \bar{M}_n M_n dz = (z_c + a) \omega_n \operatorname{tg} \alpha.$$

Учитывая, что  $(z_c + a) \operatorname{tg} \alpha = y_c$ , получим:

$$\int_0^l \bar{M}_n M_n dz = \omega_n y_c \quad (1)$$

Выражение (1) определяет результат перемножения двух эпюр, а не перемещения. Чтобы получить перемещение, этот результат нужно разделить на жесткость, соответствующую внутренним силовым факторам, стоящим под знаком интеграла.

Формула Симпсона относится к приемам численного интегрирования.

Суть метода заключается в приближении подынтегральной функции на отрезке  $[a, b]$  интерполяционным многочленом второй степени  $p_2(x)$ , то есть приближение графика функции на отрезке параболой. Метод Симпсона имеет порядок погрешности 4 и алгебраический порядок точности 3.

Формулой Симпсона называется интеграл от интерполяционного многочлена второй степени на отрезке  $[a, b]$ :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b p_2(x) dx = \frac{b-a}{6} \left( f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right),$$

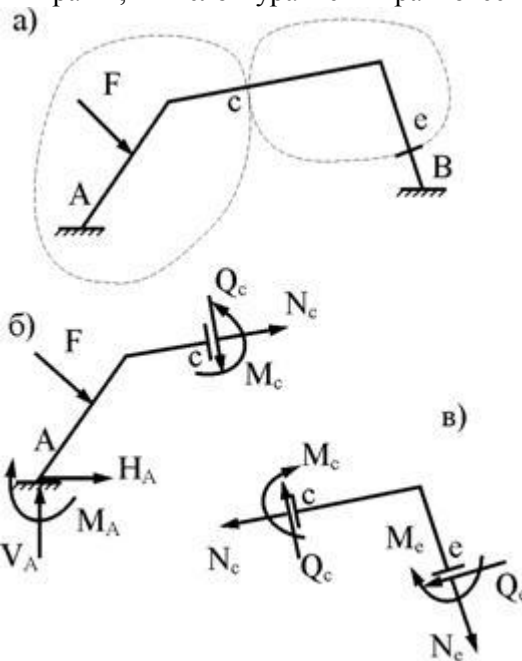
где  $f(a)$ ,  $f((a+b)/2)$  и  $f(b)$  — значения функции в соответствующих точках (на концах отрезка и в его середине).

**помощью метода сил**

10.1. Определение степени статической неопределимости стержневых систем. Методы расчета статически неопределимых систем

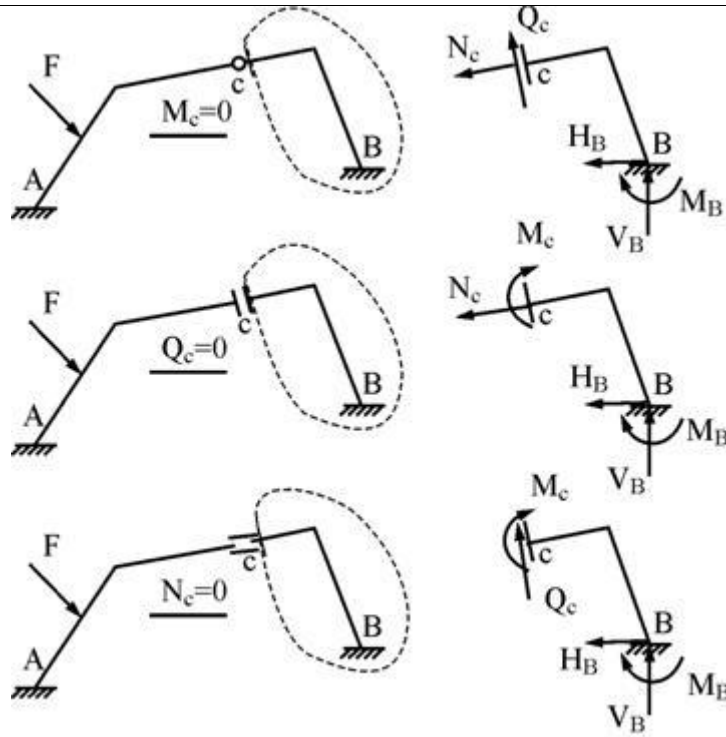
Разность между числом неизвестных, необходимых для расчёта заданного сооружения, и числом независимых уравнений равновесия, составленных для решения задачи, называется *степенью статической неопределимости сооружения*. Другими словами, эта разность определяет количество лишних связей в заданной расчётной схеме сооружения, усилия в которых требуется определить, не прибегая к уравнениям равновесия.

Степень статической неопределимости можно вычислить, преобразуя заданную статически неопределимую систему в статически определимую и параллельно подсчитывая число удалённых связей. Такой подход является наиболее общим, но часто у читателей вызывает определённые трудности. Поэтому в плоских стержневых системах на начальном этапе изучения этой и последующих тем степень статической неопределимости рекомендуется определять по формуле "контуров". Любой замкнутый плоский стержневой контур содержит три лишних связи, т.е. трижды статически неопределим. В этом можно убедиться, рассматривая определение внутренних усилий в сечении "с" рамы, представляющей собой вместе с диском "земля" замкнутый контур (рис. 1,а). Любая отсечённая часть этой рамы имеет шесть неизвестных: рис. 1,б – внутренние усилия в сечении "с"  $M_c, Q_c, N_c$  и реакции заделки  $V_A, H_A, M_A$ ; рис. 1, в – внутренние усилия в сечениях "с" и "е"  $M_c, Q_c, N_c, M_e, Q_e, N_e$ . Равновесие рассматриваемых выше отсечённых частей описывается тремя уравнениями. Таким образом, разность между числом неизвестных, необходимых для описания напряжённо-деформированного состояния рамы, и числом уравнений равновесия равно трём.



**Рис.1**

Если сооружение состоит из  $K$  не накладывающихся друг на друга контуров, то общее число лишних связей в нём равно  $3K$ .



**Рис.2**

Наличие в одноконтурном сооружении одного простого цилиндрического или поступательного шарнира снижает степень статической неопределимости такого сооружения на единицу, так как любая отсечённая часть контура, включающая в себя сечение, расположенное на бесконечно близком расстоянии от шарнира, будет содержать теперь пять, а не шесть, неизвестных (рис. 2). Напомним читателям, что простой цилиндрический или поступательный шарнир связывает только два диска. Если шарнир соединяет  $n$  дисков, то он эквивалентен  $n-1$  простому шарниру.

В общем случае, если  $K$  контуров имеют  $N$  простых цилиндрических или поступательных шарниров, то степень статической неопределимости сооружения равна

$$n_{st} = 3K - N.$$

Число контуров и простых шарниров зависит от способа представления расчётной схемы сооружения. На рис. 3,а,б показано изображение расчётной схемы одной и той же рамы с различным количеством контуров и простых шарниров. Естественно, что степень статической неопределимости рамы не зависит от способа изображения её расчётной схемы. Действительно:

$$n_{st} = 3 \times 3 - 3 = 6 \text{ (рис. 3,а),}$$

$$n_{st} = 3 \times 5 - 9 = 6 \text{ (рис. 3,б).}$$

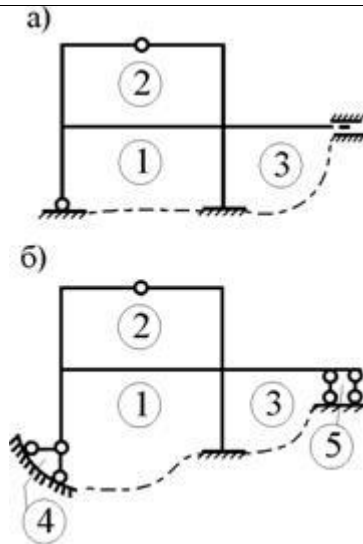


Рис. 3

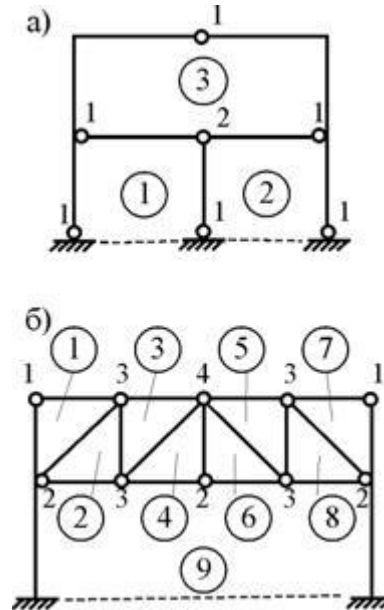


Рис.4

**Пример 1.** Используя формулу "контуров", вычислить степень статической неопределимости плоских стержневых систем, изображённых на рис. 4.

На рис. 4,а,б цифрами, объединёнными кружками, пронумерованы замкнутые контуры. Рядом с цилиндрическими шарнирами цифрами помечено количество простых шарниров.

$$n_{st} = 3 \times 3 - 8 = 1 \text{ (рис. 4,а),}$$

$$n_{st} = 3 \times 9 - 24 = 3 \text{ (рис. 4,б).}$$

В механике различают следующие три основных классических метода расчета статически неопределимых систем: *метод сил*, *метод перемещений* и *метод конечных элементов*.

При расчете по *методу сил* основными искомыми величинами являются усилия в лишних связях. Знание усилий в лишних связях позволит по методу сечений выполнять полный расчет по определению усилий, возникающих в поперечных сечениях элементов заданной системы.

При расчете по *методу перемещений* основными искомыми величинами являются перемещения узловых точек, вызванные деформацией системы. Знание этих перемещений необходимо и достаточно для определения всех внутренних усилий, возникающих в поперечных сечениях элементов, задан-



	<p>ной системы.</p> <p>При расчете по <i>методу конечных элементов</i> система разбивается на простые <i>конечные элементы</i> и по матрице жесткости элемента и системы в целом устанавливается связь между перемещениями узлов элемента и системы и усилиями в них.</p> <p>Кроме указанной классификации, методы расчета статически неопределимых систем можно расчленить по степени их точности, по области работы материала сооружений, по особенностям расчетных операций и т.д.</p> <p>По степени точности различают <i>точные</i> и <i>приближенные</i> методы расчета.</p> <p><i>Точные методы</i> базируются на обычных основных допущениях, принятых при расчете достаточно жестких сооружений (закон Гука, расчет по деформированной схеме, принцип сложения действия сил). <i>Приближенные методы</i> расчета, кроме обычных упрощений, используют дополнительные допущения, что обуславливает заметное отклонение от результатов точных методов расчета.</p> <p>По области работы материала различают расчет сооружений в <i>упругой стадии</i> и расчет сооружений <i>за пределом упругости</i>. По особенностям расчетных операций методы расчета можно разделить на <i>вычислительные</i> и <i>экспериментальные</i>.</p>	
<p>10.2. Алгоритм расчета статически неопределимых систем по методу сил</p>	<p>Независимо от особенностей рассматриваемой конструкции, можно выделить следующую последовательность расчета статически неопределимых систем методом сил:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определить степень статической неопределимости.</li> <li>2. Выбрать основную систему.</li> <li>3. Сформировать эквивалентную систему.</li> <li>4. Записать систему канонических уравнений.</li> <li>5. Построить единичные и грузовые эпюры внутренних силовых факторов, возникающих в элементах рассматриваемой конструкции.</li> <li>6. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены системы канонических уравнений.</li> <li>7. Построить суммарную единичную эпюру.</li> <li>8. Выполнить универсальную проверку коэффициентов при неизвестных и свободных членов.</li> <li>9. Решить систему канонических уравнений, т.е. определить реакции лишних связей.</li> <li>10. Построить эпюры возникающих внутренних силовых факторов для заданной системы (иначе говоря, окончательные эпюры).</li> <li>11. Выполнить статическую и кинематическую проверки.</li> </ol> <p>Отметим, что пункты 7, 8, 11 приведенного алгоритма не являются безусловно необходимыми, хотя и позволяют контролировать правильность выполнения расчета. А для систем с одной лишней связью пункты 7 и 8 просто лишены смысла, так как в этом случае суммарная единичная эпюра совпадает с единичной.</p>	<p>—</p>
<p>11. Динамические и периодические нагрузки</p>		
<p>11.1. Динамические задачи. Основные определения. Виды динамических нагрузок. Число степеней свободы</p>	<p><b>Динамическая нагрузка</b> – нагрузка, которая сопровождается ускорением частиц рассматриваемого тела или соприкасающихся с ним деталей. Динамическое нагружение возникает при приложении быстро возрастающих усилий или в случае ускоренного движения исследуемого тела. Во всех этих случаях необходимо учитывать силы инерции и возникающее движение масс системы.</p>	<p>—</p>

**Периодическая нагрузка** – это нагрузка, которая воздействует на сооружение через определенный период (причиной выступают различные механизмы: электродвигатели, металлообрабатывающие станки, вентиляторы и др.).

Если их вращающиеся части не уравновешены, то они вызывают **гармоническую нагрузку**.

Такие механизмы как поршневые компрессоры и насосы, штамповочные машины, дробилки приведут к возникновению **негармонической нагрузки**.

Виды динамических нагрузок

В свою очередь динамические нагрузки в зависимости от характера движения бывают также нескольких видов. Для строительных конструкций наиболее важными являются подвижные и ударные нагрузки:

#### **Подвижные нагрузки**

Это нагрузки, возникающие в результате перемещения некоего объекта по поверхности исследуемой конструкции (вдоль рассматриваемой оси элемента).

Например, автомобиль, проезжающий по мосту, создает подвижную нагрузку на элементы моста. При этом подвижная нагрузка будет зависеть не только от массы автомобиля, но и от его скорости и траектории движения. Например, при движении по окружности центробежная сила будет тем больше, чем больше скорость движения, потому улететь в кювет на плохой дороге на большой скорости - пара пустяков.

#### **Ударные нагрузки**

Это нагрузки, возникающие в момент соприкосновения перемещающегося объекта с поверхностью исследуемой конструкции (вдоль или поперек рассматриваемой оси элемента).

По площади приложения нагрузки делятся на сосредоточенные и распределенные.

Степенью свободы в динамике называют направление возможного независимого перемещения отдельной массы. В отличие от кинематического анализа в динамике учитывается еще и деформация элементов.

**Число динамических степеней свободы** ( $W_{дин}$ ) – это минимальное количество координат, требуемых для определения положения всех масс системы.

Если система состоит из бесконечного числа элементарных масс, то она имеет бесконечное число динамических степеней свободы. Следовательно, расчетная модель сооружения должна представлять собой систему с конечным числом сосредоточенных масс.

Массу сооружения располагают в точках, в которых расположены максимальные внешние нагрузки. Расположение этих точек можно узнать из условия равенства энергий всей системы и ее дискретной модели. Сосредоточенные массы, найденные таким образом, называются **приведенными массами**.

Приведенные массы плоской системы имеют три степени свободы (два перемещения и одно вращение). Если вращение массы не учитывать, получим **точечную массу**, число степеней свободы которой равно двум.

Примеры:

1. Шарнирно-опертая балка (рис. 1, а) состоит из бесконечного числа элементарных масс  $dm$ , положение которых определяют бесконечное число перемещений  $y(x)$  ( $W_{дин} = \infty$ ). Если массу балки сосредоточить в одной точке, положение этой массы  $m$  будет определять один параметр – перемещение  $y_m$  (рис. 1, б) ( $W_{дин} = 1$ ). Если массу балки сосредоточить в трех

точках, то положение масс  $m_1, m_2, m_3$  будут определять три параметра  $y_1, y_2, y_3$  (рис. 1, в) ( $W_{\text{дин}}=3$ ).

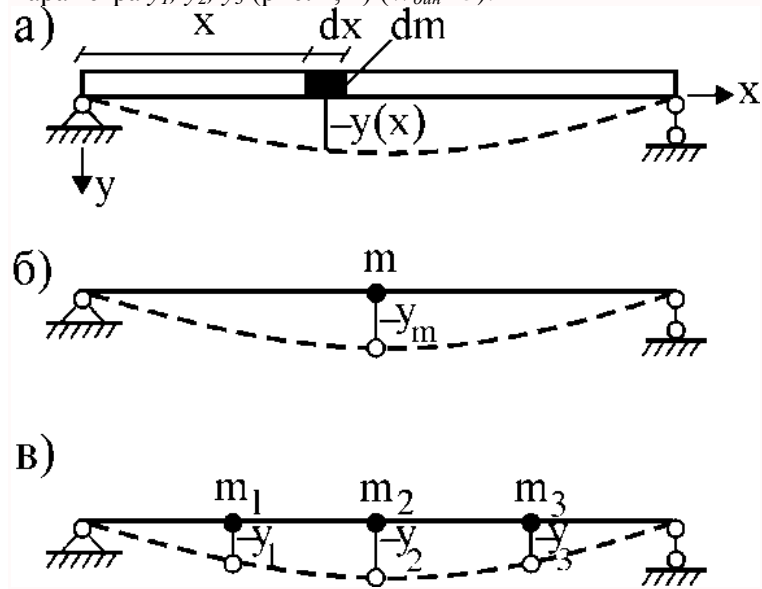


Рисунок 1. Шарнирно-опертая балка

2. Водонапорная башня (рис. 2, а) и одноэтажная рама (рис. 2, в). У них основные массы расположены сверху. Следовательно, их можно рассматривать как системы с одной точечной массой ( $W_{\text{дин}}=1$ ) (рис. 2, б, г).

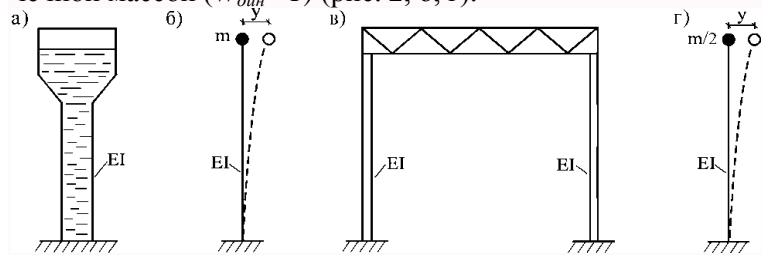


Рисунок 2. Башня и рама

3. Дымовую трубу с распределенной массой (рис. 3, а) следует рассматривать как систему с достаточно большим числом степеней свободы (рис. 3, б) и принять  $W_{\text{дин}}=n$ .

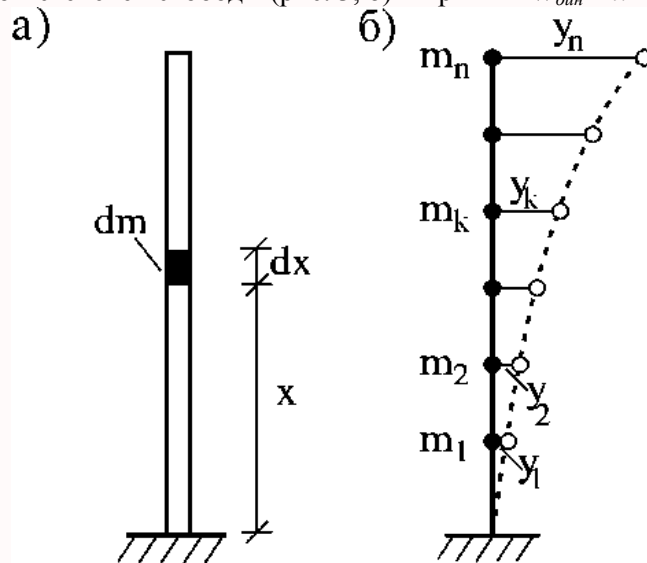


Рисунок 3. Труба

11.2. Колебания системы с одной степенью

Свободные колебания (собственные колебания) - колебания в любой колебательной системе, происходящие в от-

свободы. Коэффициент динамичности

сутствии внешнего воздействия.

