МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра электроэнергетики и электротехники

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
__________ Е.И. Луковникова
«_____» декабря 201__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

Б1.В.ДВ.03.01

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Электроснабжение

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ **Стр.**

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к проектно-конструкторскому виду профессиональной деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Изучение вопросов теории вероятности и математической статистики.

Задачи дисциплины

Формирование у студентов представлений о теории вероятностей, математической статистике, как одной из важнейших математических дисциплин, имеющей свой предмет, задачи и методы

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2	способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении экспериментальных задач	**знать:** – основные законы, методы и положения теории вероятности и математической статистики; **уметь:** – применять методы теории вероятности и математической статистики при решении задач; **владеть:** – инструментарием для решения математических и инженерных задач.
ПК-4	способность проводить обоснование проектных решений	**знать:** – методы теории вероятности и математической статистики; **уметь:** – планировать, готовить и выполнять типовые экспериментальные исследования по заданной методике; **владеть:** – навыками планирования, подготовки и выполнения типовых экспериментальных исследований по заданной методике.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.В.ДВ.03.01 Теория вероятности относится к вариативной части.

Дисциплина Теория вероятности базируется на знаниях, полученных при изучении таких учебных дисциплин, как: Высшая математика, Информатика.

Основываясь на изучении перечисленных дисциплин, Теория вероятности представляет основу для изучения дисциплин: Надежность систем энергетики. Терминология. Основы, Спец математика.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	*Курс*	*Семестр*	*Трудоемкость дисциплины в часах*						*Курсовая работа (проект), контрольная работа, реферат, РГР*	*Вид промежуточной аттестации*
			Всего часов	*Аудиторных часов*	*Лекции*	*Лабораторные работы*	*Практические занятия*	*Самостоятельная работа*		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Очная	2	3	108	51	17	-	34	57	-	зачет
Заочная	5	-	108	12	4	-	8	92	-	зачет
Заочная (ускоренное обучение)	3	-	108	8	4	-	4	96	-	зачет
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	*Трудоемкость (час.)*	*в т.ч. в интерактивной, активной, инновациионной формах, (час.)*	*Распределение по семестрам, час*
			3
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	51	15	51
Лекции (Лк)	17	10	17
Практические занятия (ПЗ)	34	5	34
II.Самостоятельная работа обучающихся (СР)	57	-	57
Подготовка к практическим занятиям	27	-	27
Подготовка к зачету	30	-	30
III. Промежуточная аттестация зачет	+	-	+
Общая трудоемкость дисциплины, час.	108	-	108
зач. ед.	3	-	3

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

для очной формы обучения:

№ раздела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоемкость, (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*		
			учебные занятия		*самостоятельная работа обучающихся**
			лекции	*практические занятия*	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

1.	**Основные понятия и определения теории вероятностей**	**27**	**3**	**12**	**12**
1.1.	Случайные события в электроэнергетике	9	1	4	4
1.2.	Случайные величины в электроэнергетике	9	1	4	4
1.3.	Случайные процессы в электроэнергетике	9	1	4	4
2.	**Применение методов теории вероятности в задачах электроэнергетики**	**19**	**3**	**4**	**12**
2.1.	Факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике	5	1	-	4
2.2.	Расчет режима работы электрической сети в вероятностной постановке	5	1	-	4
2.3.	Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	9	1	4	4
3.	**Экспериментальный анализ случайных величин**	**15**	**3**	**-**	**12**
3.1.	Экспериментальный анализ одномерной случайной величины	5	1	-	4
3.2.	Экспериментальный анализ двумерной случайной величины	5	1	-	4
3.3.	Экспериментальный анализ методом Паретто	5	1	-	4
4.	**Проверка статистических гипотез и критерий значимости**	**26**	**4**	**8**	**10**
4.1.	Проверка статистических гипотез	8	1	4	3
4.2.	Основные статистические критерии	4	1	-	3
4.3.	Погрешности измерений	10	2	4	4
5.	**Математическая обработка экспериментальных данных**	**25**	**4**	**10**	**11**
5.1.	Регрессионные модели в электроэнергетике	12	2	5	5
5.2.	Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	13	2	5	6
	ИТОГО	**108**	**17**	**34**	**57**

- для заочной формы обучения:

№ раз-дела и темы	***Наименование раздела и тема дисциплины***	***Трудоем-кость, (час.)***	***Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)***		
			учебные занятия		***самостоятельная работа обучаю-щихся****
			лекции	***практические занятия***	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	**Основные понятия и определения теории вероятностей**	**22**	**1**	**2**	**19**
1.1.	Случайные события в электроэнергетике	6,8	0,3	0,5	6

1.2.	Случайные величины в электроэнергетике	6,8	0,3	0,5	6
1.3.	Случайные процессы в электроэнергетике	7,5	0,4	1	7
2.	**Применение методов теории вероятности в задачах электроэнергетики**	**21**	**1**	**1**	**19**
2.1.	Факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике	6,3	0,3	-	6
2.2.	Расчет режима работы электрической сети в вероятностной постановке	6,3	0,3	-	6
2.3.	Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	8,4	0,4	1	7
3.	**Экспериментальный анализ случайных величин**	**20**	**1**	**-**	**19**
3.1.	Экспериментальный анализ одномерной случайной величины	6,3	0,3	-	6
3.2.	Экспериментальный анализ двумерной случайной величины	6,3	0,3	-	6
3.3.	Экспериментальный анализ методом Паретто	7,4	0,4	-	7
4.	**Проверка статистических гипотез и критерий значимости**	**21,5**	**0,5**	**2**	**19**
4.1.	Проверка статистических гипотез	7,1	0,1	1	6
4.2.	Основные статистические критерии	6,2	0,2	-	6
4.3.	Погрешности измерений	8,2	0,2	1	7
5.	**Математическая обработка экспериментальных данных**	**19,5**	**0,5**	**3**	**16**
5.1.	Регрессионные модели в электроэнергетике	9,25	0,25	1	8
5.2.	Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	9,25	0,25	2	8
	ИТОГО	**104**	**4**	**8**	**92**