Дифференциальное уравнение свободных колебаний системы с одной степенью свободы:

$$a\ddot{q} + b\dot{q} + cq = 0, \text{ где } a > 0; b \geq 0; c > 0.$$

$a$  - обобщенный коэффициент инерции;  $b$  - обобщенный коэффициент сопротивления;  $c$  - обобщенный коэффициент жесткости.

В случае если система консервативная, т.е.  $b=0$ , дифференциальное уравнение движения принимает форму:

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0, \text{ где } \omega^2 = c/a - \text{ круговая или циклическая частота.}$$

Запишем дифференциальное уравнение в виде:

$$q = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$$

$C_1$  и  $C_2$  - произвольные постоянные, которые мы определим из начальных условий: при  $t=0$   $q=q_0$ ,  $\dot{q}=\dot{q}_0$ .

$$\text{Отсюда } C_1=q_0; C_2=\dot{q}_0/\omega$$

Введем новые произвольные постоянные:

$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}; \alpha = \arctg \frac{C_1}{C_2}$$

и представим решение дифференциального уравнения в амплитудной форме:

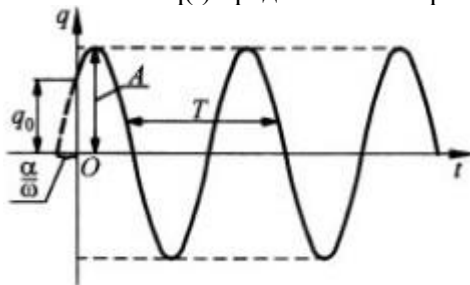
$$q = A \sin(\omega t + \alpha)$$

Амплитуда ( $A$ ) - наибольшее отклонение какой либо точки тела, совершающего колебания, от положения равновесия.

Произвольные постоянные  $A$  и  $\alpha$  выражаются через начальные условия следующим образом:

$$A = \sqrt{q_0^2 + \left(\frac{\dot{q}_0}{\omega}\right)^2}; \alpha = \arctg \frac{q_0 \omega}{\dot{q}_0}$$

Зависимость  $q(t)$  представлена на рисунке.



Гармонические колебания - колебания, при которых обобщенная координата изменяется во времени по закону синуса или косинуса.

Свободные колебания с одной степенью свободы являются гармоническими.

Характеристики гармонических колебаний:

$\omega$  - круговая, или циклическая частота, измеряемая в секундах в минус первой степени;

$\omega t + \alpha$  - фаза колебаний;

Фаза колебаний - физическая величина, при заданной амплитуде и коэффициенте затухания, определяющая состояние колебательной системы в любой момент времени, или проще: аргумент синуса.

$\alpha$  - начальная фаза колебаний;

$A$  - амплитуда колебаний;

$T$  - период колебаний - время в секундах, за которое

фаза колебаний изменится на  $2\pi$

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{a/c}$$

В инженерной практике используют величину, обратную периоду колебаний, называемую частотой колебаний

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

и измеряемую в герцах (Гц).

Круговая частота  $\omega$ , период колебаний  $T$  и частота  $\nu$  не зависят от начальных условий, поэтому их называют собственными характеристиками колебательной системы. Свойство независимости частоты и периода колебаний от начальных условий - свойство изохронности колебаний - связано с линейностью дифференциального уравнения и, следовательно, с допущением о малости колебаний.

*Коэффициент динамичности нагрузки* / ( учитывает возникновение в зацеплении колес дополнительных динамических нагрузок. Его величина зависит от погрешностей зубьев колес, окружной скорости, присоединенных масс и других причин.

*Коэффициент динамичности нагрузки*  $K_v$  учитывает динамические нагрузки, возникающие в зацеплении в результате неточностей изготовления деталей передачи, погрешностей зацепления, деформации зубьев, приводящих к непостоянству действительных значений мгновенного передаточного отношения. Величина  $K_v$  зависит от степени точности изготовления колес, вида передачи, твердости активных поверхностей зубьев и окружной скорости колес.

*Коэффициент динамичности нагрузки*  $K_v$  выбирают в зависимости от степени точности и скорости, коэффициент концентрации нагрузки  $K$  - так же, как для эвольвентных передач.

*Коэффициент динамичности нагрузки*  $K_\alpha$  зависит от точности изготовления передачи и от скорости скольжения.

$K_d$  - коэффициент динамичности нагрузки, равный  $1 - 1.2$ ; /  $S_r$  - коэффициент, зависящий от угла наклона зуба.

$S_d$  - коэффициент динамичности нагрузки, равный  $1 - 1.5$ ;  $K_\alpha$  - коэффициент, зависящий от угла наклона зуба.

$S_d$  - коэффициент динамичности нагрузки, равный  $1 - 1.2$ ;  $K_r$  - коэффициент, зависящий от угла наклона зуба.

$A_G D$  - коэффициент динамичности нагрузки, зависящий от окружной скорости и точности изготовления передачи; этот коэффициент приближенно отражает влияние неточностей зацепления на возникновение динамических нагрузок, а следовательно, и на возрастание напряжений в зубьях; /  $S_{kc}$  - коэффициент концентрации нагрузки, приближенно отражающий влияние на прочность зубьев неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий, происходящей за счет деформаций валов и зубчатых колес.

График зависимости коэффициента динамичности нагрузки  $K_G$  ( отношение величины максимальной мгновенной нагрузки на долото к ее среднему значению) от нагрузки на долото ( график 3) имеет вид ниспадающей скачкообразной кривой.

$K_d T_{max} / \Gamma$  - коэффициент динамичности нагрузки

(  $T_{max}$  - максимальный момент, действующий на, соединение, например, при пусках или торможении);  $K_{cm}$  - коэффициент, учитывающий неравномерность распределения

	<p>напряжений смятия по рабочим поверхностям зубьев.  <math>S_d</math> <math>G_{тах}</math> / <math>G</math> - коэффициент динамичности нагрузки  ( <math>G_{тах}</math> - максимальный момент, действующий на соединение, например, при пусках или торможении); <math>X_{см}</math> - коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряжений смятия по рабочим поверхностям зубьев.  Рекомендуемые в справочной литературе значения коэффициента динамичности нагрузки завышены и не подтверждаются опытом эксплуатации подшипников. С учетом этих значений существенно повышается приведенная нагрузка, а получающаяся при этом пониженная расчетная долговечность не отражает действительный срок работы подшипников.  <math>S_k</math> - коэффициент концентрации нагрузки; / <math>S_d</math> - коэффициент динамичности нагрузки.  <math>K</math> - коэффициент нагрузки; <math>K_{KиK_i}</math>; <math>K_{я}</math> - коэффициент динамичности нагрузки, зависящий от окружной скорости в зацеплении и степени точности изготовления колес; <math>K_k</math> - коэффициент концентрации нагрузки, учитывающий влияние неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий, возникающей в результате деформации валов и зубчатых колес; для цилиндрических передач, работающих при постоянной нагрузке и имеющих зубья, твердость поверхности которых около HB 350, коэффициент концентрации принимают равным 1; значения коэффициента для зубчатых колес, работающих при колебаниях (незначительных и значительных) нагрузки; <math>M_1</math>-номинальный крутящий момент, передаваемый шестерней, кгс-мм; <math>E</math> - модуль упругости, кгс / мм<sup>2</sup> ( для стали равен <math>(2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 2 \cdot 10^5)</math> 10 кгс / мм<sup>2</sup>; <math>i</math> - передаточное число; <math>i_{Zz} / Z_i</math>; при внутреннем зацеплении знак плюс в выражении <math>(t \cdot l)</math> заменить знаком минус; <math>D</math> - делительный диаметр шестерни, мм; <math>B</math> - ширина зубчатого венца, мм.</p>	
--	--	--

### 4.3. Лабораторные работы

Учебным планом не предусмотрено.

### 4.4. Практические занятия

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование тем практических занятий</i>	<i>Объем (час.)</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	2.	Определение геометрических характеристик поперечных сечений стержней.	1	Работа в малых группах (0,5 часа)
2	3.	Расчет сжатых элементов.	1	Работа в малых группах (0,5 часа)
3	5.	Расчет изгибаемых элементов.	3	Работа в малых группах (0,5 часа)
4	7.	Расчет сжатого элемента с учетом устойчивости.	1	Работа в малых группах (0,5 часа)

5	8.	Расчет статически определимой многопролетной балки.	1	Работа в малых группах (0,5 часа)
6	8.	Расчет плоской статически определимой рамы.	1	Работа в малых группах (0,5 часа)
7	8.	Расчет плоской статически определимой фермы.	1	Работа в малых группах (0,5 часа)
8	9.	Определение перемещений в статически определимой системе от силового воздействия.	1	Работа в малых группах (0,5 часа)
9	10.	Расчет неразрезных балок	2	-
<b>ИТОГО</b>			<b>12</b>	<b>4</b>

#### 4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа, РГР

**Цель:** Освоение практических навыков решения задач по технической механике.

**Структура:**

работа должна содержать: титульный лист, исходные данные для расчета, расчетные схемы, типовой расчет заданных конструкций, эпюры внутренних усилий, расчет на прочность, жесткость и устойчивость, подбор сечений, список использованных источников.

**Основная тематика:** расчет статически определимых систем: определение внутренних усилий, подбор сечений. Расчет на прочность, жесткость и устойчивость.

**Рекомендуемый объем:** контрольная работа (РГР) выполняется в виде пояснительной записки объемом 10-12 страниц формата А4.

Выдача задания, прием контрольной работы проводится в соответствии с календарным учебным планом.

Оценка	Критерии оценки контрольной работы (РГР)
зачтено	Ставится обучающемуся, который в срок, в полном объеме и на высоком уровне выполнил контрольную работу (РГР); обучающийся умеет применять теоретические знания основной и дополнительной литературы; тема, заявленная в работе раскрыта полностью; все выводы подтверждены расчетами; отчет подготовлен в соответствии с предъявляемыми требованиями; при защите обучающийся успешно отвечает более чем на 80% заданных вопросов; знает основные положения и расчетные методы, используемые в механике, на которых базируется изучение курсов всех строительных конструкций; умеет грамотно составлять расчетные схемы, определять теоретически и экспериментально внутренние усилия, напряжения, деформации и перемещения, подбирать необходимые размеры сечений стержней из условий прочности, жесткости и устойчивости; владеет основными современными методами постановки, исследования и решения задач механики; способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат; показывает знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности.
не зачтено	допущены существенные недостатки в оформлении контрольной работы (РГР): имеются отступления от содержания работы; не раскрыты тема; изложение материала поверхностно, отсутствуют выводы; общая безграмотность текста, неумение пользоваться профессиональной терминологией; обучающийся допускал арифметические ошибки в работе; не способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, не привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат; не показывает знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности; не знает основные положения и расчетные методы, используемые в механике, на которых базируется изучение курсов всех строительных конструкций; не умеет грамотно составлять расчетные схемы, определять теоретически и экспериментально

	внутренние усилия, напряжения, деформации и перемещения, подбирать необходимые размеры сечений стержней из условий прочности, жесткости и устойчивости; не владеет основными современными методами постановки, исследования и решения задач механики.
--	---



**5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

<i>Компетенции</i>  <i>№, наименование разделов дисциплины</i>	<i>Кол- во часов</i>	<i>Компетенции</i>		<i>Σ комп.</i>	<i>tcp, час</i>	<i>Вид учебной работы</i>	<i>Оценка результатов</i>
		<i>ОПК- 2</i>	<i>ПК- 13</i>				
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>1.</b> Основные понятия. Задачи и методы технической механики	10,5	+	+	2	5,25	лекция, СРС	зачет, экзамен
<b>2.</b> Геометрические характеристики поперечных сечений стержней	15,5	+	+	2	7,75	лекция, практ. зан., СРС	зачет, экзамен
<b>3.</b> Центральное растяжение и сжатие	21,75	+	+	2	10,875	лекция, практ. зан., СРС	кр, зачет, экзамен
<b>4.</b> Двухосное напряженное состояние	21,75	+	+	2	10,875	лекция, СРС	зачет, экзамен
<b>5.</b> Изгиб	32	+	+	2	16	лекция, практ. зан., СРС	кр, зачет, экзамен
<b>6.</b> Сложное сопротивление	14,5	+	+	2	7,25	лекция, СРС	зачет, экзамен
<b>7.</b> Устойчивость сжатых стержней	13,5	+	+	2	6,75	лекция, практ. зан., СРС	кр, зачет, экзамен
<b>8.</b> Системы статически определимые и неопределимые	30,75	+	+	2	15,375	лекция, практ. зан., СРС	кр, ргр, ргр, экзамен
<b>9.</b> Определение перемещений в статически определимых стержневых системах	14,5	+	+	2	7,25	лекция, практ. зан., СРС	экзамен
<b>10.</b> Расчет статически неопределимых стержневых систем с помощью метода сил	15,75	+	+	2	7,875	лекция, практ. зан., СРС	экзамен
<b>11.</b> Динамические и периодические нагрузки	12,5	+	+	2	6,25	лекция, СРС	экзамен
<b><i>всего часов</i></b>	<b>203</b>	<b>101,5</b>	<b>101,5</b>	<b>2</b>	<b>101,5</b>	<b>-</b>	<b>-</b>

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Дудина, И. В. Техническая механика: методические указания. Ч.1 / И. В. Дудина, Н. Е. Вихрева. - Братск: БрГУ, 2014. - 65 с. Рекомендации для самостоятельной работы – стр. 4-65.

2. Коваленко, Г. В. Примеры расчета плоских стержневых систем: учебно-методическое пособие / Г. В. Коваленко, И. В. Дудина. - Братск: БрГУ, 2014. - 126 с. Рекомендации для самостоятельной работы – стр. 4-14.

3. Коваленко, Г. В. Строительная механика: методические указания и контрольные задания / Г. В. Коваленко, И. В. Дудина. - Братск: БрГУ, 2013. - 35 с. Рекомендации для самостоятельной работы – стр. 7-11.

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	<i>Наименование издания</i>	<i>Вид занятия (Лк, ПЗ, СР, кр, РГР)</i>	<i>Количество экземпляров в библиотеке, шт.</i>	<i>Обеспеченность, экз./чел.</i>
1	2	3	4	5
<b>Основная литература</b>				
1.	Андреев, В. И. Техническая механика для студентов строительных вузов и факультетов: учебник / В. И. Андреев, А. Г. Паушкин, А. Н. Леонтьев. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : АСВ, 2013. - 256 с.	Лк, ПЗ, кр, РГР, СР	40	1
2.	Вронская, Е.С. Техническая механика : учебное пособие / Е.С. Вронская, А.К. Синельник. - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2010. - 344 с. <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=143646">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=143646</a>	Лк, ПЗ, кр, РГР, СР	ЭР	1
<b>Дополнительная литература</b>				
3.	Дудина, И. В. Техническая механика: методические указания. Ч.1 / И. В. Дудина, Н. Е. Вихрева. - Братск: БрГУ, 2014. - 65 с.	Лк, кр, СР	99	1
4.	Коваленко, Г. В. Примеры расчета плоских стержневых систем: учебно-методическое пособие / Г. В. Коваленко, И. В. Дудина. - Братск: БрГУ, 2014. - 126 с.	Лк, ПЗ, кр, РГР, СР	48	1
5.	Коваленко, Г. В. Строительная механика: методические указания и контрольные задания / Г. В. Коваленко, И. В. Дудина. - Братск: БрГУ, 2013. - 35 с.	РГР, СР	141	1
6.	Михайлов, А. М. Сопротивление материалов: учебник для вузов / А. М. Михайлов. - М.: Академия, 2009. - 448 с.	Лк, ПЗ, кр, РГР, СР	50	1
7.	Александров, А. В. Сопротивление материалов : учебник для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. - 7-е изд., стереотип. - Москва : Высшая школа, 2009. - 560 с.	Лк, ПЗ, кр, РГР, СР	30	1
8.	Сопротивление материалов: учеб. пособие / Под ред. Н. А. Костенко. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2007. - 488 с.	Лк, ПЗ, кр, РГР, СР	205	1
9.	Ахметзянов, М. Х. Сопротивление материалов: учебник для вузов / М. Х. Ахметзянов, П. В. Грес, И. Б. Лазарев. - М.: Высшая школа, 2007. - 334 с.	Лк, ПЗ, кр, РГР, СР	20	1

## 8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО - ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Электронный каталог библиотеки БрГУ  
[http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r\\_15/cgiirbis\\_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=](http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=).
2. Электронная библиотека БрГУ  
<http://ecat.brstu.ru/catalog> .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»  
<http://biblioclub.ru> .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»  
<http://e.lanbook.com> .
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"  
<http://window.edu.ru> .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru> .
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)  
<https://uisrussia.msu.ru/> .
8. Национальная электронная библиотека НЭБ  
<http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search/> .

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для освоения обучающимися дисциплины и достижения запланированных результатов обучения, учебным планом предусмотрены практические занятия, самостоятельная работа, подготовка и защита контрольной работы и расчетно-графических работ.

В условиях рейтинговой системы контроля результаты текущего оценивания студента используются как показатель его текущего рейтинга.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению дисциплины. Внутренняя установка обучающегося на самостоятельную работу делает его учебную деятельность целеустремленным, активным и творческим процессом, насыщенным личностным смыслом обязательных достижений. Обучающийся, пользуясь рабочей программой, основной и дополнительной литературой, сам организует процесс познания. В этой ситуации преподаватель лишь опосредованно управляет его деятельностью.

Самостоятельная работа способствует сознательному усвоению, углублению и расширению теоретических знаний; формируются необходимые профессиональные умения и навыки и совершенствуются имеющиеся; происходит более глубокое осмысление методов научного познания конкретной науки, овладение необходимыми умениями творческого познания.

Основными формами такой работы являются:

- конспектирование лекций и прочитанного источника;
- проработка материалов прослушанной лекции;
- самостоятельное изучение программных вопросов, указанных преподавателем на лекциях и выполнение домашних заданий;
- формулирование тезисов;
- обзор и обобщение литературы по интересующему вопросу;
- подготовка к практическим занятиям, зачету и экзамену;
- подготовка и защита контрольной работы и расчетно-графических работ.

## 9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ

**Практическое занятие №1** – Определение геометрических характеристик поперечных сечений стержней.

Цель работы: научиться определять геометрические характеристики поперечных сечений стержней.

Задание: для заданного поперечного сечения определить его центр тяжести и геометрические характеристики - площадь, момент сопротивления, момент инерции, статический момент, радиус инерции относительно центральных осей.

Порядок выполнения: Определить положение центра тяжести ( $x_c$  и  $y_c$ ) таврового сечения (рис.1), имеющего размеры:  $h = 60$  см,  $v = 20$  см,  $B = 50$  см,  $t = 8$  см, и геометрические характеристики сечения относительно центральных осей  $x$  и  $y$  ( $A$ ,  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $i_x$ ,  $i_y$ ).

Решение:

**Центр тяжести** - это точка, через которую проходит линия действия равнодействующей сил веса всех частиц тела при любой ориентации тела.

Сечение симметрично относительно оси  $y$ , следовательно, центр тяжести лежит на этой оси, т.е.  $x_c = 0$  и остается найти координаты  $y_c$ .

Разбиваем фигуру на два прямоугольника: вертикальный, площадью  $A_1$ :  $A_1 = v \cdot h = 20 \cdot 60 = 1200$  см<sup>2</sup> и горизонтальный, площадью  $A_2$ :  $A_2 = B \cdot t = 50 \cdot 8 = 400$  см<sup>2</sup>

За начальную ось отсчета принимаем центральную ось вертикального прямоугольника  $x_1$ .

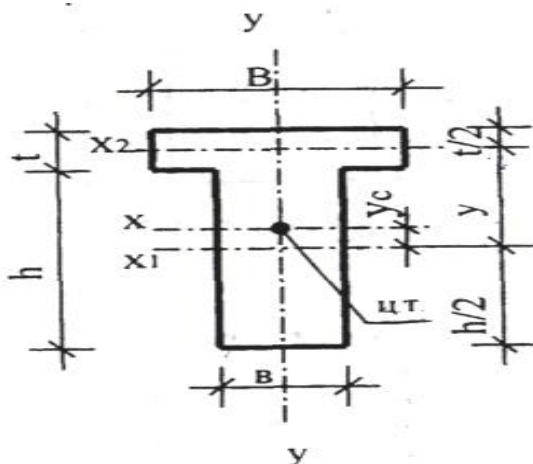


Рис.1. Тавровое сечение элемента

Тогда статический момент его площади  $S_{1x_1} = 0$ .

Статический момент площади горизонтального прямоугольника

$$S_{1x_2} = A_2 \cdot y = B \cdot t \cdot \left( \frac{h}{2} + \frac{t}{2} \right) = 50 \cdot 8 \cdot \left( \frac{60}{2} + \frac{8}{2} \right) = 13600 \text{ см}^3.$$

Координата центра тяжести всего сечения

$$y_c = \frac{\sum S_{x_1}}{\sum A} = \frac{S_{1x_1} + S_{2x_2}}{A_1 + A_2} = \frac{0 + 13600}{1200 + 400} = 8,5 \text{ см}$$

Положительное значение свидетельствует о том, что центр тяжести лежит выше оси  $x_1$ . Заметим, что отсчет можно вести и от центральной оси горизонтального прямоугольника  $x_2$ , в этом случае  $S_{2x_2} = 0$  и координата центра тяжести получилась бы отрицательной. Принимать за начальную любую другую ось нерационально вследствие увеличения объема вычислений.

**Момент инерции площади всего сечения относительно оси x:**

$$J_x = J_{1x} + J_{2x},$$

где  $J_{1x}$  - момент инерции площади сечения вертикального прямоугольника относительно указанной оси;  $J_{2x}$  - момент инерции площади сечения горизонтального прямоугольника относительно указанной оси.

Момент инерции площади сечения вертикального прямоугольника:

$$J_{1x} = J_{1x_1} + A_1 \cdot a_1^2,$$

где  $J_{1x_1}$  - момент инерции вертикального прямоугольника относительно собственной оси  $x_1$ ;  $a_1 = y_c = 8,5$  см - расстояние между осями  $x$  и  $x_1$ .

$$J_{1x} = \frac{b \cdot h^3}{12} + A_1 \cdot a_1^2 = \frac{20 \cdot 60^3}{12} + 1200 \cdot 8,5^2 = 360000 + 86700 = 446700 \text{ см}^2$$

Момент инерции площади сечения горизонтального прямоугольника:

$$J_{2x} = J_{2x_2} + A_2 \cdot a_2^2,$$

где  $J_{2x_2}$  - момент инерции горизонтального прямоугольника относительно собственной оси  $x_2$ .

$$a_2 = y - y_c = \frac{h}{2} + \frac{t}{2} - y_c = \frac{60}{2} + \frac{8}{2} - 8,5 = 25,5 \text{ см} - \text{расстояние между осями } x \text{ и } x_2.$$

$$J_{2x} = \frac{B \cdot t^3}{12} + A_2 \cdot a_2^2 = \frac{50 \cdot 8^3}{12} + 400 \cdot 25,5^2 = 2133 + 260100 = 262233 \text{ см}^2$$

Определение момента инерции относительно оси  $y$  проще, поскольку эта ось является центральной и для горизонтального и для вертикального прямоугольника, вследствие чего отпадает необходимость использования формулы перехода при параллельном переносе осей.

**Момент инерции площади всего сечения относительно оси y:**

$$J_y = J_{1y} + J_{2y} = \frac{h \cdot b^3}{12} + \frac{t \cdot B^3}{12} = \frac{60 \cdot 20^3}{12} + \frac{8 \cdot 50^3}{12} = 40000 + 83333 = 123333 \text{ см}^4$$

**Моменты сопротивления сечения относительно осей  $x$  и  $y$ :** определяются:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{J_y}{x_{\max}},$$

где  $y_{\max}$  и  $x_{\max}$  - это расстояние от соответствующей оси до наиболее удаленного волокна (точки сечения):

$$y_{\max} = \frac{h}{2} + y_c = \frac{60}{2} + 8,5 = 38,5 \text{ см},$$

$$x_{\max} = \frac{B}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ см},$$

$$W_x = \frac{708933}{38,5} = 18414 \text{ см}^3$$

Тогда

$$W_y = \frac{123333}{25} = 4933 \text{ см}^3$$

**Радиусы инерции сечения относительно осей  $x$  и  $y$**  определяются по формулам

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad \text{и} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}},$$

где  $A = A_1 + A_2 = 1200 + 400 = 1600 \text{ см}^2$  - площадь всего сечения.

Тогда

$$i_x = \sqrt{\frac{708933}{1600}} = 21 \text{ см},$$

$$i_y = \sqrt{\frac{123333}{1600}} = 8,78 \text{ см}.$$

Форма отчетности: решение задач в ученической тетради.

Задания для самостоятельной работы:

1) Найти положения центра тяжести фигуры, имеющей форму тавра (рис.2.):

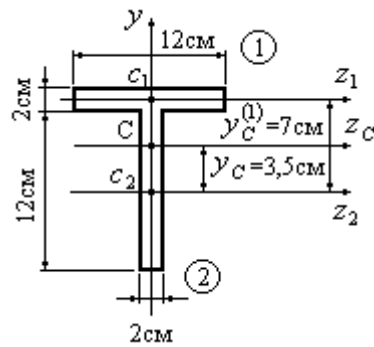


Рис.2.

2) Определить момент инерции сечения, показанного на рис. 3, относительно оси симметрии,  $a=10$  см.

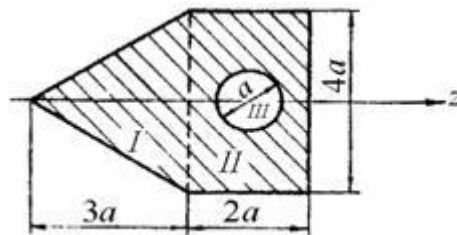


Рис.3.

3) Определить момент инерции симметричного сечения, показанного на рис. 4, относительно вертикальной оси симметрии  $y$ . Двутавр №10 (ГОСТ 8239-56). Швеллер №5 (ГОСТ 8240-56).

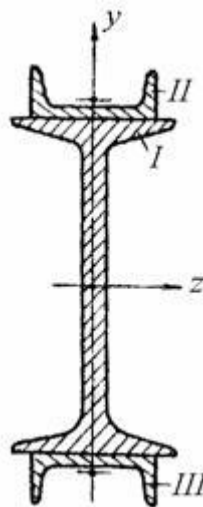


Рис.4.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
Проработка лекционного материала.

Рекомендуемые источники:

1. ГОСТ 8239-56. Сталь прокатная. Балки двутавровые.
2. ГОСТ 8240-56. Сталь прокатная. Швеллеры.

Основная литература:

№ 1,2 согласно раздела 7

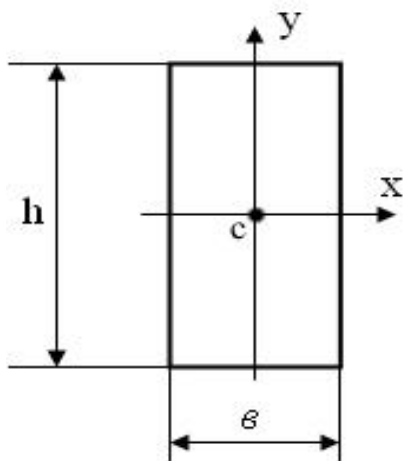
Дополнительная литература:

№ 3, 6-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

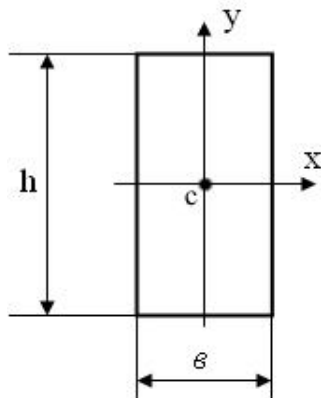
1. Геометрические характеристики сечений. Формулы для расчета прямоугольного сечения.

2. Момент инерции прямоугольного сечения относительно оси x определяется по формуле:  $J_x = \frac{bh^3}{12}$ . Если ширина  $b$  увеличится в 2 раза, момент инерции  $J_x$  увеличится в ... раз.



- 1) 6
- 2) 2
- 3) 8
- 4) 4

3. Момент инерции прямоугольника увеличится в ... раз, если размер  $h$  увеличить в 2 раза.



- 1) 2
- 2) 8
- 3) 4
- 4) 16

**Практическое занятие №2** – Расчет сжатых элементов.

Цель работы: научиться строить эпюры продольных сил и эпюры нормальных напряжений в сжатых (растянутых) элементах.

Задание: для вертикального стержня, необходимо:

- 1. Построить эпюру продольной силы;
- 2. Построить эпюру нормальных напряжений.

Порядок выполнения:

Определить значения продольной силы на участках a, b, c бруса, нагруженного силами  $P_1=50$  кН,  $P_2=30$  кН,  $P_3=80$  кН и построить эпюру продольных сил.

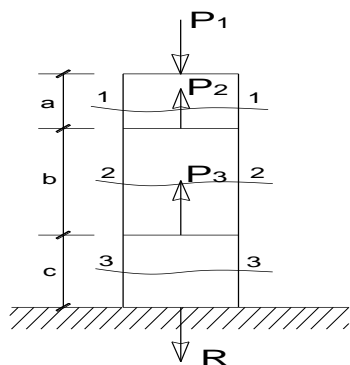


Рис.1. Расчетная схема заземленного бруса

Расчет заземленного бруса целесообразно начинать со свободного конца, т.к. при этом отпадает необходимость в определении реакций заделки.

Для данного бруса выделяется 3 силовых участка (от силы до силы), следовательно проводим 3 сквозных сечения: 1-1; 2-2; 3-3. Определяем в них продольные силы и строим эпюру  $N$ .

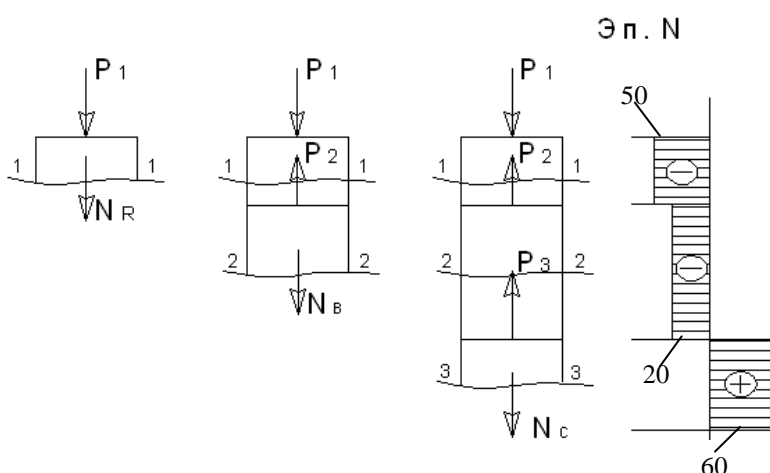


Рис.2. Построение эпюры  $N$  в заземленном брус

Форма отчетности: контрольная работа

Задания для самостоятельной работы:

Для вертикального стержня, необходимо:

- 1) Построить эпюру продольной силы;
- 2) Построить эпюру нормальных напряжений.

Площадь поперечного сечения узкого участка  $A = 0,2 \text{ м}^2$ , широкого участка  $2A$ .

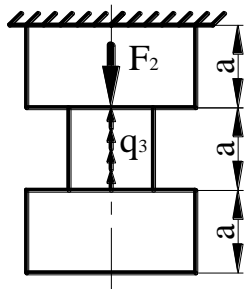


Рис. 3

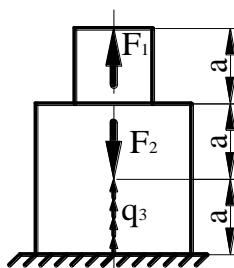


Рис.4

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

Проработка лекционного материала.

Основная литература:



Основная литература:

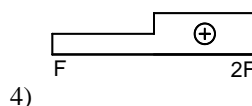
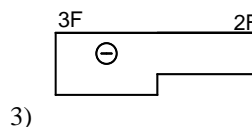
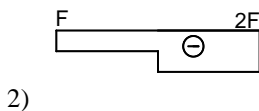
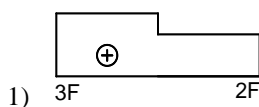
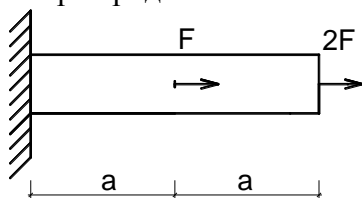
№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

№ 6-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Сущность метода сечений.
2. Виды напряжений, их обозначения, единицы измерения.
3. Формулы для расчета напряжений при сжатии (растяжении).
4. Какое внутреннее усилие возникает при растяжении (сжатии)?
  - 1) изгибающий момент
  - 2) поперечная сила
  - 3) продольная сила
5. Эпюра продольных сил изображена на схеме:



**Практическое занятие №3** – Расчет изгибаемых элементов.

Цель работы: научиться строить эпюры внутренних усилий в балках, подбирать сечение.

Задание: для заданной балки требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов  $M$  и поперечных сил  $Q$ ;
2. Подобрать для варианта стальной прокатной балки двутавровое сечение;
3. Выполнить проверку прочности балки.

Порядок выполнения:

Построить эпюры  $Q$  и  $M$  в стальной балке. Подобрать сечение балки из прокатного двутавра.

Дано:  $P=10$  кН,  $M=20$  кН\*м,  $q=10$  кН/м,  $R=210$  МПа

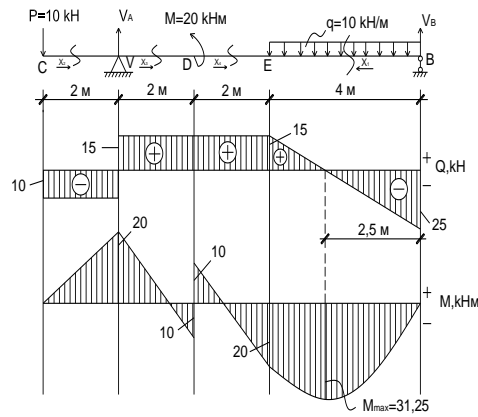


Рис. 1. Построение эпю Q и M в балке

1. Определить опорные реакции:

$$\sum M_A = 0$$

$$-P \cdot 2 - M + q \cdot 4 \cdot 6 - V_B \cdot 8 = 0 \Rightarrow V_B = 25 \text{ kH}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$-P \cdot 10 + V_A \cdot 8 - M - q \cdot 4 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_A = 25 \text{ kH}$$

Проверка:  $\sum y = 0$

$$-P + V_A - q \cdot 4 + V_B = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow \text{верно}$$

2. Строим эп Q и M

Участок BE:  $0 \leq X_1 \leq 4$

$$Q = -V_B + qx$$

$$-V_B + qx = 0 \Rightarrow x = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ м}$$

$$x = 2,5 \text{ м} \Rightarrow M_{\max} = V_B X_1 - q \frac{X_1^2}{2} = 25 \cdot 2,5 - 10 \cdot \frac{2,5^2}{2} = 31,25 \text{ кНм}$$

Участок СА:  $0 \leq X_2 \leq 2$

$$Q = -P = -10 \text{ кН}$$

$$M = -P X_2$$

$$x_2 = 0 \quad M_C = 0$$

$$x_2 = 2 \quad M_A = -20 \text{ кНм}$$

Участок АД:  $0 \leq X_3 \leq 2$

$$Q = -P + V_A = 15 \text{ кН}$$

$$M = V_A X_3 - P(2 + X_3)$$

$$x_3 = 0 \quad M_A = -20 \text{ кНм}$$

$$x_3 = 2 \quad M_D = 10 \text{ кНм}$$

Участок ДЕ:  $0 \leq X_4 \leq 2$

$$Q = -P + V_A = 15 \text{ кН}$$

$$M = -P(4 + X_4) + V_A(2 + X_4) - M$$

$$x_4 = 0 \quad M_D = -10 \text{ кНм}$$

$$x_4 = 2 \quad M_E = 20 \text{ кНм}$$

3. Подбор сечения балки

N двутавра соответствует высоте в см.

Прочность сечения по нормальным напряжениям (на изгиб) обеспечена, если:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} \leq R,$$

где  $W$  – момент сопротивления сечения,  $\text{см}^3$

Она неизвестна.

$$W_{\text{тр}} = \frac{M_{\max}}{R} = \frac{31,25 \cdot 100}{210 \cdot 0,1} = 148,81 \text{ см}^3$$

Подбираем по таблице сортамента прокатных двутавров I N18a ( $W_X = 159 \text{ см}^3 > W_{\text{тр}}$ ;  $J_X = 1430 \text{ см}^4$ ;  $S_X = 89,8 \text{ см}^3$ ;  $d = 0,51 \text{ см}$ ;  $h = 18 \text{ см}$ ;  $b = 10 \text{ см}$ ).

$$\sigma = \frac{31,25 \cdot 100 \text{ кН} \cdot \text{см}}{159 \text{ см}^3} = 19,65 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} < R = 210 \text{ МПа} = 21 \text{ кН/см}^2$$

4. Проверка прочности сечения по касательным напряжениям  $\tau$  (на срез):

$$\tau = \frac{Q_{max} \cdot S_x}{J_x \cdot d} \leq R_{ср} - \text{расчетное сопротивление стали срезу}$$

$$R_{ср} = 0,58 \cdot R = 0,58 \cdot 21 = 12,18 \text{ кН/см}^2$$

$$\tau = \frac{25 \text{ кН} \cdot 89,8 \text{ см}^3}{1430 \text{ см}^4 \cdot 0,51 \text{ см}} = 3,08 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} < 12,18 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \Rightarrow$$

Прочность сечения балки обеспечена.