для заочной формы обучения (ускоренное обучение)**:**

№ раз-дела и темы	***Наименование раздела и тема дисциплины***	***Трудоем-кость, (час.)***	***Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)***		
			учебные занятия		***самостоя тельная работа обучаю-щихся****
			лекции	***практические занятия***	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	**Основные понятия и определения теории вероятностей**	**22**	**1**	**1**	**20**
1.1.	Случайные события в электроэнергетике	7,55	0,3	0,25	7
1.2.	Случайные величины в электроэнергетике	7,55	0,3	0,25	7

1.3.	Случайные процессы в электроэнергетике	6,9	0,4	0,5	6
2.	**Применение методов теории вероятности в задачах электроэнергетики**	**21,5**	**1**	**0,5**	**20**
2.1.	Факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике	7,3	0,3	-	7
2.2.	Расчет режима работы электрической сети в вероятностной постановке	7,3	0,3	-	7
2.3.	Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	6,9	0,4	0,5	6
3.	**Экспериментальный анализ случайных величин**	**21**	**1**	**-**	**20**
3.1.	Экспериментальный анализ одномерной случайной величины	7,3	0,3	-	7
3.2.	Экспериментальный анализ двумерной случайной величины	7,3	0,3	-	7
3.3.	Экспериментальный анализ методом Паретто	6,4	0,4	-	6
4.	**Проверка статистических гипотез и критерий значимости**	**21,5**	**0,5**	**1**	**20**
4.1.	Проверка статистических гипотез	7,6	0,1	0,5	7
4.2.	Основные статистические критерии	6,2	0,2	-	6
4.3.	Погрешности измерений	7,7	0,2	0,5	7
5.	**Математическая обработка экспериментальных данных**	**20**	**0,5**	**1,5**	**16**
5.1.	Регрессионные модели в электроэнергетике	8,75	0,25	0,5	8
5.2.	Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	9,25	0,25	1	8
	ИТОГО	**104**	**4**	**4**	**96**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

Раздел 1. Основные понятия и определения теории вероятностей

Теория вероятностей – математическая наука, изучающая закономерности массовых однородных случайных событий

Возникновение теории вероятностей относят к середине XVII века, когда впервые в работах Кардано, Паскаля, Ферма и Гюйгенса были сформулированы правила подсчёта вероятностей различных исходов азартных игр.

Следующий этап развития теории вероятностей связан с именем Якоба Бернулли (1654-1705 гг.) Доказанная им теорема, получившая впоследствии название «Закона больших чисел» была первым теоретическим обоснованием ранее накопленных фактов.

Дальнейшими успехами теория вероятностей обязана Муавру, Лапласу, Гауссу, Пуассону и др. Большой вклад в разработку вопросов теории вероятностей внесла русская математическая школа, в частности, В.Я. Бунякский П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.Н. Ляпунов и советские математики С.Н. Бернштейн, В.И. Романовский, А.Н. Колмогоров, А.Я. Хинчин, Б.В Гнеденко, Н.В. Смирнов и др.

В основе теории вероятностей лежит понятие события. Случайным событием называют событие, которое при осуществлении определённой совокупности условий, может либо произойти, либо не произойти. При этом достоверным называется событие, которое при конкретных условиях S обязательно произойдёт, а невозможным – событие, которое при заданных условиях S не может произойти. Таким образом, событие рассматривается как результат испытаний.

Основные виды случайных событий и возможные связи между ними представлены в Приложении 1.

Что же даёт основание считать то или иное событие случайным, достоверным или невозможным? Только опыты или наблюдения за событиями могут привести к каким-либо выводам. Однако опыты или наблюдения

должны быть при этом достаточно длительными (представительными). Иначе суждение о том, что событие является случайным, достоверным или невозможным, может оказаться ошибочным. Только при достаточно большом количестве наблюдений за данным событием можно установить, является ли вообще данное событие случайным.
Естественно, возникает вопрос, существуют ли закономерности у случайных событий? Не являются ли понятия «закономерность» и «случайность» взаимно исключающими? Нет, эти понятия диалектически связаны между собой и не исключают друг друга. Произойдёт ли в данном случае или не произойдёт случайное событие определяется совокупностью большого числа причин, которые в большинстве случаев практически нельзя проанализировать, но всё же случайное событие происходит вполне закономерно. Так же как невозможно проанализировать все причины, влияющие на возникновение случайного события, то и невозможно с достоверностью предсказать, произойдёт оно или нет в данном конкретном случае. Если же рассматривать достаточно большое число случаев (исходов), когда событие может произойти или не произойти, или производить большое число опытов (испытаний), то у любого случайного события начнёт проявляться объективная закономерность.
Случайной величиной называется величина, принимающая в результате опыта то или иное значение, неизвестное заранее (априори). Между случайной величиной и случайным событием существует тесная связь. Если каждому случайному событию можно поставить в соответствие какую-либо величину, то появлению того или иного случайного события также соответствует та или иная случайная величина. В качестве случайной величны можно принять и число однородных случайных событий за определённый промежуток времени. Случайные величины отличаются от детерминированных тем, что в разных случаях (или испытаниях) их значения, в отличие от последних, могут быть разными. Однако, в общем случае, все случайные величины подчинены тем или иным объективным закономерностям. Так, например, они могут иметь ограниченные области возможных значений; различные значения случайных величин могут иметь различные вероятности и т.д.. Заметим, что к числу случайных величин относятся такие величины, как погрешности измерения, ошибки прогнозирования и т.д.
Случайной функцией называется величина, изменяющаяся случайным образом при изменении аргумента. В отличие от детерминированной функции, имеющей конкретные значения при определённом значении аргумента, случайная функция при заданном значении аргумента продолжает оставаться случайной величиной, т.е. может иметь различные значения с различной вероятностью их появления.
Если аргументом случайной функции является время, как это имеет место в большинстве практических приложений, то такая случайная функция называется случайным процессом.
В каждом отдельном опыте случайная функция имеет конкретное значение и представляется некоторой вполне определённой неслучайной функцией аргумента. Эта конкретная функция называется реализацией случайной функции в данном опыте.