Принимаем балку двутаврового сечения I N18a.

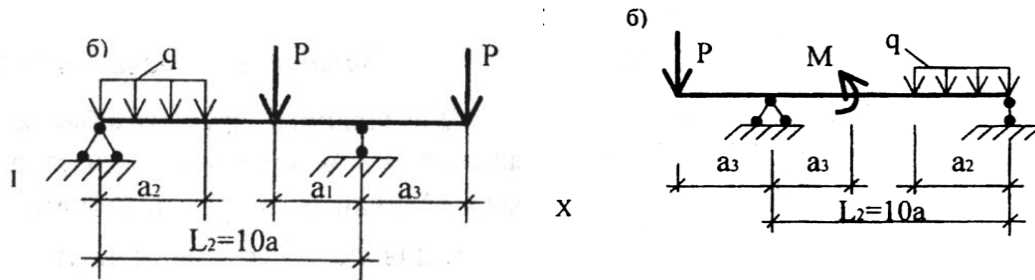
Форма отчетности: контрольная работа

Задания для самостоятельной работы:

Расчетное сопротивление стали:  $R=210 \text{ МПа}$ .

Исходные данные для расчета статически определимой однопролетной балки

Схема	Пролет балки, м	Расстояние в долях пролета			Изгибающий момент M, кНм	Сосредоточенная сила P, кН	Распределенная нагрузка q, кН/м
		$a_1/a$	$a_2/a$	$a_3/a$			
I	8	1	9	1	10	10	10
X	10	10	10	5	15	15	15



Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
Проработка лекционного материала.

Рекомендуемые источники:

- ГОСТ 8239-89. Двутавры стальные горячекатаные.
- СП 16.13330.2011. Стальные конструкции. – М.: 2011.

Основная литература:

№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

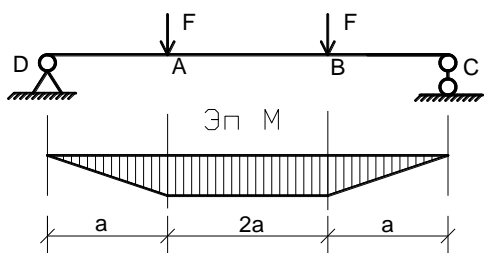
№ 3, 6-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

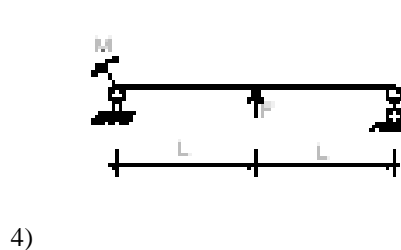
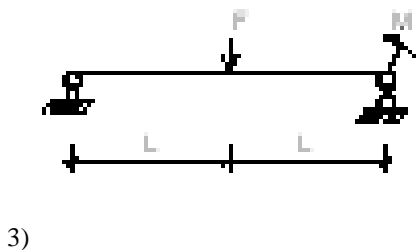
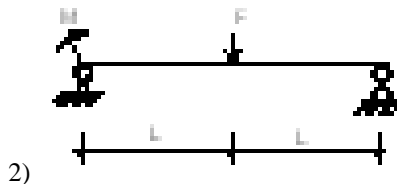
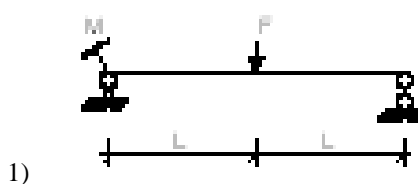
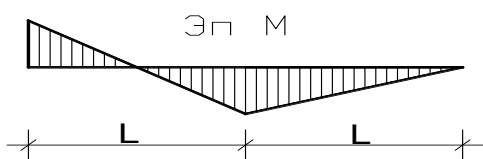
- Что понимают под эпюрой внутренних силовых факторов?
- Формулы для расчета напряжений при изгибе.

3. Правила знаков для поперечной силы и изгибающего момента.

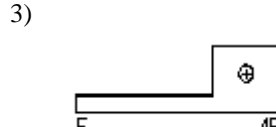
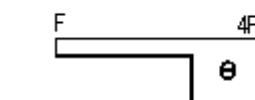
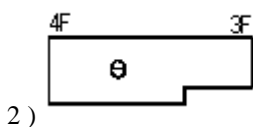
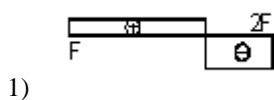
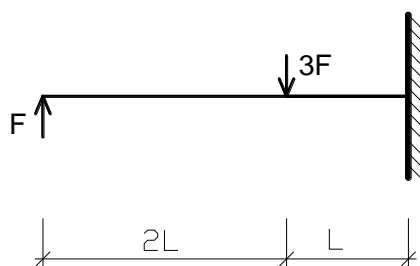
4. На участке АВ имеет место ..... изгиб.



5. Данная Эп. М соответствует балке:



6. Эп. Q соответствует балке:



**Практическое занятие №4** – Расчет сжатого элемента с учетом устойчивости.

Цель работы: научиться подбирать сечение центрально-сжатой стойки.

Задание: подобрать сечение деревянной стойки.

Порядок выполнения:

Подобрать сечение центрально-сжатой деревянной стойки квадратного сечения (рис.1).

$$P = 200 \text{ кН}$$

$$l = 3 \text{ м} - \text{высота стойки}$$

$$R_c = 12 \text{ МПа} = 1,2 \text{ кН/см}^2 - \text{расчетное сопротивление древесины сжатию}$$

$$\lambda_{пр.} = 120 - \text{предельная гибкость для стоек}$$

$\mu = 0,7$  - коэффициент приведения, зависящий от способа закрепления концов стержня.

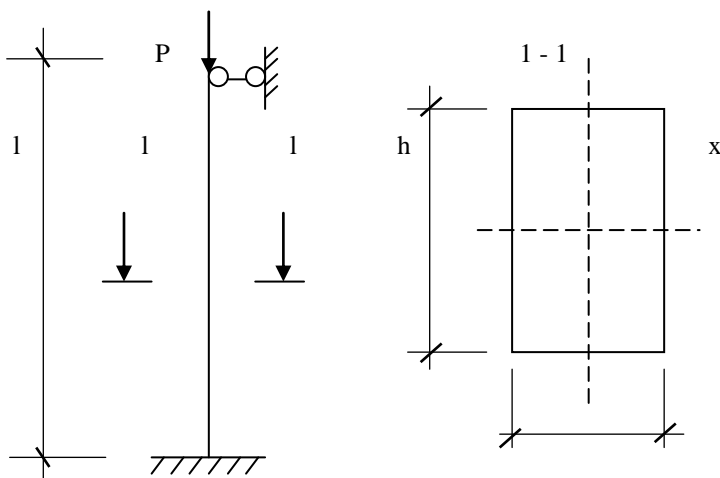


Рис. 1. Расчётная схема и поперечное сечение центрально-сжатой стойки

Решение

Подбор сечения производится методом последовательных приближений.

1-ое приближение:

1) Задается гибкостью  $\lambda_0 = 60 < \lambda_{пр.} = 120$  и

$$\lambda_0 = 60 < 70$$

(по СНиП II – 25 – 80 «Деревянные конструкции»)

Коэффициент продольного изгиба:

$$\varphi_0 = 1 - 0,8 \left( \frac{\lambda_0}{100} \right)^2 = 1 - 0,8 \left( \frac{60}{100} \right)^2 = 0,712$$

Если  $\lambda$  принимать  $>70$ , то  $\varphi = \frac{3000}{\lambda^2}$

2) Расчет прочности сжатых стержней с учетом устойчивости производится по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_0 \cdot A} \leq R_c \Rightarrow A_{\text{треб}} = \frac{N}{\varphi_0 \cdot R_c} = \frac{200 \text{ кН}}{0,712 \cdot 1,2} = 234,08 \text{ см}^2$$
$$\Rightarrow h = b = \sqrt{234,08} = 15,3 \text{ см} \text{ принимаем } 16 \text{ см} \Rightarrow$$
$$A = 256 \text{ см}^2$$

Момент инерции сечения:

$$I = \frac{b^4}{12} = \frac{16^4}{12} = 5461,33 \text{ см}^4$$

Радиус инерции сечения:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{5461,33 \text{ см}^4}{256 \text{ см}^2}} = 4,62 \text{ см}$$

Уточняем гибкость стержня:

$$\lambda_1 = \frac{l_0}{i},$$

где  $l_0 = \mu \cdot l = 0,7 \cdot 3 = 2,1 \text{ м}$  – расчетная длина стойки

$$\lambda_1 = \frac{2,1 \cdot 100 \text{ см}}{4,62 \text{ см}} = 45,45$$

Значение фактической гибкости  $\lambda_1$  намного отличается от значения  $\lambda_0 = 60$  принятого в первом приближении, т.е.  $(\lambda_0 - \lambda_1) > 5 \Rightarrow$  делаем перерасчет.

3) 2-е приближение:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_0 + \lambda_1}{2} = \frac{60 + 45,45}{2} = 52,73 < 70$$

Повторяем расчетный цикл:

$$\varphi_2 = 1 - 0,8 \cdot \left(\frac{\lambda_2}{100}\right)^2 = 1 - 0,8 \cdot \left(\frac{52,73}{100}\right)^2 = 0,78$$

$$A_{\text{треб}} = \frac{N(P)}{\varphi_2 \cdot R_c} = \frac{200}{0,78 \cdot 1,2} = 213,68 \text{ см}^2 \Rightarrow$$

$$h = b = \sqrt{213,68} = 14,62 \text{ см}$$

принимаем

$$h = b = 15 \text{ см} \Rightarrow A = 225 \text{ см}^2$$

$$I = \frac{b^4}{12} = \frac{15^4}{12} = 4218,75 \text{ см}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{4218,75}{225}} = 4,33 \text{ см}$$

Уточняем гибкость:

$$\lambda_3 = \frac{210}{4,33} = 48,5$$

$(\lambda_2 - \lambda_3) < 5 \Rightarrow$  отличие незначительное  $\Rightarrow$  принимаем сечение стойки, подобранное во 2

-ом приближении  $b=15 \text{ см}$ ,

$$A=225 \text{ см}^2, \lambda_3=48,5.$$

4) Проверяем устойчивость стойки:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot A} \leq R_c$$

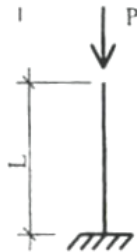
$$\varphi = 1 - 0,8 \cdot \left(\frac{\lambda_3}{100}\right)^2 = 1 - 0,8 \cdot \left(\frac{48,5}{100}\right)^2 = 0,812$$

$$\sigma = \frac{200}{0,812 \cdot 225} = 1,095 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} < R_c = 1,2 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$\Rightarrow$  устойчивость центрально сжатой стойки квадратного сечения со стороной 15 см обеспечена.

Форма отчетности: контрольная работа

Задания для самостоятельной работы:  $P=200 \text{ кН}$ ,  $L=2,1 \text{ м}$ ,  $\mu = 2$



Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
Проработка лекционного материала.

Рекомендуемые источники:

1. СП 64.13330.2011. Деревянные конструкции. – М.: 2011.

Основная литература:

№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

№ 3, 6-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Метод последовательных приближений при расчете сжатых элементов.

2. Способность конструкции сохранять первоначальную форму равновесия – это...

- 1) жесткость
- 2) прочность
- 3) устойчивость

3. Коэффициент  $\varphi$  при расчёте на устойчивость представляет собой коэффициент ...

- 1) продольного изгиба
- 2) продольно-поперечного изгиба
- 3) приведённой длины

4. Коэффициент  $\varphi$  зависит от ...

- 1) гибкости  $\lambda$  и материала
- 2) коэффициента  $\mu$  и модуля  $E$
- 3) радиуса инерции сечения  $i$
- 4) площади поперечного сечения  $A$

5. Сечения стержня при расчете на устойчивость подбираются методом .....

Практическое занятие №5 – Расчет статически определимой многопролетной балки.

Задание: для заданной балки требуется:

1. Построить поэтажную схему;
2. Построить эпюры изгибающих моментов  $M$  и поперечных сил  $Q$ ;
3. Подобрать для варианта стальной прокатной балки двутавровое сечение;
4. Выполнить проверку прочности балки.

Порядок выполнения:

Расчету балки должно предшествовать построение ее «поэтажной» схемы (рис.1, а–в). Для этого мысленно удаляют шарниры, соединяющие балки между собой. Те балки, которые способны самостоятельно нести нагрузку (жестко заземленные или имеющие две наземные опоры) будут главными балками (основными). Вспомогательные балки (подвески) имеют только одну наземную опору или не имеют их вовсе (рис.1б). Недостающими опорами для них служат соединительные шарниры (рис.3в).

После построения «поэтажной» схемы (рис.1в) заданную балку рассматривают как ряд простых двухопорных балок (рис.1г-д). Особенность задачи заключается в том, что для расчета нижележащих балок необходимо знать силы взаимодействия в шарнирах, являющихся опорными реакциями вышележащих балок и нагрузкой для нижележащих.

Расчет балок начинают с самого верхнего «этажа». Для расчета необходимо вычертить схемы каждой двухопорной балки (рис. 1г-д), а эпюры  $M$  и  $Q$  можно строить на общей базе под «поэтажной схемой».

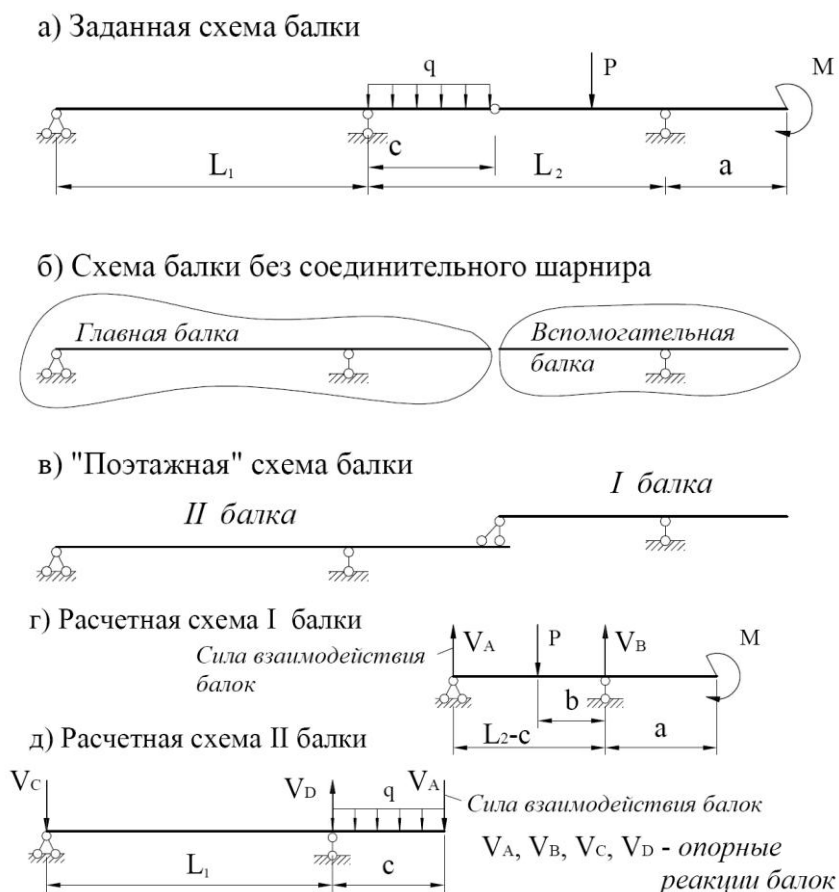


Рис. 1. Порядок построения «поэтажной» схемы балки

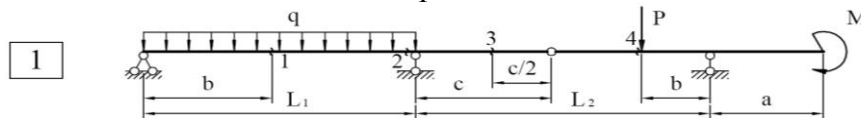
Положительные ординаты на эпюре изгибающих моментов  $M$  откладывают со стороны нижних волокон балки (вниз от оси). На эпюре  $M$  проставляются значения всех характерных ординат, знаки на эпюре  $M$  не ставятся. При построении эпюры



поперечных сил  $Q$  положительные ординаты откладываются вверх от оси и на эпюрах обязательно проставляются знаки.

Форма отчетности: РГР

Задания для самостоятельной работы:



$P=20$  кН,  $q=10$  кН/м,  $M=5$  кНм,  $L_1=6$  м,  $L_2=6$  м,  $a=2$  м,  $b=3$  м,  $c=2$  м.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
Проработка лекционного материала.

Рекомендуемые источники:

1. ГОСТ 8239-89. Двутавры стальные горячекатаные.
2. СП 16.13330.2011. Стальные конструкции. – М.: 2011.

Основная литература:

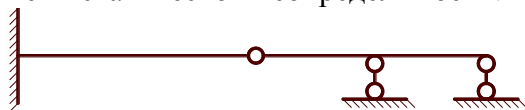
№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

№ 4-9 согласно раздела 7

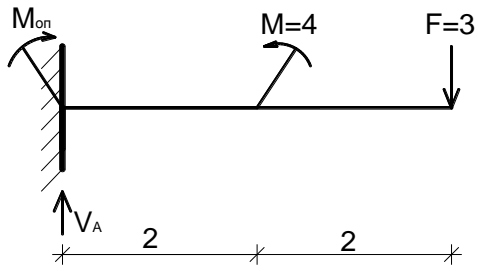
Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Какие внутренние усилия возникают при изгибе?
  - 1) продольная сила
  - 2) поперечная сила
  - 3) изгибающий момент
2. По формуле  $\sigma_{max} = \pm \frac{M}{W}$  определяются ..... напряжения при .....
3. По формуле Чебышева (  $L = C_0 + 2III - 3D$  ) верное решение при определении степени статической неопределимости.



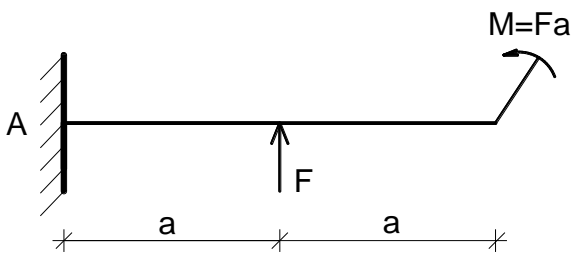
- 1)  $L = 1$
- 2)  $L = 0$
- 3)  $L = 3$

4. Пара опорных реакций соответствует балке (по абсолютной величине):



- 1)  $V_A = 3, M_{on} = 8$
- 2)  $V_A = 3, M_{on} = 4$
- 3)  $V_A = 12, M_{on} = 4$
- 4)  $V_A = 6, M_{on} = 16$

5. Поперечная сила и изгибающий момент в сечении А равны ... (по абсолютной величине):



- 1)  $Q = F ; M = 2Fa$
- 2)  $Q = F ; M = Fa$
- 3)  $Q = F ; M = F3a$
- 4)  $Q = F ; M = 4Fa$

**Практическое занятие №6** – Расчет плоской статически определимой рамы.

Задание: для заданной рамы требуется:

1. Выполнить кинематический анализ и проверить статическую определимость;
2. Построить эпюры внутренних усилий  $M, Q$  и  $N$ ;
3. Выполнить проверку правильности построения эпюр.