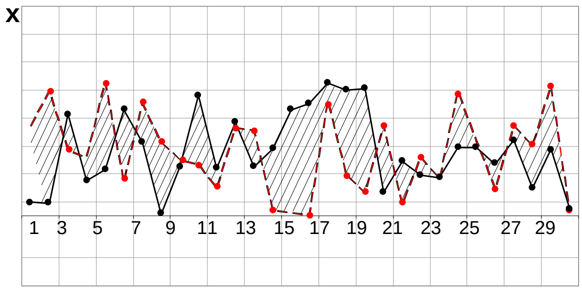


Рис.1.1 Изменение случайного параметра:- случайная величина; - случайные функции (реализации);
- область изменения случайного процесса для параметра x

В соответствии с рис. 1.1. для случайного параметра, x случайными величинами являются значения параметра в отдельные моменты времени, случайной функцией – изменения случайной величины во времени, а случайным процессом – семейство (ансамбль реализаций) случайных функций изменения параметра x во времени.

Тема 1.1. Случайные события в электроэнергетике
Лекция проводится в интерактивной форме: лекция-беседа, лекция с разбором конкретных ситуаций (2 часа).

ЭЭС и системы электроснабжения объединяют большое число различных технических устройств генерирующих, передающих и преобразующих электрическую энергию [1]. Естественно, что условия работы большой совокупности даже однородных электротехнических устройств резко отличаются друг от друга и носят с точки зрения энергосистемы случайный характер. Это приводит к изменению случайным образом, как параметров схемы, так и параметров режима электрической сети.

Примером случайного характера изменения параметров схемы системы (сети) может служить изменение конфигурации (топологии) электрической сети, происходящее случайным образом из-за возникновения аварийных повреждений элементов электрической сети. В свою очередь, аварийные повреждения отдельных элементов электрической сети (генераторы, турбины, котлы, трансформаторы, линии электропередачи, выключатели, реакторы и т.д.) также являются случайными событиями, возникающими в результате наложения большого числа неблагоприятных факторов. При этом заранее нельзя предсказать какой конкретно элемент электрической сети и в какой момент времени откажет. Аварийные повреждения электрооборудования могут вызвать, при отсутствии достаточного резерва мощности генерирующих источников, нарушение электроснабжения электроприёмников энергосистемы.

К числу параметров режима, изменяющихся случайным образом, относится, в частности, величина электропотребления. Электрические сети энергосистем питают десятки и сотни тысяч приёмников электрической энергии (промышленные установки, электродвигатели, насосы, нагревательные устройства, осветительные установки и т.п.), работающие во многих случаях независимо друг от друга. Эти электроприёмники в течение суток могут быть подключенными или отключенными от электрической сети и работать с той или иной загрузкой. При этом, даже если электропотребление каждым электроприёмником будет неслучайным событием, то электропотребление в целом по энергосистеме будет случайной величиной, т.к. заранее невозможно достоверно предсказать, какая будет нагрузка электрической сети тот или иной момент времени.

В итоге, основные условия работы энергосистемы, а именно условия, определяющие величины электропотребления в энергосистеме и суммарной располагаемой мощности для его покрытия, в свою очередь определяются большим числом случайных событий. Только зная количественные характеристики таких случайных событий можно достоверно определить суммарное электропотребление, величину необходимого резерва мощности для обеспечения бесперебойного электроснабжения потребителей и т.д.

Для количественного сравнения случайных событий между собой по частоте их появления используют вероятность[1] события, *p*. **Вероятность** есть число, характеризующее степень возможности появления случайного события при конкретных условиях S. Если при вычислении вероятности появления события A никаких других ограничений, кроме конкретных условий S не присутствует, т.е. рассматривается независимое случайное событие, то такую **вероятность называют безусловной,** P(A).

Для зависимых случайных событий имеются дополнительные условия (ограничения), лишь при выполнении которых может появиться случайное событие A. Вероятность появления такого зависимого случайного события A называют **условной.**

Условная вероятность P(A/B) определяет вероятность появления случайного события A, вычисленную в предположении, что случайное событие B уже произошло.

В электроэнергетике к зависимым случайным событиям можно отнести, к примеру, повреждения отдельных фаз линии электропередачи. При повреждении одной фазы линии электропередачи в сети с изолированной нейтралью напряжения других фаз возрастают в $\sqrt{3}$ раз, что увеличивает вероятность их повреждения. Но даже в сети с заземлённой нейтралью, где повышения напряжения на других фазах не происходит, ионизация воздуха, обусловленная коротким замыканием на одной фазе, является независимым случайным событием, а одновременное повреждение фаз в одном и том же месте является зависимым случайным событием.

Возможны два метода определения безусловной вероятности случайного события – **классический** и **статистический**.

Классическая вероятность случайного события *A, P(A)* применима только в том случае, если изучаемое случайное событие образует полную группу, Z элементарных[2] несовместных и равновероятностных исходов[3] (Приложение 1)

$$Z \in \{z_1; z_2; z_3 ... z_n\}$$

Её численные значения определяются отношением числа благоприятствующих этому случайному событию A равновероятностных несовместных элементарных исходов, *m* к общему числу таких исходов n для случайного события, A образующих полную группу исходов

$$P(A) = \frac{m}{n}, \quad m \le n \qquad (1.1)$$

Из определения классической вероятности и выражения (1.1) вытекают следующие её свойства

Свойство 1. *Вероятность достоверного события, U равна единице.*

Действительно, если событие достоверно, то каждый элементарный исход испытания благоприятствует появлению такого события. По этой причине имеем

$$P(U) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

Свойство 2. *Вероятность невозможного события, V равна нулю.*

Понятно, что если событие невозможно, то ни один из элементарных исходов испытания не благоприятствует появлению этого события. В этом случае m=0, следовательно,

---

[1] probability – вероятность

[2] под элементарным исходом понимают один из возможных результатов испытания

[3] если вероятность появления различных исходов (событий) в рамках полной группы одинакова, то такие исходы (события) являются равновероятностными

$$P(V) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0$$

С в о й с т в о 3 . *Вероятность случайного события есть положительное число, заключённое между нулём и единицей.*

В большинстве случаев, случайному событию благоприятствует лишь часть из общего числа элементарных исходов испытания. При этом *0<m<n*, значит, *0<m/n<1*

$$0 < P(A) < 1$$

Итак, вероятность любого случайного события удовлетворяет двойному неравенству

$$0 \le P(A) \le 1$$

Характеристика, противоположная появлению случайного события *A*, называется **отказом**[4]**,** q(A) и определяется по выражению

$$q(A) = 1 - p(A) \qquad (1.2)$$

К сожалению, на практике общее число элементарных исходов случайного события, а также «благоприятных» элементарных исходов, крайне трудно определить. Кроме того, далеко не всегда удаётся доказать правомерность допущения о равной вероятности появления тех или иных случайных событий в рамках данной группы. Поэтому в электроэнергетике вместо классической вероятности случайного события значительно чаще используется **статистическая вероятность**, $\sum \mathrm{P(A)}$. Под **статистической вероятностью случайного события** понимают относительную частоту появления данного случайного события A при достаточно большом числе испытаний, *n.*

$$\sum P(A) = \frac{m_A}{n}, \qquad (1.3)$$

где $\mathrm{m_A}$ - общее число появлений случайного события *A*

Пример 1.1. В низковольтных электрических сетях 0,4 кВ в течение четырёх часов с дискретностью *Δt* = 15 мин. производились измерения величины тока нагрузки, $\mathrm{I_{нагр}}$ (табл. 1.1). Какова вероятность того, что за период измерений величина $\mathrm{I_{нагр}}$ не превысила 15 A.

Таблица 1.1

Исходные данные

Часовые интервалы	Величина тока нагрузки, A			
10:00 – 11:00	13	15	14	20
11:00 – 12:00	9	14	12	16
12:00 – 13:00	17	24	13	14
13:00 – 14:00	13	9	7	11

Решение.

Используя выражение (1.3) вычислим статистическую вероятность появления величины $\mathrm{I_{нагр}} \le 15\ A$ при общем числе испытаний n=4x4=16

$$\sum P(\mathrm{I_{нагр}}) = \frac{3+3+2+4}{16} = 0{,}75$$

Пример 1.2. Цифровая система содержит 5 электронных блоков и выходит из строя при отказе любых двух блоков. Какова вероятность того, что цифровая система выйдет из строя по причине отказа чётных блоков (№2 и №4), если известно, что $\mathrm{p_1 = p_2 = 0.9;\ q_3 = q_4 = q_5 = 0.25}$.

Решение В таблице 1.2. представим полную группу возможных вариантов выхода из строя цифровой системы при отказе любых двух блоков. Число таких вариантов – число сочетаний, $\mathrm{C_m^n}$, определяемое по формуле бинома Ньютона, составит:

$$\mathrm{C_5^2} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$$

Таблица 1.2

[4] quit – отказ

Возможные варианты функционирования цифровой системы при отказе двух блоков.

Номер блока	Варианты									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	–*	+**	+	+	+	–	–	–	+	+
2	–	–	+	+	–	+	+	+	+	–
3	+	–	–	+	+	+	+	–	–	+
4	+	+	–	–	–	+	–	+	+	+
5	+	+	+	–	+	–	+	+	–	–

* «–» отказавший блок

** «+» работающий блок

В соответствии с табл. 1.2. пятый вариант соответствует выходу из строя цифровой системы по причине отказа 2-го и 4-го блоков.

Тогда с учётом формулы полной вероятности (формула П.1.11, Приложение 1) искомая вероятность появления этого варианта из 10 возможных $Q_{\sum}$ определится как

$$Q_{\sum} = \frac{Q_V}{\sum_{i=I}^{x} Q_i} = \frac{p_1 q_2 p_3 q_4 p_5}{q_1 q_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 q_2 q_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 q_3 p_4 q_5 + p_1 p_2 p_3 q_4 q_5 + p_1 q_2 p_3 p_4 p_5 + q_1 p_2 p_3 p_4 q_5 + q_1 p_2 p_3 q_4 p_5 + q_1 p_2 q_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 q_3 p_4 q_5 + p_1 q_2 p_3 p_4 q_5} =$$

$$= \frac{0.9(1-0.9)(1-0.25)\cdot 0.25(1-0.25)}{(1-0.9)(1-0.9)(1-0.25)(1-0.25)(1-0.25) + 0.9(1-0.9)\cdot 0.25\times (1-0,25)(1-0,25) + 0.9\cdot 0.9\cdot 0.25\cdot 0.25(1-0.25) + 0.9\cdot 0.9(1-0.25)\times 0.25\cdot 0.25 + 0.9(1-0.9)(1-0.25)\cdot 0.25\cdot (1-0.25) + (1-0.9)\cdot 0.9\cdot 0.25\times (1-0.25) + 0.9\cdot 0.9\cdot 0.25\cdot (1-0.25)\cdot 0.25 + 0.9(1-0.9)(1-0.25)\times (1-0.25)\cdot 0.25} = \frac{0.0126}{0.1977} = 0.064$$

Обычно в электроэнергетике приходится определять вероятности не простых случайных событий, а сложных случайных событий, являющихся комбинациями ряда простых (элементарных) случайных событий. В качестве примера рассмотрим аварийные повреждения электрооборудования на энергообъектах или в электрических сетях. При большом количестве агрегатов электростанций и элементов сети повреждения одних устройств могут сочетаться с повреждениями других устройств. Возникает задача определения вероятности одновременного повреждения двух, трёх и более устройств (агрегатов) или элементов сети. В ряде случаев необходимо также определять вероятность того, что никаких повреждений в энергосистеме нет – вероятность безотказной работы, так как эта величина характеризует надёжность работы всего оборудования. Аналогичные задачи возникают и при необходимости выбора оптимального решения, связанного с обеспечением или надёжности работы энергосистемы (выбор оптимального резерва мощности), или надёжности питания отдельных потребителей (выбор оптимальной схемы электроснабжения потребителя), или устойчивости энергосистемы (выбор оптимального уровня устойчивости). Во всех этих случаях отдельные повреждения рассматриваются как независимые и совместные случайные события.

Пример 1.3. Определить вероятность повреждения энергетического блока, $q_{бл}$, представляющего собой последовательное соединение парового котла с паровой турбиной и электрическим генератором. Паровая турбина получает весь пар от парового котла. Генератор расположен на одном валу с турбиной, т.е. использует всю её мощность. Вероятности повреждения отдельных элементов блока известны и составляют: $q_к$ =0.02; $q_т$ =0,01 и $q_г$ =0,001 для котла, турбины и генератора соответственно.