Порядок выполнения:

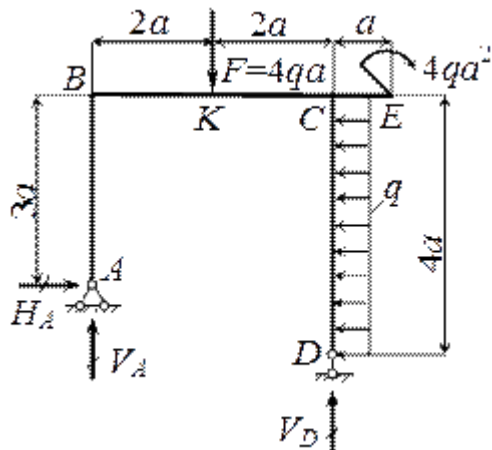


Рис. 1

**Решение.**

1. Определение опорных реакций.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum X = 0, H_A = 4qa;$$

$$\sum m_A = 0, V_D \cdot 4a - 4qa^2 + q \cdot 4a \cdot a - F \cdot 4a = 0, \text{ откуда } V_D = 2qa;$$

$$\sum m_D = 0, -V_A \cdot 4a - H_A \cdot a - 4qa^2 + q \cdot 4a \cdot 2a + F \cdot 2a = 0, \text{ откуда } V_A = 2qa.$$

Проверка:  $\sum Y = V_A + V_D - F = 0$ .

2. Построение эпюр  $N_z$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$ .

Э п ю р а  $N_z$ . В стойках:  $N_{AB} = -V_A = -2qa$ ,  $N_{CD} = -V_D = -2qa$ .

Ригель  $BC$  сжимается силой  $H_A$ , поэтому  $N_{DC} = -H_A = -4qa$ . На консоли  $CE$  продольная сила отсутствует, т.е.  $N_{CE} = 0$ .

Э п ю р а  $Q_y$ . На участках  $AB$ ,  $BC$  и  $CE$  нет погонной нагрузки, поэтому поперечная сила постоянна. В стойке  $CD$  поперечная сила изменяется по линейному закону. Вычисляем поперечную силу в характерных точках  $Q_A = -H_A = -4qa$ ,  $Q_{BK} = V_A = 2qa$ ,  $Q_{CK} = Q_{BK} - F = -2qa$ ,  $Q_{CD} = H_A = 4qa$ ,  $Q_D = 0$ ,  $Q_E = 0$  и строим эпюру  $Q_y$ .

Э п ю р а  $M_x$ . В стойке  $AB$  изгибающий момент изменяется по линейному закону от  $M_A = 0$  до  $M_B = -H_A \cdot 3a = -12qa^2$  (растяжение с наружной стороны контура). Аналогичный характер имеет эпюра  $M_x$  на участках  $BK$  и  $KC$ .

Находим  $M_K = V_A \cdot 2a - H_A \cdot 3a = -8qa^2$  растяжение снаружи и  $M_{CK} = V_A \cdot 4a - H_A \cdot 3a - F \cdot 2a = -12qa^2$ .

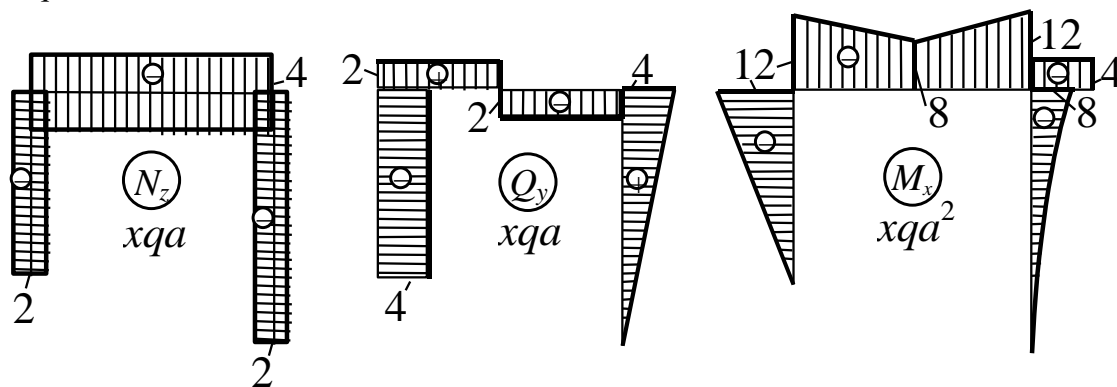


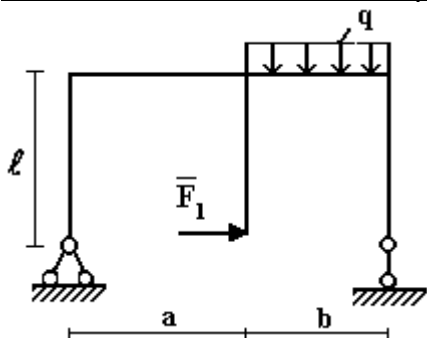
Рис. 2

На консоли  $CE$  изгибающий момент постоянен ( $Q_y = 0$ ) и равен  $M_{CE} = -4qa^2$  (растяжение сверху). В стойке  $CD$ , загруженной равномерно распределенной нагрузкой, момент изменяется по закону квадратной параболы, обращенной выпуклостью в сторону погонной нагрузки (влево). По условию загрузки на опоре  $D$   $M_D = 0$ , а в сечении  $C$  изгибающий момент вычисляем как сумму моментов всех сил, расположенных ниже этого сечения  $M_{CD} = -q \cdot 4a \cdot 2a = -8qa^2$  (растяжение с наружной стороны контура). По двум точкам ( $C$  и  $D$ ) приближенно строим параболу.

Эпюры  $N_z$ ,  $Q_y$  и  $M_x$  показаны на рис.2.

Форма отчетности: контрольная работа, РГР

Задания для самостоятельной работы:  $q=10$  кН/м,  $F_1=15$  кН,  $l=4$  м,  $a=b=3$  м.



Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
Проработка лекционного материала.

Основная литература:

№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

№ 4, 6-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Укажите основные особенности реального объекта, отраженные на расчетной схеме сооружения, определяющие его поведение под нагрузкой

- 1) деформации
- 2) способы опирания конструкций
- 3) узлы соединения отдельных элементов между собой
- 4) характер действующих нагрузок
- 5) напряжения

2. Что понимают под эпюрой внутренних силовых факторов?

3. Сущность метода сечений.

**Практическое занятие №7** – Расчет плоской статически определимой фермы.

Задание: для заданной фермы требуется:

1. Методом вырезания узлов определить усилия во всех стержнях фермы.
2. Методом моментных точек или способом проекций определить усилия в стержнях заданной панели.

Порядок выполнения:  $P=2$  кН

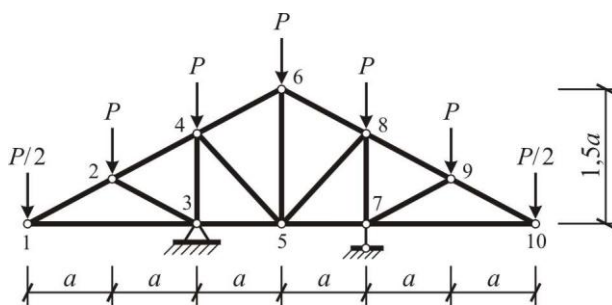


Рис. 1

Особенностью расчетной схемы фермы (рис. 1) является наличие в сечениях ее стержней только продольных усилий, что обеспечивается как способом приложения нагрузки (сосредоточенные силы в узлах-шарнирах), так и способом соединения стержней фермы в узлах расчетной схемы – безмоментными шарнирами.

Проводят количественный кинематический анализ.

Для проведения кинематического анализа необходимо заменить опорные связи их шарнирно-стержневым аналогом и обозначить эти сечения (рис. 2).

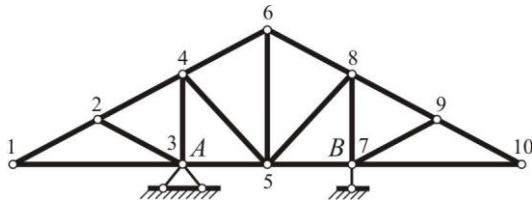


Рис. 2

Степень статической неопределимости расчетной схемы фермы определяется по формуле:

$$W=2Y-S-C_0,$$

- число узлов фермы:  $Y = 10$ ;
- число стержней фермы:  $S = 17$ ;
- число опорных стержней:  $C_0 = 3$ .

Имеем,

$$W = 2 \cdot 10 - 17 - 3 = 0 \Rightarrow \underline{\text{ЗРС статически определима.}}$$

Определяют опорные реакции.

На рис. 3 вводится система координат, оси которой определяют правило знаков для реактивных сил, заменяющих действие на конструкцию опорных связей. Реакции до их определения считаются положительно направленными, а их обозначения следует увязывать с обозначением оси, вдоль которой действует реакция, и узлом, в котором она определяется.

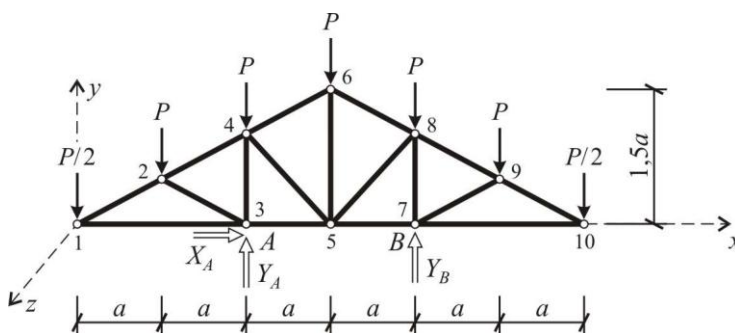


Рис. 3

При выборе уравнений равновесия для определения реакций опорных связей необходимо подобрать такие уравнения, из которых однозначно бы определялась только одна из реакций и, таким образом, не учитывалось бы влияние двух других реакций. Это позволит нам исключить взаимовлияние получаемых результатов.

$$\sum X = 0, \quad X_A = 0$$

$$\sum \text{mom}_B = 0, \quad -Y_A \cdot 2a + \frac{P}{2} \cdot 4a + P \cdot 3a + P \cdot 2a + P \cdot a - P \cdot a - \frac{P}{2} \cdot 2a = 0 \Rightarrow Y_A = 3P$$

$$\sum \text{mom}_A = 0: Y_B \cdot 2a + \frac{P}{2} \cdot 2a + P \cdot a - P \cdot a - P \cdot 2a - P \cdot 3a - \frac{P}{2} \cdot 4a = 0 \Rightarrow Y_B = 3P$$

Итак, реакции опорных связей определены, что позволяет указать на расчетной схеме все нагрузки в явном виде («в значениях»), как это сделано на рис. 4.

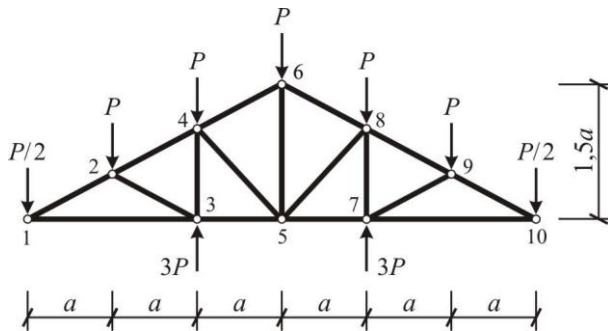


Рис. 4

Данные рис. 4 используются для проведения контроля правильности определения реакций опорных связей по уравнению

$$\sum Y = -\frac{P}{2} - P - P + 3P - P - P + 3P - P - \frac{P}{2} = 0 \equiv 0$$

г) Далее определяются усилия в стержнях фермы указанными способами.

При использовании *метода сквозных сечений* расчетную схему расчленяют на две части, таким образом, чтобы число неизвестных усилий в сечении было не более двух. При этом каждое усилие должно определяться из отдельного уравнения равновесия и не должно выражаться через усилия в других стержнях.

При использовании *метода вырезания узлов* усилия в стержнях, сходящихся в рассматриваемом узле, определяют из уравнений равновесия в проекциях сил на оси  $X$  и  $Y$  глобальной системы координат.

Укажем виды сечений, порядок их следования (рис. 6), чтобы иметь возможность составить уравнения, необходимые для определения усилий в стержнях, попавших в соответствующее сечение последовательности.

Уравнение в проекциях сил рекомендуется применять тогда, когда нельзя составить уравнение в моментах.

Уравнение в моментах требует вычисления расстояния от точки приведения до линии действия усилия, а уравнение в проекциях сил – вычисления значений тригонометрических функций угла между осями стержней.

Так как заданная расчетная схема является симметричной по нагрузке (узловая нагрузка, реактивные силы) и очертанию решетки, то достаточно определить усилия в стержнях половины фермы, так как усилия в стержнях другой половины будут такими же.

Для удобства дальнейших вычислений предварительно найдем высоту стойки 3–4 ( $h_{3-4}$ ) и расстояние от узла 2 ( $h_2$ ) до нижнего пояса фермы, используя подобие треугольников (рис. 5), и покажем их на расчетной схеме (рис. 6).

$$\frac{h_{3-4}}{2a} = \frac{h_2}{a} = \frac{1,5a}{3a} = 0,5$$

$$h_{3-4} = a, h_2 = 0,5a$$

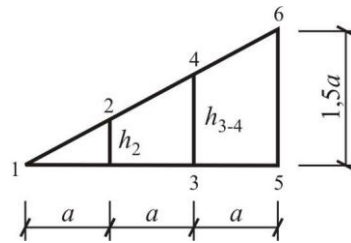


Рис. 5

Располагая системой нагрузок «в значениях», системой сечений, основными размерами расчетной схемы (см. рис. 6), можно приступить к непосредственному определению продольных усилий в стержнях заданной фермы (рис.7-11).

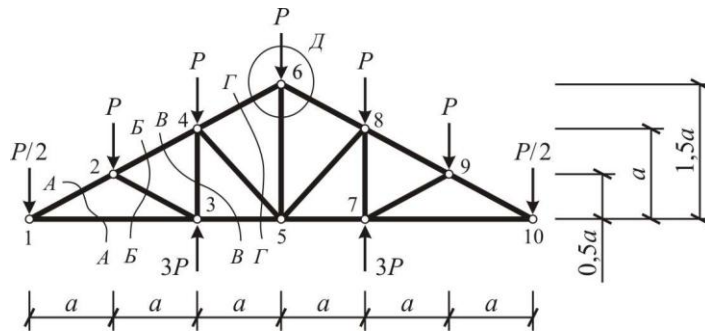


Рис. 6

Важно отметить, что неизвестные усилия на рисунке отсеченной части расчетной схемы считаются положительными (действуют «от узла»), а их истинный («инженерный») знак устанавливается решением соответствующего уравнения.

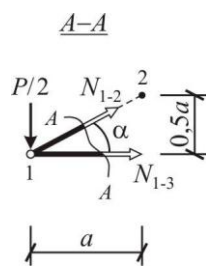


Рис. 7

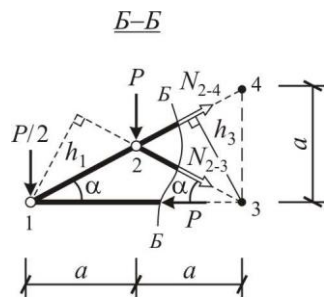


Рис.8

$$\sum Y = -0,5P + N_{1-2} \cdot \sin \alpha = -0,5P + N_{1-2} \cdot 0,447 = 0,$$

$$\sin \alpha = \frac{0,5a}{\sqrt{(0,5a)^2 + a^2}} = 0,447$$

где

$$N_{1-2} = 1,118P \text{ (растяжение);}$$

$$\sum \text{mom}_2 = 0,5P \cdot a + N_{1-3} \cdot 0,5a = 0$$

$$N_{1-3} = -P \text{ (сжатие)}$$

$$\sum \text{mom}_3 = 0,5P \cdot 2a + P \cdot a - N_{2-4} \cdot h_3 = 0,5P \cdot 2a + P \cdot a - N_{2-4} \cdot 0,894a = 0,$$

$$h_3 = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = 0,894a$$

где

$$N_{2-4} = 2,237P \text{ (растяжение);}$$

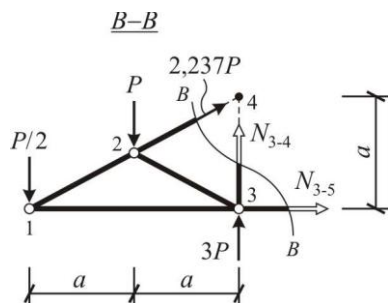


Рис. 9

$$\sum \text{mom}_1 = -P \cdot a - N_{2-3} \cdot h_1 =$$

$$= -P \cdot a - N_{2-3} \cdot 0,894a = 0,$$

где  $h_1 = 2a \cdot \sin \alpha = 2a \cdot 0,447 = 0,894a$

$$N_{2-3} = -1,118P \text{ (сжатие)}$$

$$\sum \text{mom}_4 = 0,5P \cdot 2a + P \cdot a + N_{3-5} \cdot a = 0$$

$$N_{3-5} = -2P \text{ (сжатие)};$$

$$\sum \text{mom}_1 = -P \cdot a + N_{3-4} \cdot 2a + 3P \cdot 2a = 0$$

$$N_{3-4} = -2,5P \text{ (сжатие)}$$

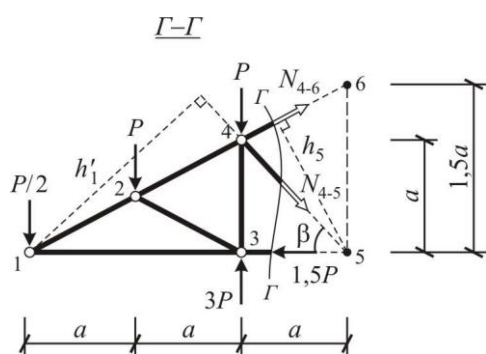


Рис. 10

$$\sum \text{mom}_5 = 0,5P \cdot 3a + P \cdot 2a + P \cdot a -$$

$$-3P \cdot a - N_{4-6} \cdot h_5 = 0,5P \cdot 3a + P \cdot 2a +$$

$$+ P \cdot a - 3P \cdot a - N_{4-6} \cdot 1,342a = 0,$$

$$h_5 = \frac{3a \cdot 1,5a}{\sqrt{(3a)^2 + (1,5a)^2}} = 1,342a$$

где

$$N_{4-6} = 1,118P \text{ (растяжение)};$$

$$\sum \text{mom}_1 = -P \cdot a - P \cdot 2a + 3P \cdot 2a -$$

$$-N_{4-5} \cdot h'_1 = -P \cdot a - P \cdot 2a +$$

$$+ 3P \cdot 2a - N_{4-5} \cdot 2,121a = 0,$$

где

$$h'_1 = 3a \cdot \sin \beta = 3a \cdot 0,707 = 2,121a,$$

$$\sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = 0,707$$

$$N_{4-5} = 1,414P \text{ (растяжение)}$$

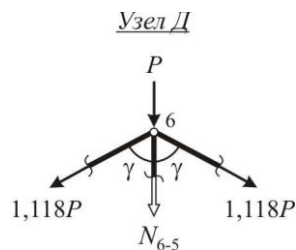


Рис. 11

$$\sum Y = -N_{6-5} - P - 2 \cdot 1,118P \cdot \cos \gamma =$$

$$= -N_{6-5} - P - 2 \cdot 1,118P \cdot 0,447 = 0,$$

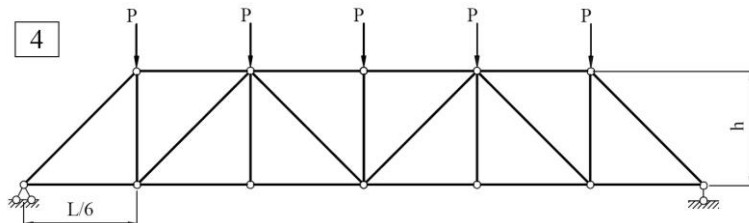
где  $\cos \gamma = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = 0,447$

$$N_{6-5} = -2P \text{ (сжатие)}$$

Форма отчетности: решение задачи в ученической тетради.



Задания для самостоятельной работы:  $P=10$  кН,  $h=4$  м,  $L=18$  м.



Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
Проработка лекционного материала.

Основная литература:

№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

№ 4-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Последовательность расчета фермы методом вырезания узлов. Достоинства и недостатки метода.
2. Последовательность расчета фермы методом моментных точек (методом проекций).
3. Частные случаи определения усилий в стержнях фермы.
4. Классификация ферм.

Практическое занятие №8 – Определение перемещений в статически определимой системе от силового воздействия .

Задание: для заданной системы требуется:

1. определить перемещение (прогиб или угол поворота) в заданном сечении с помощью интеграла Мора, по правилу Верещагина и по формуле Симпсона.

Порядок выполнения:

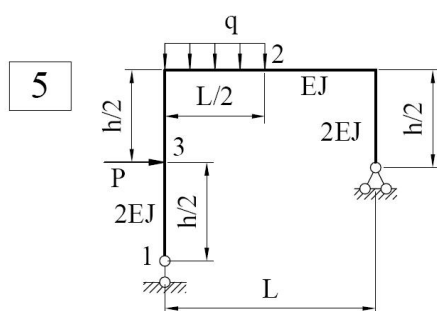


Рис.1. Расчетная схема

Определение перемещений по формуле Мора производят в следующем порядке:

1. Рассматривают два состояния балки:
  - грузовое – от действия заданной нагрузки;
  - единичное (фиктивное) – от действия силы  $P=1$  (если определяется прогиб) или от действия момента  $m=1$  (если определяется угол поворота), приложенных в заданном сечении.
2. Записывают выражения «грузовых»  $M_p$  и «единичных»  $\bar{M}$  изгибающих моментов,

как функции координаты  $x$ ;

3. Подставляют полученные выражения  $M_p$  и  $\bar{M}$  в формулу Мора  $\Delta_{ip} = \sum \int_0^l \frac{M_p \bar{M}}{EJ} dx$  и интегрируют по участкам. Суммируя результаты интегрирования для всех участков, получают искомое перемещение. Для определения перемещения по формуле Симпсона рама разбивается на отдельные участки и вычисляются ординаты эпюр  $M_p$  и  $\bar{M}$  по концам и в середине участков (рис. 2).

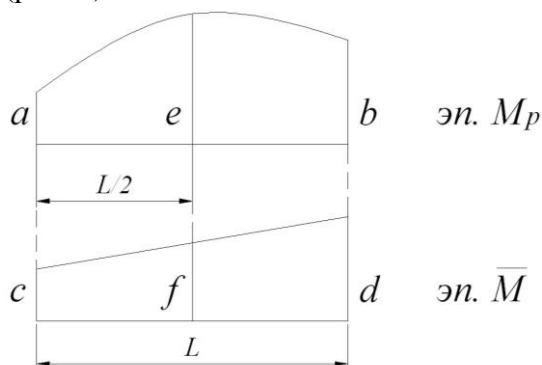


Рис. 2. Расчетные эпюры моментов при применении формулы Симпсона

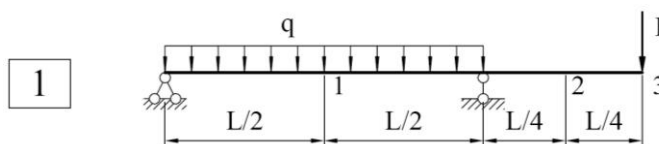
Искомое перемещение определяется по формуле:

$$\Delta_{ip} = \sum \frac{l_i}{6EJ} (ac + 4ef + bd).$$

Перемещения, полученные по формулам Симпсона и Мора, должны совпадать.

Форма отчетности: решение задачи в ученической тетради.

Задания для самостоятельной работы:



$L$ , м	$q$ , кН/м	$P$ , кН	№ сечения	Вид перемещения
10	1,2	4	1	Прогиб

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
Проработка лекционного материала.

Основная литература:

№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

№ 4-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Для чего необходимо определять перемещения в статически определимых системах?
2. Определение перемещений по интегралу Мора.
3. Определение перемещений по правилу Верещагина.
4. Определение перемещений по формуле Симпсона.
5.  $EJ$  - ?

**Практическое занятие №9** – Расчет неразрезных балок.

Цель работы: научиться строить эпюры внутренних усилий в статически неопределимых балках.

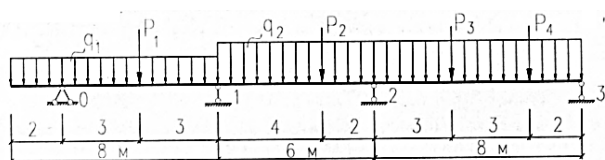
Задание: для заданной многопролетной неразрезной балки требуется:

1. Определить степень статической неопределимости балки;
2. Найти с помощью уравнений трех моментов опорные моменты;
3. Построить эпюры изгибающих моментов  $M$  и поперечных сил  $Q$ .

Порядок выполнения:

#### 9.1. Исходные данные

Для заданной многопролётной балки (рис 9.1) требуется построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.



Дано:

$$q_1 = 10 \text{ кН/м}$$

$$q_2 = 20 \text{ кН/м}$$

$$P_1 = P_2 = 20 \text{ кН}$$

$$P_3 = P_4 = 30 \text{ кН}$$

Рис. 9.1

$$EJ = \text{const}$$

#### 9.2. Определение степени статической неопределимости системы

Степень статической неопределимости системы вычисляем по формулам

$$CCH = -W, \quad (9.1)$$

$$W = 3D - 2Ш - C_{\text{оп}}, \quad (9.2)$$

где  $W$  – число степеней свободы системы;  $D$  – количество дисков;  $Ш$  – количество шарниров;  $C_{\text{оп}}$  – количество опорных стержней.

Выполним расчёт

$$CCH = 2Ш + C_{\text{оп}} - 3D = 2 \cdot 0 + 5 - 3 \cdot 1 = 2.$$

Данная система дважды статически неопределима. Расчет балки можно выполнить методом сил, при этом канонические уравнения сводятся к уравнениям трех моментов, которые составляются для каждой промежуточной опоры. В качестве неизвестных принимаются опорные моменты  $M_i$  на всех промежуточных опорах.

Если  $EJ = \text{const}$ , то уравнение трёх моментов для  $i$ -й опоры записывается в следующем виде:

$$M_{i-1} \cdot l_i + 2M_i (l_i + l_{i+1}) + M_{i+1} \cdot l_{i+1} = -6(B_i^\phi + A_{i+1}^\phi). \quad (9.3)$$

Так как система дважды статически неопределима, то составляется система из двух уравнений трёх моментов:

$$\begin{cases} M_0 \cdot l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 \cdot l_2 = -6(B_1^\phi + A_2^\phi), \\ M_1 \cdot l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 \cdot l_3 = -6(B_2^\phi + A_3^\phi), \end{cases} \quad (9.4)$$

где  $B_1^\phi, A_2^\phi, B_2^\phi, A_3^\phi$  – фиктивные реакции, которые определяются от фиктивной нагрузки  $\omega_i$ , за которую принимается в  $i$ -м пролете площадь эпюры балочных моментов  $M^0$ .

### 9.3. Определение балочных усилий для каждого пролёта балки. Построение эпюр поперечных сил $Q^0$ и моментов $M^0$

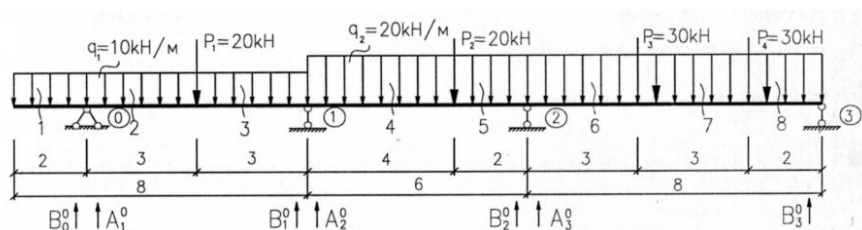


Рис. 9.2

Рассчитываем консоль как статически определимый элемент:

$$\sum Y = 0; -q_1 \cdot 2 + B_0^0 = 0; B_0^0 = q_1 \cdot 2; B_0^0 = 20 \text{ кН};$$

$$M_1 = -q_1 \cdot \frac{x_1^2}{2}; \quad M_1|_{x_1=0} = 0, \quad M_1|_{x_1=2} = -20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_1 = -q_1 \cdot x_1; \quad Q_1|_{x_1=0} = 0 \text{ кН}; \quad Q_1|_{x_1=2} = -20 \text{ кН}.$$

Схема загрузки балки и построение балочных эпюр представлено на рис. 9.3, а, б, в.

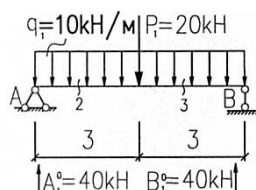
Рассмотрим первый пролет:

$$\sum M_A = 0; q_1 \cdot 6 \cdot 3 + P_1 \cdot 3 - B_1^0 \cdot 6 = 0:$$

$$B_1^0 = \frac{q_1 \cdot 6 \cdot 3 + P_1 \cdot 3}{6} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 3 + 20 \cdot 3}{6} = 40 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; -q_1 \cdot 6 \cdot 3 - P_1 \cdot 3 + A_1^0 \cdot 6 = 0:$$

$$A_1^0 = \frac{q_1 \cdot 6 \cdot 3 + P_1 \cdot 3}{6} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 3 + 20 \cdot 3}{6} = 40 \text{ кН}.$$



Выполняем проверку правильности определения реакций:

$$\sum Y = 0,$$

$$A_1^0 + B_1^0 - q_1 \cdot 6 - P_1 = 40 + 40 - 10 \cdot 6 - 20 = 0.$$

Следовательно, реакции найдены верно.

Для определения усилий балку разбиваем на два участка (сечения 2,3). Вычисление усилий в пособии не приводится. Значения  $M^0$  и  $Q^0$  представлены на эпюрах (рис. 9.3).

Рассмотрим второй пролет.

$$\Sigma M_B = 0; q_2 \cdot 6 \cdot 3 + P_2 \cdot 4 - B_2^0 \cdot 6 = 0:$$

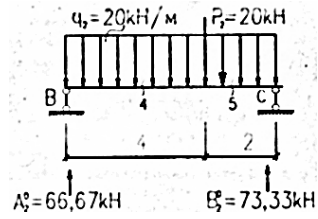
$$B_2^0 = \frac{q_2 \cdot 6 \cdot 3 + P_2 \cdot 4}{6} =$$

$$= \frac{20 \cdot 6 \cdot 3 + 20 \cdot 4}{6} = 73,33 \text{ кН};$$

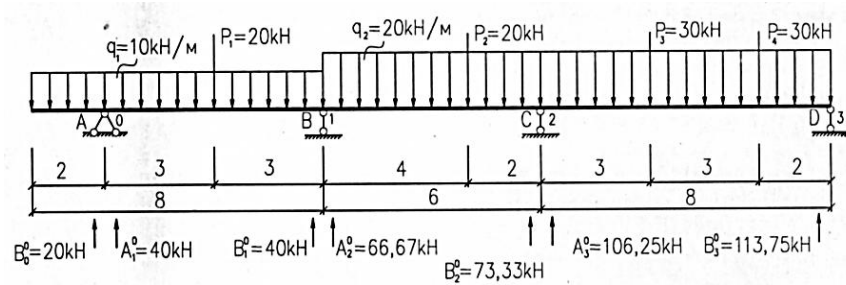
$$\Sigma M_C = 0; -q_2 \cdot 6 \cdot 3 - P_2 \cdot 2 + A_2^0 \cdot 6 = 0:$$

$$A_2^0 = \frac{q_2 \cdot 6 \cdot 3 + P_2 \cdot 2}{6} =$$

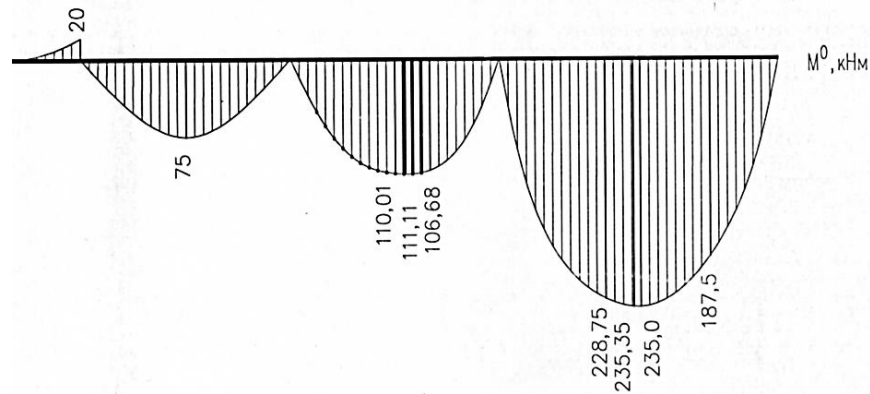
$$= \frac{20 \cdot 6 \cdot 3 + 20 \cdot 2}{6} = 66,67 \text{ кН}.$$



Выполняем проверку правильности определения реакций во втором пролете ( $\Sigma Y = 0$ ) и вычисляем усилия в сечениях 4 и 5.



a



б

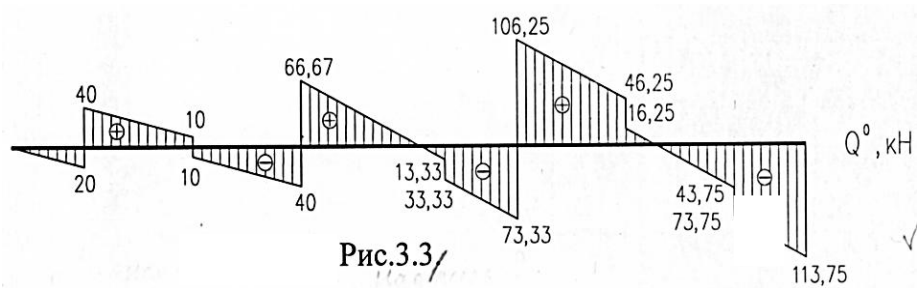


Рис.3.3/

в

Рис. 9.3

Рассмотрим третий пролет:

$$\Sigma M_C = 0; q_2 \cdot 8 \cdot 4 + P_3 \cdot 3 + P_4 \cdot 6 - B_3^0 \cdot 8 = 0:$$

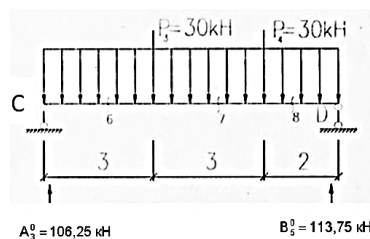
$$B_3^0 = \frac{q_2 \cdot 8 \cdot 4 + P_3 \cdot 3 + P_4 \cdot 6}{8} =$$

$$= \frac{20 \cdot 8 \cdot 4 + 30 \cdot 3 + 30 \cdot 6}{8} = 113,75 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_D = 0; -q_2 \cdot 8 \cdot 4 - P_3 \cdot 5 - P_4 \cdot 2 + A_3^0 \cdot 8 = 0:$$

$$A_3^0 = \frac{q_2 \cdot 8 \cdot 4 + P_3 \cdot 5 + P_4 \cdot 2}{8} =$$

$$= \frac{20 \cdot 8 \cdot 4 + 30 \cdot 5 + 30 \cdot 2}{8} = 106,25 \text{ кН}.$$



Выполняем проверку правильности определения реакций в третьем пролете ( $\Sigma Y = 0$ ) и определяем усилия  $M^0$  и  $Q^0$  в сечениях 6, 7, 8.

#### 9.4. Определение фиктивных реакций опор

Фиктивные опорные реакции в зависимости от способа нагружения балки определяются по прил. Б, при этом используется принцип независимости действия сил:

$$B_1^\phi = \frac{20 \cdot 6^2}{16} + \frac{10 \cdot 6^3}{24} = 45 + 90 = 135 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$A_2^\phi = \frac{20 \cdot 4 \cdot 2 \cdot (6+2)}{6 \cdot 6} + \frac{20 \cdot 6^3}{24} = 35,56 + 180 = 215,56 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$B_2^\phi = \frac{20 \cdot 4 \cdot 2 \cdot (6+4)}{6 \cdot 6} + \frac{20 \cdot 6^3}{24} = 44,44 + 180 = 224,44 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$A_3^\phi = \frac{30 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (8+5)}{6 \cdot 8} + \frac{30 \cdot 6 \cdot 2 \cdot (8+2)}{6 \cdot 8} + \frac{20 \cdot 8^3}{24} =$$

$$= 121,875 + 75 + 426,67 = 623,55 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

#### 9.5. Решение системы уравнений трёх моментов, определение неизвестных опорных моментов $M_1$ и $M_2$

Система уравнений трёх моментов после подстановки известных моментов ( $M_0$  и  $M_3$ ) и фиктивных реакций записывается в виде

$$\begin{cases} -20 \cdot 6 + 2M_1 \cdot (6+6) + M_2 \cdot 6 = -6 \cdot (135 + 215,56), \\ M_1 \cdot 6 + 2M_2 \cdot (6+8) = -6 \cdot (224,44 + 623,55), \end{cases}$$

$$\begin{cases} -120 + 24M_1 + 6M_2 = -2103,36, \\ 6M_1 + 28M_2 = -5087,94, \end{cases}$$

$$M_2 = -330,56 - 4M_1,$$

$$6M_1 - 9255,68 - 112M_1 = -5087,94.$$

Определяем неизвестные опорные моменты:

$$M_1 = -39,32 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_2 = -173,29 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

9.6. Построение итоговых эпюр изгибающих моментов  $M$   
и поперечных сил  $Q$

Для заданной балки (рис 9.4, а) предварительно строим эпюру опорных моментов  $M_{оп}$  (рис. 9.4, б).