Решение

Очевидно, что аварийный выход из работы всего блока может иметь место при повреждении хотя бы одного из трёх указанных элементов блока. Так как безаварийная работа элемента блока, $p_{бл}$ является событием, противоположным повреждению, то вероятности безаварийной работы отдельных элементов блока можно рассчитать, исходя из выражения (1.2)

$p_к = 1 – 0{,}02 = 0{,}98$; $p_т = 1 – 0{,}01 = 0{,}99$; $p_г = 1 – 0{,}001 = 0{,}999$

Найдём вероятность того, что все элементы блока не повреждены, т.е. блок работает исправно. Так как аварийность каждого элемента можно считать независимой от других элементов, то вероятность того, что все три элементы не повреждены, т.е. вероятность безаварийной работы блока, $p_{бл}$ составит:

$$p_{бл} = p_к p_т p_г = 0{,}98 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}999 = 0{,}9692298$$

Повреждение блока по любой причине является событием, противоположным по отношению к безотказной работе блока. Поэтому, согласно (1.2), вероятность повреждения блока, $q_{бл}$ определится как:

$$q_{бл} = 1 - 0.9692298 = 0.0307702$$

Можно найти эту же величину, если рассмотреть полную группу возможных повреждений элементов блока: а) котла; б) турбины; в) генератора; г) котла и турбины; д) котла и генератора; е) турбины и генератора; ж) котла, турбины и генератора

В таблице 1.3 представим полную группу возможных повреждений различных элементов блока.

Таблица 1.3

Возможные варианты повреждения элементов блока.

Элемент	Варианты						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
Котёл	–	+	+	–	–	+	–
Турбина	+	–	+	–	+	–	–
Генератор	+	+	–	+	–	–	–

Найдём вероятность появления каждого из возможных семи случаев повреждения элементов блока:

а) вероятность повреждения котла, $q'_к$

$$q'_к = q_к p_т p_г = 0{,}62 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}999 = 0{,}0197802$$

Было бы неправильно считать, что вероятность повреждения только котла равна 0,02, так как в число событий «повреждение котла» вошли события одновременного повреждения котла и других элементов блока.

В случае а) интерес представляет повреждение только котла при безотказной работе других элементов. Именно поэтому величина 0,02 умножается на 0,99 и на 0,999.

б) вероятность повреждения турбины, $q'_т$

$$q'_т = p_к q_т p_г = 0{,}98 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}999 = 0{,}0097902$$

Аналогично рассчитаем вероятности для остальных случаев, представленных в таблице 1.3:

в) $p_к p_т q_г = 0{,}98 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}001 = 0{,}0009702$;

г) $q_к q_т p_г = 0{,}02 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}999 = 0{,}0001998$;

д) $q_к p_т p_г = 0{,}02 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}001 = 0{,}0000198$;

е) $p_к q_т q_г = 0{,}98 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}001 = 0{,}0000098$;

ж) $q_к q_т q_г = 0{,}02 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}001 = 0{,}0000002$;

Если сложить вероятности повреждений для всех семи случаев, то получится вероятность повреждения блока, равная 0,0307702. Как видно из результатов вычислений, для определения вероятности повреждения блока первый способ гораздо проще и требует меньше расчётов. Зато второй способ позволяет не только получить величину общей вероятности повреждения блока, но и проанализировать вероятности различных причин повреждения всего блока. Расчёты показали, что наибольшее значение имеет вероятность повреждения котла, а затем – турбины. Вероятность этих двух случаев составляет 0,00295704 из общей вероятности повреждения блока, равной 0,0307702.

Пример 1.4. Потребитель питается по двухцепной линии электропередачи. Вероятность повреждения и выхода из строя каждой цепи составляет q =0,001. Потребитель может получить всю требуемую мощность по любой из цепей. Какова вероятность сохранения бесперебойного электроснабжения, $P_н$ данного потребителя?

Решение.

Потребитель теряет электроснабжение только в случае аварийного выхода обеих цепей. Вероятность этого события равна $0{,}001 \cdot 0{,}001 = 0{,}000001$. Вероятность сохранения питания, т.е. надёжность энергоснабжения, по формуле (1.2) равна 1 – 0,000001 = 0,999999. Если по одной цепи может быть передано только 50% мощности, то вероятность передачи только 50% мощности можно определить так. Вероятность отказа первой цепи, при сохранении второй, равна $0{,}001 \cdot 0{,}999 = 0{,}000999$, где второй множитель соответствует вероятности сохранения второй цепи. Вероятность отказа второй цепи, при сохранении в работе первой, составляет $0{,}999 \cdot 0{,}001 = 0{,}000999$. Суммарная вероятность отказа только одной цепи определится как сумма обеих вероятностей, т.е. 0,001998.

С учётом вышеизложенного, вероятность сохранения полной нагрузки, $p_н$ определится следующим образом:

$$P_н = 0{,}999 \cdot 0{,}999 = 0{,}998001$$

В свою очередь, вероятность полной потери питания, $Q_н$ составит $Q_н = 0.001 \cdot 0.001 = 0.000001$ Заметим, что сумма вероятностей сохранения полной нагрузки, сохранения 50% нагрузки и полной потери питания равна единице, так как эти события составляют полную группу несовместных событий:

$$0{,}998001 + 0{,}001998 + 0{,}000001 = 1$$

Пример 1.5. Пусть статистическая вероятность повреждения любой из фаз линии, $\sum P(A)$ составляет 0,001. Примем также, что если произошло повреждение одной из фаз, то повреждение любой другой фазы будет иметь статистическую вероятность 0,2, т.е. условная вероятность повреждения второй фазы при повреждении первой $P(B/A)$ равна 0,2. Кроме того, пусть аналогичные вероятности повреждения одной фазы при повреждении двух других $P(A/BC)$; $P(B/AC)$; $P(C/AB)$ составляют 0,5. Определить соотношения вероятностей одно-, двух- и трёхфазных коротких замыканий при условии, что авария началась с повреждения одной фазы.