Затем строим итоговую эпюру моментов  $M$  по принципу независимости действия сил:

$$M = M^0 + M_{оп} . \quad (9.5)$$

Итоговую эпюру поперечных сил  $Q$  строим исходя из формулы Журавского

$$Q = Q^0 + \frac{M_{пр} - M_{лев}}{l} , \quad (9.6)$$

где  $M_{пр}$ ,  $M_{лев}$  – моменты соответственно на правом и левом концах рассматриваемого пролета балки, которые принимаются с учетом знаков.

При действии распределенной нагрузки в каждом пролете определяются координаты сечений  $X_0$ , в которых  $Q = 0$ . В этих сечениях пролетные моменты будут максимальные ( $M_{max}$ ), их вычисляем при соответствующих значениях  $X_0$ , используя формулу (9.5).

Также нужно определить моменты в других характерных точках: под сосредоточенными силами, в середине пролета. Эпюра изгибающих моментов представлена на рис. 9.4, в. Эпюра поперечных сил  $Q$  – на рис. 9.4, г.

Выполним расчёт:

$$Q_2^H = 40 + \frac{-39,32 + 20}{6} = 40 - 3,22 = 36,78 \text{ кН},$$

$$Q_2^K = 10 + \frac{-39,32 + 20}{6} = 10 - 3,22 = 6,78 \text{ кН},$$

$$Q_3^H = -10 + \frac{-39,32 + 20}{6} = -10 - 3,22 = -13,22 \text{ кН},$$

$$Q_3^K = -40 + \frac{-39,32 + 20}{6} = -40 - 3,22 = -43,22 \text{ кН},$$

$$Q_4^H = 66,67 + \frac{-173,29 + 39,32}{6} = 66,67 - 22,33 = 44,34 \text{ кН},$$

$$Q_4^K = -13,33 + \frac{-173,29 + 39,32}{6} = -13,33 - 22,33 = -35,66 \text{ кН},$$

$$Q_5^H = -33,33 + \frac{-173,29 + 39,32}{6} = -33,33 - 22,33 = -55,66 \text{ кН},$$

$$Q_5^K = -73,33 + \frac{-173,29 + 39,32}{6} = -73,33 - 22,33 = -95,66 \text{ кН},$$

$$Q_6^H = 106,25 + \frac{0 + 173,29}{8} = 106,25 + 21,66 = 127,91 \text{ кН},$$

$$Q_6^K = 46,25 + \frac{0 + 173,29}{8} = 46,25 + 21,66 = 67,91 \text{ кН},$$

$$Q_7^H = 16,25 + \frac{0 + 173,29}{8} = 16,25 + 21,66 = 37,91 \text{ кН},$$

$$Q_7^K = -43,75 + \frac{0 + 173,29}{8} = -43,75 + 21,66 = -22,09 \text{ кН},$$

$$Q_8^K = -73,75 + \frac{0 + 173,29}{8} = -73,75 + 21,66 = -52,09 \text{ кН},$$

$$Q_8^K = -113,75 + \frac{0 + 173,29}{8} = -113,75 + 21,66 = -92,09 \text{ кН}.$$

Определяются итоговые опорные реакции на  $i$ -й опоре  $R_i$  неразрезной балки по формулам

$$R_i = R_i^0 - \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i} - \frac{M_i - M_{i+1}}{l_{i+1}}, \quad (9.7)$$

$$R_i^0 = B_i^0 + A_{i+1}^0, \quad (9.8)$$

где  $R_i^0$  – суммарная балочная реакция на  $i$ -й опоре;  $M_i$  – момент на  $i$ -й опоре;  $l_i$  – пролет слева от опоры  $i$ ;  $l_{i+1}$  – пролет справа от опоры  $i$ .

Выполним расчёт:

$$R_0 = 20 + 40 - \frac{-20 - (-39,32)}{6} = 20 + 40 - 3,22 = 56,78 \text{ кН},$$

$$R_1 = 40 + 66,67 - \frac{-39,32 - (-20)}{6} - \frac{-39,32 - (-173,29)}{6} =$$

$$= 40 + 66,67 + 3,22 - 22,33 = 87,56 \text{ кН},$$

$$R_2 = 73,33 + 106,25 - \frac{-173,29 - (-39,32)}{6} - \frac{-173,29}{8} =$$

$$= 179,58 + 22,33 + 21,66 = 223,57 \text{ кН},$$

$$R_3 = 113,75 - \frac{-(-173,29)}{8} = 113,75 - 21,66 = 92,09 \text{ кН}.$$

Выполним проверку:

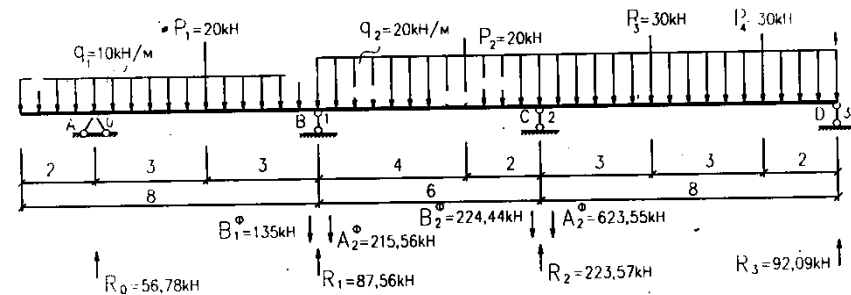
$$\Sigma Y = 0;$$

$$R_0 + R_1 + R_2 + R_3 = q_1 \cdot 8 + q_2 \cdot 14 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4:$$

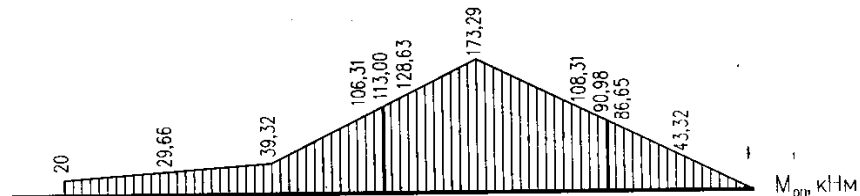
$$56,78 + 87,56 + 223,57 + 92,09 = 80 + 280 + 20 + 20 + 30 + 30;$$

$$460 - 460 = 0.$$

Следовательно, расчет балки выполнен верно.



a



б



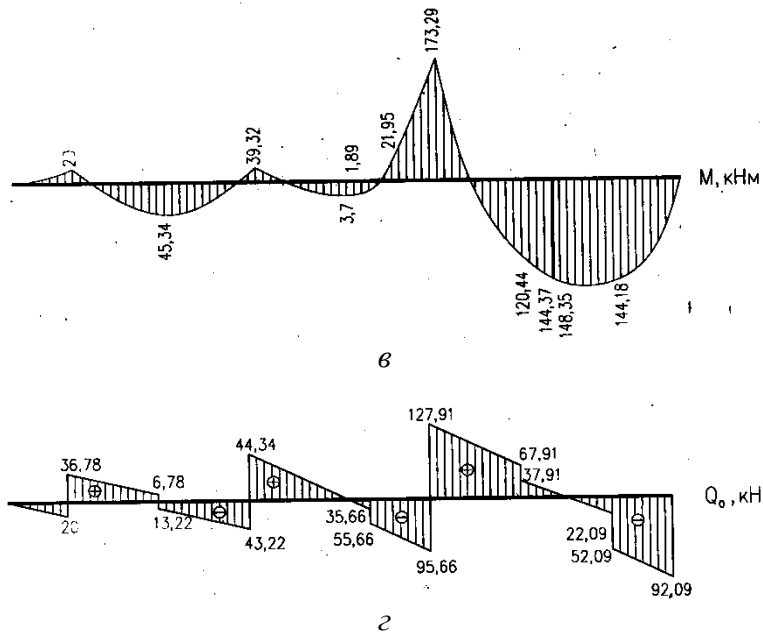


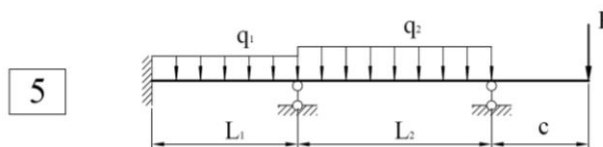
Рис. 9.4

Форма отчетности: решение задачи в ученической тетради.

Задания для самостоятельной работы:

Исходные данные к расчету неразрезной балки  
 $L_1=6$  м,  $L_2=6$  м,  $c=2$  м,  $P=5$  кН,  $q_1=4$  кН/м,  $q_2=5$  кН/м

Расчетная схема неразрезной балки



Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию  
 Проработка лекционного материала.

Основная литература:

№ 1,2 согласно раздела 7

Дополнительная литература:

№ 4-9 согласно раздела 7

Контрольные вопросы для самопроверки:

1. Что понимают под эпюрой внутренних силовых факторов?
2. Определение степени статической неопределимости.
3. Алгоритм расчета неразрезных балок с помощью уравнения трех моментов.

## 9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы, РГР

Контрольная работа – самостоятельный труд обучающегося, который способствует углубленному изучению пройденного материала.

Цель выполняемой работы - получить специальные знания по выбранной теме.

Основные задачи выполняемой работы - закрепление полученных ранее теоретических знаний; выработка навыков самостоятельной работы; выяснение подготовленности студента к будущей практической работе.

Весь процесс написания контрольной работы можно условно разделить на следующие этапы:

- а) составление предварительного плана работы;
- б) сбор научной информации, изучение литературы;
- в) анализ составных частей проблемы, изложение темы;
- г) обработка материала в целом.

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

Необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке контрольной работы.

В содержании контрольной работы необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме.

Контрольная работа излагается логически последовательно, грамотно и разборчиво. Она обязательно должна иметь титульный лист. Далее приводится расчетная часть. Она содержит: задания, расчетные схемы, расчеты по заданным тематикам, выводы.

По всем возникшим вопросам обучающемуся следует обращаться за консультацией к преподавателю. Срок выполнения контрольной работы определяется преподавателем.

Расчетно-графическая работа (РГР) – это самостоятельное исследование студента. Выполняя РГР студент совершенствует знания и умения, полученные в процессе изучения дисциплины, а именно: определять цель, выделять задачи, формулировать проблемы и находить способы их решения. Работая над РГР студент получает умения и навыки, которые будут полезными в будущем – при выполнении более сложных задач (дипломная работа, диссертация, научное исследование).

Целью написания РГР является:

- систематизация, закрепление и расширение теоретических знаний и практических умений студента;
- приобретение опыта работы с литературой и другими источниками информации, умение обобщать и анализировать научную информацию, вырабатывать собственное отношение к проблеме;
- развитие навыков овладения специализированным программным обеспечением;
- проведение глубокого анализа результатов собственных исследований и формирование содержательных выводов относительно качества полученных результатов.

Расчетно–графическая работа выполняется в два этапа.

Первый этап РГР включает следующее:

- выбор темы РГР,
- определение актуальности и цели работы,
- подбор литературы и источников информации согласно избранной теме,
- сбор данных, необходимых для раскрытия избранной темы,
- систематизацию и структурирование данных,

- оформление результата выполнения первого этапа в текстовом редакторе.

Результат выполнения первого этапа предоставляется в распечатанном виде.

Второй этап РГР включает следующее:

- выбор метода обработки информации,
- обоснование и описание избранного метода,
- обработку информации,
- получение результатов,
- интерпретацию результатов,
- формулирование выводов,
- оформление отчета.

Отчет о выполнении РГР оформляется в письменном виде.

## **10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. ОС Windows 7 Professional.
2. Microsoft Imagine Premium.
3. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.
4. Информационно-справочная система «Кодекс».

## **11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

<i>Вид занятия (Лк, ПЗ, кр, РГР, СР)</i>	<i>Наименование аудитории</i>	<i>Перечень основного оборудования</i>	<i>№ ПЗ</i>
Лк	лекционная аудитория (мультимедийный класс)	Маркерная доска Интерактивная доска SMART Board X885ix со встроенным проектором UX 60 ПК: Intel(R) Core(TM) i5-2500CPU @ 3.30GHz, 4ГБ	-
ПЗ	лекционная аудитория (мультимедийный класс)	Маркерная доска Интерактивная доска SMART Board X885ix со встроенным проектором UX 60 ПК: Intel(R) Core(TM) i5-2500CPU @ 3.30GHz, 4ГБ	ПЗ № 1-9
кр	Ч31	Оборудование 10-ПК i5-2500/Н67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-
РГР	Ч31	Оборудование 10-ПК i5-2500/Н67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-
СР	Ч31	Оборудование 10-ПК i5-2500/Н67/4Gb(монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)**

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
1	2	3	4	5
ОПК-2       ПК-13	способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующих физико-математический аппарат	1. Основные понятия. Задачи и методы технической механики.	1.1 Задачи технической механики и ее место среди других дисциплин. 1.2 Основные принципы и гипотезы. Метод сечений.	вопросы к зачету, экзаменационные вопросы
		2. Геометрические характеристики поперечных сечений стержней.	2.1 Статические моменты и моменты инерции сечений. 2.2 Главные оси и главные моменты инерции.	вопросы к зачету, экзаменационные вопросы
	знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности	3. Центральное растяжение и сжатие.	3.1 Продольные силы, напряжения и перемещения. Закон Гука. 3.2 Механические свойства материалов. 3.3 Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.	вопросы к зачету, экзаменационные вопросы, задачи
		4. Двухосное напряженное состояние.	4.1 Напряжения при двухосном напряженном состоянии. 4.2 Главные площадки и главные напряжения. 4.3 Основы теории прочности.	вопросы к зачету, экзаменационные вопросы
		5. Изгиб.	5.1 Внутренние усилия в балках и рамах при изгибе. 5.2 Изгибающий момент, продольная и поперечная силы. Построение эпюр внутренних усилий. 5.3 Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Главные напряжения. 5.4 Расчет балок на прочность.	вопросы к зачету, экзаменационные вопросы, задачи
		6. Сложное сопротивление.	6.1 Основные виды сложного сопротивления. 6.2 Расчеты на прочность.	вопросы к зачету, экзаменационные вопросы
		7. Устойчивость сжатых стержней.	7.1 Понятие об устойчивости. Критическая сила. Формула Эйлера. 7.2 Расчет сжатых стержней на устойчивость.	вопросы к зачету, экзаменационные вопросы, задачи
		8. Системы статически определимые и неопределимые.	8.1 Стержневые системы. Понятие о статически определимых и неопределимых системах. Степень статической неопределимости. 8.2 Основы расчета многопролетных статически определимых балок.	экзаменационные вопросы, задачи

			8.3 Плоские статически определимые рамы. 8.4 Расчет плоских ферм.	
		9. Определение перемещений в статически определимых стержневых системах.	9.1 Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки. 9.2 Методы определения перемещений в стержневых системах.	экзаменационные вопросы
		10. Расчет статически неопределимых стержневых систем с помощью метода сил.	10.1 Определение степени статической неопределимости стержневых систем. Методы расчета статически неопределимых систем. 10.2 Алгоритм расчета статически неопределимых систем по методу сил.	экзаменационные вопросы
		11. Динамические и периодические нагрузки.	11.1 Динамические задачи. Основные определения. Виды динамических нагрузок. Число степеней свободы. 11.2 Колебания системы с одной степенью свободы. Коэффициент динамичности.	экзаменационные вопросы

## 2. Вопросы к зачету

№ п/п	Компетенции		ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	ОПК-2	способность выявить естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат	1.1. Задачи технической механики и ее место среди других дисциплин.	1. Основные понятия. Задачи и методы технической механики.
			1.2. Основные принципы и гипотезы. Метод сечений.	
			2.1. Статические моменты и моменты инерции сечений.	2. Геометрические характеристики поперечных сечений стержней.
			2.2. Главные оси и главные моменты инерции.	
			3.1. Продольные силы напряжения и перемещения. Закон Гука.	3. Центральное растяжение и сжатие.
			3.2. Механические свойства материалов.	
			3.3. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.	
2.	ПК-13	знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности	4.1 Напряжения при двухосном напряженном состоянии.	4. Двухосное напряженное состояние.
			4.2 Главные площадки и главные напряжения.	
			4.3 Основы теории прочности.	
			5.1 Внутренние усилия в балках и рамах при изгибе.	5. Изгиб.
			5.2 Изгибающий момент, продольная и поперечная силы. Построение эпюр внутренних усилий.	
			5.3 Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Главные напряжения.	
			5.4 Расчет балок на прочность.	
6.1 Основные виды сложного сопротивления.	6. Сложное сопротивление.			
6.2 Расчеты на прочность.				
7.1. Понятие об устойчивости. Крити-	7. Устойчивость			

			ческая сила. Формула Эйлера. 7.2. Расчет сжатых стержней на устойчивость.	сжатых стержней.
--	--	--	--	------------------

### Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	№ и наименование раздела	
	Код	Определение			
1	2	3	4	5	
1.	ОПК-2	способность выявить естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующих физико-математический аппарат	1.1. Задачи технической механики и ее место среди других дисциплин.	1. Основные понятия. Задачи и методы технической механики.	
			1.2. Основные принципы и гипотезы. Метод сечений.		
			2.1. Статические моменты и моменты инерции сечений.		2. Геометрические характеристики поперечных сечений стержней.
			2.2. Главные оси и главные моменты инерции.		
			3.1. Продольные силы напряжения и перемещения. Закон Гука.		3. Центральное растяжение и сжатие.
			3.2. Механические свойства материалов.		
			3.3. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.		
			4.1 Напряжения при двухосном напряженном состоянии.		4. Двухосное напряженное состояние.
			4.2 Главные площадки и главные напряжения.		
			4.3 Основы теории прочности.		
			5.1 Внутренние усилия в балках и рамах при изгибе.		5. Изгиб.
5.2 Изгибающий момент, продольная и поперечная силы. Построение эпюр внутренних усилий.					
5.3 Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Главные напряжения.					
5.4 Расчет балок на прочность.					
6.1 Основные виды сложного сопротивления.	6. Сложное сопротивление.				
6.2 Расчеты на прочность.					
7.1. Понятие об устойчивости. Критическая сила. Формула Эйлера.	7. Устойчивость сжатых стержней.				
7.2. Расчет сжатых стержней на устойчивость.					
8.1 Стержневые системы. Понятие о статически определимых и неопределимых системах. Степень статической неопределимости.	8. Системы статически определимые и неопределимые.				
8.2 Основы расчета многопролетных статически определимых балок.					
8.3 Плоские статически определимые рамы.					
8.4 Расчет плоских ферм.					
9.1 Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.	9. Определение перемещений в статически определимых стержневых системах.				
9.2 Методы определения перемещений в стержневых системах.					
10.1 Определение степени статической неопределимости стержневых систем. Методы расчета статически неопределимых систем.	10. Расчет статически неопределимых стержневых систем с помощью метода сил.				
10.2 Алгоритм расчета статически неопределимых систем по методу сил.					
11.1 Динамические задачи. Основные определения. Виды динамических нагрузок.	11. Динамические и периодические				
2.	ПК-13	знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности			

		Число степеней свободы. <b>11.2</b> Колебания системы с одной степенью свободы. Коэффициент динамичности.	нагрузки.
--	--	--	-----------