Решение

Определим вероятность аварийного повреждения двух фаз:

$$P(AB) = 0.2 \cdot 0.001 = 0.0002$$

По аналогии, вероятность аварийного повреждения трёх фаз составит:

$$P(ABC) = 0.5 \cdot 0.0002 = 0.0001$$

Определим условные вероятности развития аварии, т.е. условные вероятности повреждений других фаз. Пусть статистистикой установлено, что однофазных коротких замыканий в данной сети за некоторый длительный период времени было 100, а в 20 случаях из них повредилась и другая фаза. Приняв число аварий пропорциональным числу вероятности, можно, определить условную вероятность повреждения и другой фазы:

$$P(A/B) = P((AB)/P(B) = 20/100 = 0.2$$

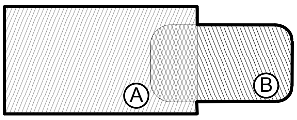
Таким образом, соотношения вероятностей одно-, двух- и трёхфазных повреждений в анализируемой электрической сети окажутся равными: 0,001; 0,0002; 0,0001, или примерно 77% однофазных, 15% двухфазных и 8% трёхфазных коротких замыканий.

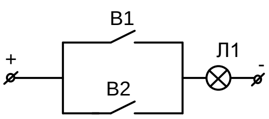
1.1.1. Элементы алгебры логики

При анализе случайных событий достаточно широко используется алгебра логики (булева алгебра)

- **Операция дизъюнкции** (логическая операция «ИЛИ»)

В геометрической интерпретации при наличии двух множеств случайных событий А и В (рис. 1.2.а) операция дизъюнкции выполняется, если имеет место ИЛИ случайное событие А ИЛИ случайное событие В ИЛИ оба случайных события А и В, происходят одновременно. Математически это означает **объединение** и обозначается как $A \cup B$. Соответственно, вероятность появления логической операции «ИЛИ» записывается в виде $P(A \cup B)$. Область существования операции дизъюнкции на рис. 1.2. выделена толстой линией





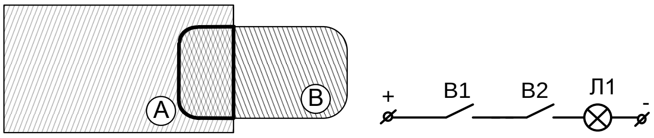
а *б*

Рис. 1.2. Операция дизъюнкции
а - геометрическое представление; *б* - логическая схема «ИЛИ»

Электрическая цепь с двумя параллельными контактами (рис. 1.2.б) образует логическую схему «ИЛИ». В соответствии с этой схемой цепь будет замкнута (лампочка Л1 горит) если замкнут ИЛИ контакт В1, ИЛИ контакт В2, ИЛИ замкнуты одновременно оба контакта.

- **Операция конъюнкции** (логическая операция «И»)

Как следует из рис. 1.3.а при наличии двух множеств случайных событий А и В операция конъюнкции выполняется, если происходят И случайное событие А, И случайное событие В. Математически это означает **пересечение** и обозначается как $A \cap B$. Соответственно, вероятность появления логического «И» записывается в виде $P(A \cap B)$. Область существования операции конъюнкции на рис. 1.3.а выделена толстой линией



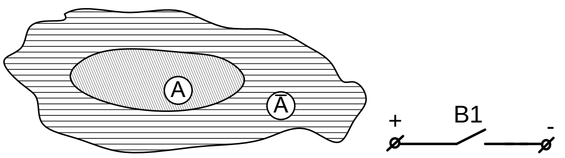
а б

Рис. 1.3. Операция конъюнкции
а - геометрическое представление; *б* - логическая схема «И»

Электрическая цепь с двумя последовательно соединёнными контактами (рис. 1.3.б) образует логическую схему «И». В соответствии с этой схемой цепь будет замкнута (лампочка Л1 горит), если одновременно будут замкнуты И контакт В1 И контакт В2

- **Операция отрицания** (логическая операция «НЕ»)

В соответствии с рис. 1.4.а при известной области существования случайного события А логическая операция «НЕ», имеет место вне этой области и математически обозначается как $\overline{A}$



а *б*

Рис. 1.3. Операция логического «НЕ»
а - геометрическое представление; *б* - логическая схема «НЕ»

Электрическая цепь с постоянно разомкнутым контактом (рис. 1.4.б) образует логическую схему «НЕ».

В настоящее время повышенный интерес к логическим схемам в электроэнергетике обусловлен массовой заменой электромеханических видов релейной защиты и автоматики на цифровые системы и комплексы.

Тема 1.2. Случайные величины в электроэнергетике
Лекция проводится в интерактивной форме: лекция-беседа, лекция с разбором конкретных ситуаций (2 часа).

Исторически понятие **комплексного числа** появилось как расширение понятия действительного числа при решении алгебраических уравнений. В общем случае среди множества действительных Как уже отмечалось, случайной называют величину, которая в результате испытания (опыта) принимает только одно возможное значение, заранее не известное и зависящее от случайных причин, которые априори не могут быть учтены.

Различают **дискретные** и **непрерывные** случайные величины. Под **дискретной** понимают величину, которая принимает отдельные изолированные значения с определёнными вероятностями. Например, число электроприёмников, отключенных во время аварийной ситуации. **Непрерывной** называют случайную величину, которая может принимать различные значения, из некоторого конечного промежутка (области) или бесконечного пространства. В качестве примера можно привести изменение величины напряжения отдельного узла электрической сети в часовом интервале времени.

Количественная оценка наиболее просто осуществляется для дискретной случайной величины. Для этой цели используются **основные статистические характеристики,** а именно:

- математическое ожидание, M(x);
- дисперсия, D(x);
- среднеквадратичное отклонение (электрический стандарт), $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины, x называют сумму произведений всех её возможных значений, x_i на соответствующие вероятности их появления, p_i

$$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \qquad (1.4)$$

Для дискретной случайной величины с n равновероятностными элементарными исходами выражение (1.4) можно записать в следующем виде:

$$M(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1.5)$$

В общем случае M(x) характеризует среднее значение анализируемой случайной величины x. К сожалению, оно не позволяет судить о степени изменчивости (разбросе) этой случайной величины. Часто необходимо знать, насколько отклоняется случайная величина от своего математического ожидания. Если эти отклонения (разбросы) невелики, что характерно для медленно изменяющихся (стабильных) случайных величин, то математическое ожидание достаточно хорошо представляет случайную величину; если же отклонения велики, т.е. разброс значений случайной величины или их рассеяния велики, то одного математического ожидания уже недостаточно для всесторонней характеристики изучаемой случайной величины. В этом случае, в качестве меры отклонений случайной величины, x от её математического ожидания *M(x)* необходимо использовать **дисперсию случайной величины,** *D(x),* вычисляемую как

$$D(x) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left[x_i - M(x)\right]^2 \qquad (1.6)$$

Основные свойства математического ожидания и дисперсии дискретный случайной величины приведены в Приложении 1 (выражения П.1.12 – П.1.19)

Квадратный корень из величины дисперсии называется **среднеквадратичным отклонением – электрическим стандартом**, $\sigma(x)$ случайной величины x

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \qquad (1.7)$$

Количественную оценку для **непрерывной случайной величины** осуществляют с помощью **дополнительных статистических характеристик**, а именно:

- интегральной функции распределения вероятностей, F(x);
- плотности распределения вероятностей, f(x)

Пример 1.6. По результатам измерений параметра тока, I в течение часа с дискретностью 10 минут (табл. 1.4) вычислить основные статистические характеристики: M(x); D(x); $\sigma(x)$

Таблица 1.4

Данные измерений тока

№ измерения	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
I, A	9	12	10	17	24	18

Решение.

1. В соответствии с выражением (1.5) определяем математическое ожидание, *M(I)*

$$M(I) = \frac{1}{6}(9 + 12 + 10 + 17 + 24 + 18) = 15[A]$$

2. По формуле (1.6) произведём расчёт величины дисперсии тока, D(I)

$$D(I) = \frac{1}{6-1}\Big[(9-15)^2 + (12-15)^2 + (10-15)^2 + (17-15)^2 + $$
$$+ (24-15)^2 + (18-15)^2\Big] = 164[A]^2$$

3. Используя выражение (1.7) рассчитаем величину электрического стандарта тока, $\sigma(I)$

$$\sigma(I) = \sqrt{164} \approx 12.81[A]$$

Если x – случайная величина, то вероятность того, что она примет значение, меньшее некоторого числа *x,* равна $\overline{P}$ (x < *x*)=F(*x*).

Функция *F(x)* называется **интегральной функцией распределения вероятностей** или **законом распределения вероятностей случайной величины.**

Для дискретных случайных величин функция *F(x)* есть неубывающая ступенчатая функция, скачки которой происходят в точках, соответствующих возможным значениям анализируемой случайной величины и равны вероятностям появления этих значений.

Пример 1.7. Для дискретной случайной величины x с известной таблицей распределения (табл. 1.5) построить функцию распределения.

Таблица 1.5.

Распределение дискретной случайной величины

x	1	4	8
p	0.3	0.1	0.6

Решение.

Согласно данным, приведённым в таблице 1.5, при $x \le 1$ функция распределения *F(x)=0*

Если $1 < x \le 4$, то *F(x)=0,3*

При $4 \le x \le 8$ *F(x)=0,4*

Если $x > 8$, то *F(x)=1*

В соответствии с вышеизложенным, искомая функция распределения может быть записана в виде

$$F(x) = \begin{cases} 0, \textit{ при } x \le 1 \\ 0.3, \text{ при } 1 \le x \le 4 \\ 0{,}4, \text{ при } 4 \le x \le 8 \\ 1, \text{ при } x > 8 \end{cases}$$

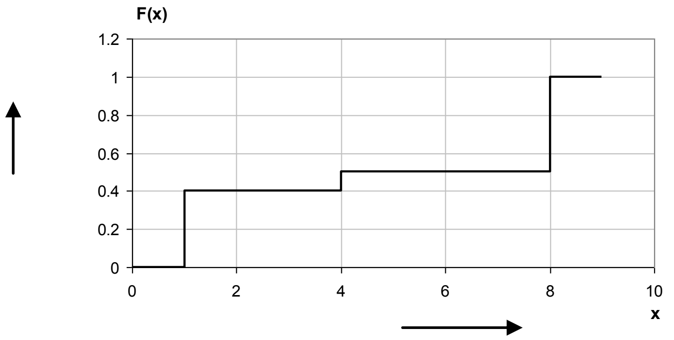


Рис. 1.5. Функция распределения дискретной случайной величины

График этой функции представлен на рис. 1.5.

Для непрерывных случайных величин функция F(x) непрерывна для всех значений *x* (рис. 1.6). Как следует из рисунка график расположен в полосе, ограниченной прямыми y = 0; y = 1. При возрастании *x* в интервале (a, b), в котором заключены все возможные значения случайной величины, увеличивается и функция распределения от F(x)=0 до F(x)=1.

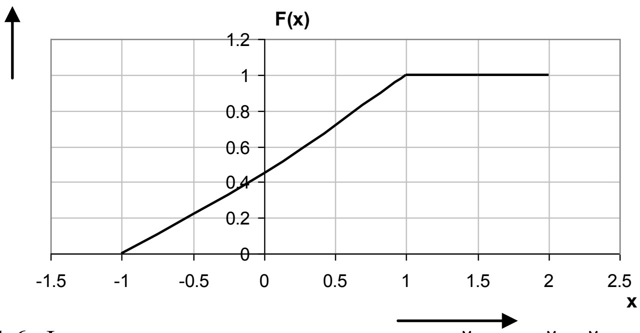


Рис. 1.6. Функция распределения непрерывной случайной величины

Знание функции распределения даёт возможность вычислить вероятности попадания непрерывной случайной величины в определённый интервал. Так, если известны значения $F(x_1)$ и $F(x_2)$, то искомая вероятность попадания непрерывной величины *x* в интервал $(x_1 + x_2)$ окажется равной

$$P(x_1 \le x \le x_2) = F(x_2) - F(x_1)$$

Производная от F(x) называется **плотностью распределения вероятностей** случайной величины, f(x).

$$f(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x} \qquad (1.8)$$

Из выражения (1.8) следует, что определение плотности распределения вероятностей f(x) для непрерывной случайной величины возможно только при наличии F(x). В то же время необходимо подчеркнуть, что для описания функции распределения вероятности дискретной случайной величины плотность распределения вероятностей неприменима.

Таким образом, с вероятностной точки зрения, случайная величина будет полностью описана, если известен её **закон распределения** – соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующих им вероятностями.

При анализе непрерывных случайных величин целесообразно строить **гистограмму распределения**, для чего интервал, в котором заключены все значения случайной величины, разбивают на несколько частичных интервалов длиной h и находят для каждого частичного интервала величину n_i - число измерений, попавших в i-ый интервал.