### 3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p><b>Знать</b> <i>ОПК-2:</i> - конкретное физическое содержание в прикладных задачах профессиональной деятельности; <i>ПК-13:</i> – состояние научно-технической проблемы путем подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований; - основы выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований, на основе изучения научно-технической информации, анализа отечественного и зарубежного опыта;</p> <p><b>Уметь</b> <i>ОПК-2:</i> - выявлять естественнонаучную сущность проблем механики, возникающих в ходе профессиональной деятельности; <i>ПК-13:</i> – использовать основные способы анализа состояния научно-технической проблемы путем подбора, изучения и критического подхода при анализе литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований; - использовать научно-техническую информацию, анализ отечественного и зарубежного опыта для выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований;</p> <p><b>Владеть</b> <i>ОПК-2:</i></p>	<b>зачтено</b>	<p>выставляется обучающемуся, твердо знающему программный, в том числе лекционный, материал, грамотно и по существу отвечающему на вопрос и не допускающему при этом существенных неточностей (неточностей, которые не могут быть исправлены наводящими вопросами или не имеют важного практического значения); обучающийся показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности; знает основные положения и расчетные методы, используемые в механике, на которых базируется изучение курсов всех строительных конструкций; умеет грамотно составлять расчетные схемы, определять теоретически и экспериментально внутренние усилия, напряжения, деформации и перемещения, подбирать необходимые размеры сечений стержней из условий прочности, жесткости и устойчивости; владеет основными современными методами постановки, исследования и решения задач механики; способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат; знает конкретное физическое содержание в прикладных задачах профессиональной деятельности; дополнительное условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на практических занятиях;</p> <p>обучающийся умеет применять теоретические знания основной и дополнительной литературы; показывает знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности, владеет основными навыками работы с литературными и патентными источниками, способен аргументированно излагать материал по состоянию научно-технической проблемы и делать необходимые выводы.</p>
	<b>не зачтено</b>	<p>выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного, в том числе лекционного, материала, допускает существенные ошибки в решении практически важных вопросов с точки зрения проектировщиков, выставляется также при незнании одного из основных разделов курса даже в том случае, если ответы на остальные вопросы могут быть оценены положительно; не способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, не привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат; не знает конкретное физическое содержание в прикладных задачах профессиональной деятельности; не знает основные положения и расчетные методы, используемые в механике, на которых базируется изучение курсов всех строительных конструкций; не умеет грамотно составлять расчетные схемы, определять теоретически и экспериментально внутренние усилия, напряжения, деформации и перемещения, подбирать необходимые размеры сечений стержней из условий</p>

<p>- физико-математическим аппаратом для решения задач механики; <i>ПК-13:</i></p> <p>- навыками и приемами подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований;</p>		<p>прочности, жесткости и устойчивости; не владеет основными современными методами постановки, исследования и решения задач механики ;</p> <p>обучающийся не умеет применять теоретические знания основной и дополнительной литературы; не показывает знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности, не способен анализировать и систематизировать найденный материал по теме, слабо ориентируется в выборе методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований на основе изучения научно-технической информации.</p>
<p>- навыками и приемами использования научно-технической информации, анализа отечественного и зарубежного опыта для выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований.</p>	<p><b>отлично</b></p>	<p>Выставляется обучающемуся, глубоко и прочно усвоившему программный, в том числе лекционный, материал, последовательно, четко и самостоятельно (без наводящих вопросов) отвечающему на вопрос билета; обучающийся усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат;</p> <p>обучающийся способен: дать собственную критическую оценку изучаемого материала литературных источников по теме исследований, выделить характерный авторский подход при анализе литературных источников, сравнивать концепции авторов, аргументировано излагать материал по состоянию научно-технической проблемы и делать необходимые выводы; свободно ориентируется в методах использования научно-технической информации, анализе отечественного и зарубежного опыта по теме исследований, понимает их основания и умеет выделить практическое значение.</p>
	<p><b>хорошо</b></p>	<p>Выставляется обучающемуся, твердо знающему программный, в том числе лекционный, материал, грамотно и по существу отвечающему на вопрос билета и не допускающему при этом существенных неточностей (неточностей, которые не могут быть исправлены наводящими вопросами или не имеют важного практического значения); обучающийся показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности;</p> <p>обучающийся владеет основными навыками работы с литературными и патентными источниками, способен использовать основные способы анализа состояния научно-технической проблемы с формулировкой основных задач, понимает специфику подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников по тематике исследований; свободно излагает материал при анализе отечественного и зарубежного опыта, однако не демонстрирует навыков сравнения различных идей и концепций.</p>



	<b>удовлетворительно</b>	Выставляется обучающемуся, который обнаруживает знание основного материала, но не знает его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, излагает материал с нарушением последовательности, отвечает на практически важные вопросы с помощью или поправками экзаменатора; обучающийся способен: выделить основные идеи текста при анализе литературных и патентных источников, использовать основные способы анализа состояния научно-технической проблемы, но без глубокой их проработки; знает основы подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников, однако слабо ориентируется в анализе состояния научно-технической проблемы и не способен свободно излагать материал; в общих чертах понимает приемы использования научно-технической информации при выборе методики по тематике исследований, но затрудняется в формулировке конкретных задач.
	<b>неудовлетворительно</b>	Выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного, в том числе лекционного, материала, допускает существенные ошибки в решении практически важных задач с точки зрения механики, оценка «неудовлетворительно» выставляется также при незнании одного из основных разделов курса даже в том случае, если ответы на остальные вопросы экзаменационных билетов могут быть оценены положительно, не способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, не привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат; обучающийся не способен осуществлять подбор, изучение и анализ литературных и патентных источников, не может использовать основные способы анализа состояния научно-технической проблемы, не имеет четкого представления о подборе, изучении и анализе литературных и патентных источников; не способен анализировать и систематизировать найденный материал по теме, допускает грубые ошибки при анализе отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований; слабо ориентируется в выборе методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований на основе изучения научно-технической информации.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Б1.Б.12.02 Техническая механика направлена на ознакомление обучающихся с фундаментальными понятиями механики, принципами и методами расчета строительных конструкций; на получение теоретических знаний и практических навыков о напряженно-деформированном состоянии стержней и стержневых систем под действием различных нагрузок для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины Б1.Б.12.02 Техническая механика предусматривает:

- лекции,
- практические занятия;
- контрольная работа;
- расчетно-графические работы;
- зачет;
- экзамен;

– самостоятельная работа.

В ходе освоения:

- раздела 1 Основные понятия. Задачи и методы технической механики - обучающиеся должны уяснить основные понятия, такие как прочность, жесткость, устойчивость сооружений, расчетные схемы, метод сечений, закон Гука, гипотезы технической механики, внутренние усилия;

- раздела 2 Геометрические характеристики поперечных сечений стержней - обучающиеся должны уяснить понятия и формулы для расчета момента инерции сечения, момента сопротивления сечения, радиуса инерции сечения, статического момента сечения, определение центра тяжести сечения;

- раздела 3 Центральное растяжение и сжатие – обучающиеся должны усвоить как определяются продольные силы, нормальные напряжения и перемещения при центральном растяжении и сжатии, методы испытаний на растяжение, расчеты на прочность при растяжении и сжатии;

- раздела 4 Двухосное напряженное состояние – обучающиеся должны усвоить напряжения при двухосном напряженном состоянии, основы теории прочности;

- раздела 5 Изгиб – обучающиеся должны усвоить, как определяются внутренние усилия в балках и рамах, нормальные и касательные напряжения при изгибе, построение эпюр внутренних усилий, расчет балок на прочность;

- раздела 6 Сложное сопротивление – обучающиеся должны уяснить основные виды сложного сопротивления и расчеты на прочность;

- раздела 7 Устойчивость сжатых стержней - обучающиеся должны усвоить понятие об устойчивости, критической силы, устойчивого и неустойчивого состояния, формулу Эйлера для определения критической силы, условие устойчивости, потери устойчивости системы, подбор сечения центрально-сжатых стержней;

- раздела 8 Системы статически определимые и неопределимые – обучающиеся должны уяснить понятия степени статической неопределимости, статически определимых и неопределимых систем, основы расчета многопролетных статически определимых балок, плоских статически определимых рам, расчет плоских ферм;

- раздела 9 Определение перемещений в статически определимых стержневых системах – обучающиеся должны усвоить дифференциальное уравнение изогнутой оси балки, формулу Мора, правило Верещагина, формулу Симпсона;

- раздела 10 Расчет статически неопределимых стержневых систем с помощью метода сил – обучающиеся должны усвоить определение степени статической неопределимости системы, выбор основной системы метода сил, составление канонических уравнений, построение эпюр внутренних усилий в статически определимых системах, определение коэффициентов канонических уравнений и их проверку, а также алгоритм расчета статически неопределимых систем методом сил;

- раздела 11 Динамические и периодические нагрузки – обучающиеся должны уяснить виды динамических нагрузок, основные понятия динамики, колебания системы с одной степенью свободы.

Необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для расчета строительных конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

В процессе изучения дисциплины рекомендуется на первом этапе обратить внимание на выбор расчетной схемы сооружения и на определение опорных реакций в конструкциях, то есть на знания, полученные при изучении дисциплины «Теоретическая механика».

Овладение ключевыми понятиями является неотъемлемой частью освоения данной дисциплины.

При подготовке к зачету рекомендуется особое внимание уделить решению задач.

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков реализации представления об инженерных методах расчета строительных конструкций.

Самостоятельную работу необходимо начинать с конспекта лекций, просмотра рекомендуемой литературы и выполнения практических занятий. Производить проверку терминов, понятий с помощью справочной литературы с выписыванием основных моментов в тетрадь.

В процессе консультации с преподавателем обучающийся должен обозначить вопросы, термины, материалы, которые вызывают у него трудности.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой литературы по данной дисциплине. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и глобальной сети Интернет.

По данной дисциплине предусмотрено проведение аудиторных занятий (в виде лекций и практических занятий) в сочетании с внеаудиторной работой.

В период подготовки к зачету или экзамену обучающиеся обращаются к пройденному учебному материалу. При этом они не только скрепляют полученные знания, но и получают новые. Подготовка к зачету (экзамену) включает в себя три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;

- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету и экзамену по темам курса;

- подготовка к ответу на вопросы и просмотр прорешенных задач.

Литература для подготовки к зачету или экзамену рекомендуется преподавателем, либо указана в учебно-методическом комплексе. Для полноты учебной информации и ее сравнения лучше использовать не менее двух учебников.

Основным источником подготовки к зачету и экзамену является конспект лекций, где учебный материал дается в систематизированном виде, основные положения его детализируются, подкрепляются современными фактами и информацией, которые в силу новизны не вошли в опубликованные печатные источники. В ходе подготовки к зачету студентам необходимо обращать внимание не только на уровень запоминания, но и на степень понимания излагаемых проблем.

Зачет и экзамен проводятся по вопросам и задачам, охватывающим весь пройденный материал. По окончании ответа экзаменатор может задать студенту дополнительные и уточняющие вопросы. На решение задачи отводится 60 минут, и на ответ по вопросам студенту дается 30 минут. Положительным также будет стремление студента изложить различные точки зрения на рассматриваемую проблему. Результаты зачета объявляются обучающемуся после окончания ответа в день сдачи.

## АННОТАЦИЯ рабочей программы дисциплины

### Техническая механика

#### 1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины является:

- получение знаний о принципах и методах создания и расчета элементов конструкций;
- содействие фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного мышления обучающихся;
- формирование личности, способной грамотно решать разнообразные профессиональные задачи.

Задачами дисциплины являются:

- дать обучающимся фундаментальные знания о напряженно-деформированном состоянии стержней и стержневых систем под действием различных нагрузок;
- дать необходимые представления о работе конструкций, расчетных схемах, задачах расчета стержневых систем на прочность, жесткость и устойчивость.

#### 2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк – 8 час.; ПЗ – 12 час.; СР – 183 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 216 час, 6 зачетных единицы.

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Основные понятия. Задачи и методы технической механики.
2. Геометрические характеристики поперечных сечений стержней.
3. Центральное растяжение и сжатие.
4. Двухосное напряженное состояние.
5. Изгиб.
6. Сложное сопротивление.
7. Устойчивость сжатых стержней.
8. Системы статически определимые и неопределимые.
9. Определение перемещений в статически определимых стержневых системах.
10. Расчет статически неопределимых стержневых систем с помощью метода сил.
11. Динамические и периодические нагрузки.

#### 3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат;

ПК-13 - знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности.

#### 4. Вид промежуточной аттестации: зачет, экзамен.

*Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе  
на 20\_\_-20\_\_ учебный год*

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:

---

---

---

---

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

---

---

---

---

Протокол заседания кафедры №\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.,

Заведующий кафедрой СКИТС \_\_\_\_\_

Коваленко Г.В.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО  
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)**

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
1	2	3	4	5
ОПК-2      ПК-13	способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат  знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности	1. Основные понятия. Задачи и методы технической механики.	1.1 Задачи технической механики и ее место среди других дисциплин. 1.2 Основные принципы и гипотезы. Метод сечений.	–
		2. Геометрические характеристики поперечных сечений стержней.	2.1 Статические моменты и моменты инерции сечений. 2.2 Главные оси и главные моменты инерции.	–
		3. Центральное растяжение и сжатие.	3.1 Продольные силы, напряжения и перемещения. Закон Гука. 3.2 Механические свойства материалов. 3.3 Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.	контрольная работа
		4. Двухосное напряженное состояние.	4.1 Напряжения при двухосном напряженном состоянии. 4.2 Главные площадки и главные напряжения. 4.3 Основы теории прочности.	–
		5. Изгиб.	5.1 Внутренние усилия в балках и рамах при изгибе. 5.2 Изгибающий момент, продольная и поперечная силы. Построение эпюр внутренних усилий. 5.3 Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Главные напряжения. 5.4 Расчет балок на прочность.	контрольная работа
		6. Сложное сопротивление.	6.1 Основные виды сложного сопротивления. 6.2 Расчеты на прочность.	–
		7. Устойчивость сжатых стержней.	7.1 Понятие об устойчивости. Критическая сила. Формула Эйлера. 7.2 Расчет сжатых стержней на устойчивость.	контрольная работа
		8. Системы статически определимые и неопределимые.	8.1 Стержневые системы. Понятие о статически определимых и неопределимых системах. Степень статической неопределимости. 8.2 Основы расчета многопролетных статически определимых балок.	контрольная работа, РГР

			<b>8.3</b> Плоские статически определимые рамы. <b>8.4</b> Расчет плоских ферм.	
		<b>9.</b> Определение перемещений в статически определимых стержневых системах.	<b>9.1</b> Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки. <b>9.2</b> Методы определения перемещений в стержневых системах.	—
		<b>10.</b> Расчет статически неопределимых стержневых систем с помощью метода сил.	<b>10.1</b> Определение степени статической неопределимости стержневых систем. Методы расчета статически неопределимых систем. <b>10.2</b> Алгоритм расчета статически неопределимых систем по методу сил.	—
		<b>11.</b> Динамические и периодические нагрузки.	<b>11.1</b> Динамические задачи. Основные определения. Виды динамических нагрузок. Число степеней свободы. <b>11.2</b> Колебания системы с одной степенью свободы. Коэффициент динамичности.	—

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p>Знать</p> <p><i>ОПК-2:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- конкретное физическое содержание в прикладных задачах профессиональной деятельности;</li> </ul> <p><i>ПК-13:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- состояние научно-технической проблемы путем подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований;</li> <li>- основы выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований, на основе изучения научно-технической информации, анализа отечественного и зарубежного опыта;</li> </ul> <p>Уметь</p> <p><i>ОПК-2:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выявлять естественнонаучную сущность проблем механики, возникающих в ходе профессиональной деятельности;</li> </ul> <p><i>ПК-13:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать основные способы анализа состояния научно-технической проблемы путем подбора, изучения и критическо-</li> </ul>	<p><b>зачтено</b></p>	<p>Ставится обучающемуся, который в срок, в полном объеме и на высоком уровне выполнил контрольную работу (РГР); тема, заявленная в работе раскрыта полностью; все выводы подтверждены расчетами; отчет подготовлен в соответствии с предъявляемыми требованиями; при защите обучающийся успешно отвечает более чем на 80% заданных вопросов; знает основные положения и расчетные методы, используемые в механике, на которых базируется изучение курсов всех строительных конструкций; умеет грамотно составлять расчетные схемы, определять теоретически и экспериментально внутренние усилия, напряжения, деформации и перемещения, подбирать необходимые размеры сечений стержней из условий прочности, жесткости и устойчивости; владеет основными современными методами постановки, исследования и решения задач механики; способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат;</p> <p>обучающийся умеет применять теоретические знания основной и дополнительной литературы; показывает знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности, владеет основными навыками работы с литературными и патентными источниками, способен аргументировано излагать материал по состоянию научно-технической проблемы и делать необходимые выводы.</p>
	<p><b>не зачтено</b></p>	<p>допущены существенные недостатки в оформлении контрольной работы (РГР): имеются отступления от содержания работы; не раскрыты тема; изложе-</p>

<p>го подхода при анализе литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать научно-техническую информацию, анализ отечественного и зарубежного опыта для выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований;</li> </ul> <p>Владеть <i>ОПК-2:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- физико-математическим аппаратом для решения задач механики;</li> </ul> <p><i>ПК-13</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками и приемами подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований;</li> <li>- навыками и приемами использования научно-технической информации, анализа отечественного и зарубежного опыта для выбора методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований.</li> </ul>		<p>ние материала поверхностно, отсутствуют выводы; общая безграмотность текста, неумение пользоваться профессиональной терминологией; обучающийся допускал арифметические ошибки в работе; не способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, не привлекает их для решения соответствующий физико-математический аппарат; не знает основные положения и расчетные методы, используемые в механике, на которых базируется изучение курсов всех строительных конструкций; не умеет грамотно составлять расчетные схемы, определять теоретически и экспериментально внутренние усилия, напряжения, деформации и перемещения, подбирать необходимые размеры сечений стержней из условий прочности, жесткости и устойчивости; не владеет основными современными методами постановки, исследования и решения задач механики;</p> <p>обучающийся не умеет применять теоретические знания основной и дополнительной литературы; не показывает знание научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю деятельности, не способен анализировать и систематизировать найденный материал по теме, слабо ориентируется в выборе методики и формулирования конкретных задач по тематике исследований на основе изучения научно-технической информации.</p>
---	--	---



Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 08.03.01 Строительство от «12» марта 2015 г. № 201

для набора 2014 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для заочной формы обучения от «03» июля 2018 г. № 413

**Программу составил:**

Дудина И.В., доцент, к.т.н. \_\_\_\_\_

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры СКИТС от «17» декабря 2018 г., протокол № 6 .

Заведующий кафедрой СКИТС \_\_\_\_\_ Коваленко Г.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий выпускающей кафедрой СКИТС \_\_\_\_\_ Коваленко Г.В.

Директор библиотеки \_\_\_\_\_ Сотник Т.Ф.

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИСФ от «20» декабря 2018 г., протокол № 4.

Председатель методической комиссии факультета \_\_\_\_\_ Перетолчина Л.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Начальник учебно-методического управления \_\_\_\_\_ Нежевец Г.П.

Регистрационный № \_\_\_\_\_