Гистограммой распределения называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которого служат частичные интервалы длиной h, а высоты равны вероятностям появления значений случайной величины в заданных интервалах.

Пример 1.8. По данным таблицы 1.6. построить гистограмму распределения параметра тока для 50 измерений

Таблица 1.6.

Исходные данные

Число измерений частичного интервала n_i	3	12	11	24
Частичные интервалы длиной, h=8 A	1-8	8-15	15-22	22-29

Решение

В соответствии с таблицей 1.6. вычислим вероятность появления тока в заданных частичных интервалах:

$$p_1 = \frac{3}{50} = 0.06;\ p_2 = \frac{12}{50} = 0.24;\ p_3 = \frac{11}{50} = 0.22;\ p_1 = \frac{24}{50} = 0.48$$

Искомая гистограмма распределения представлена на рис. 1.7.

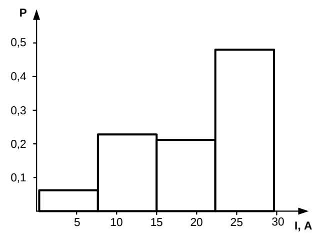


Рис.1.7. Гистограмма распределения параметра тока

1.2.1. Основные законы распределения случайной величины

В теории вероятностей известно достаточно большое количество законов распределения случайных величин. В электроэнергетике наиболее часто используются случайные величины со следующими распределениями вероятностей: равномерное, нормальное (распределение Гаусса), экспоненциальное, биноминальное, по закону Пуассона, по закону Вейбула и.т.д. В таблице 1.7. для перечисленных выше законов распределения приведены формулы для определения функций и плотности распределения распределения вероятностей, указаны основные области их применения.

➔ **Нормальный закон распределения**

Нормальным законом (законом Гаусса) называется закон распределения вероятностей непрерывной случайной величины если плотность распределения вероятностей, f(x) имеет вид:

$$f(x)\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-M(x))^2}{2\sigma^2}} \qquad (1.9)$$

Значения функции распределения вероятностей и плотности распределения вероятностей представлены в Приложении 2 (табл. П.2.2).

Как видно из выражения (1.9) нормальное распределение определяется только двумя параметрами: M(x) – математическим ожиданием и σ – средним квадратичным отклонением нормального распределения.

Для определения вероятности попадания нормальной случайной величины в заданный интервал, используют **правило трёх сигм**. Сущность этого правила заключается в следующем: **если случайная величина распределена по нормальному закону, то абсолютная величина её отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратичного отклонения.** Другими словами, при нормальном законе распределения вероятность того, что абсолютная величина отклонения анализируемого параметра превысит утроенное среднее квадратичное отклонение σ, очень мала и не превышает 0,027. Это означает, что лишь в 0,27% всех возможных случаев так может произойти. Такие события, исходя из принципа невозможности маловероятных событий, можно считать практически невозможными.

Математически правило трёх сигм можно записать следующим образом:

$$M(x) - 3\delta \le x \le M(x) + 3\delta \qquad (1.10)$$

Нормальный закон распределения имеет широкое распространение в электроэнергетике. Это объясняется тем, что именно такому закону подчиняются случайные непрерывные величины параметров режима, значения которых обусловлены действием многочисленных случайных факторов.

Пример 1.9. Построить гистограмму распределения вероятностей и по экспериментальной кривой распределения установить закон распределения. При этом имеются следующие исходные данные (табл. 1.8)

Таблица 1.8

Исходные данные

P, МВт	p, %
10-15	10
15-20	20
20-25	40
25-30	20
30-35	10

Решение

На основании данных таблицы 1.8. построим гистограмму распределения, вид которой свидетельствует о нормальном законе распределения анализируемой величины P и изобразим соответствующую экспериментальную кривую распределения (рис. 1.8).

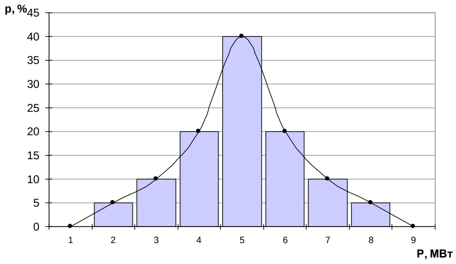


Рис. 1.8. Гистограмма и экспериментальная кривая распределения вероятностей

Пример 1.10. Определить область изменений уровней напряжения при условии нормального закона распределения. При этом имеются следующие исходные данные (табл. 1.9)

10 15 20 25 30 35

Таблица 1.9.

Исходные данные

Параметр	Уровни напряжения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
U,кВ	106,5	108,0	111,5	110,2	109,4	112,0	107,9	109,6

Решение

В соответствии с выражением (1.5) – (1.7) найдём основные статистические характеристики:

$$M(U) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} U_i = 109.39[\kappa B]$$

$$D(U) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[U_i - M(U)]^2 = 3.5[\kappa B^2]$$

$$\sigma(U) = \sqrt{D(U)} = 1.87[\kappa B]$$

По формуле (1.10) найдём возможную область изменения уровня напряжения

$$M(U) - 3\sigma(U) \le U \le M(U) + 3\sigma(U)$$

$$109.39 - 5.61 \le U \le 109.39 + 5.61$$

$$103.78\kappa B \le U \le 115.0\kappa B$$

➔ **Биноминальное распределение**

Пусть проводится *n* независимых испытаний, в каждом из которых событие *A* может либо произойти, либо не произойти. Вероятность появления события А постоянна и равна *p*, вероятность не наступления события *q=1-p*

Чаще всего в качестве примера дискретной случайной величины *x*, рассматривается число появлений события *A*. Допустим, что

$x_1 = 0$ - событие *A* не произойдёт ни разу

$x_2 = 1$ - событие *A* не произойдёт один раз

....

....

$x_n = n$ - событие *A* не произойдёт n раз

При решении практической задачи остаётся только найти вероятности этих возможных значений, для чего используется формула Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k} \qquad (1.11)$$

где k=1, 2, 3,…,n

Биноминальным называют распределение вероятностей, определяемое формулой Бернулли, которая является аналитическим выражением искомого закона распределения. Закон назван «биноминальным» потому, что правую часть равенства (1.11) можно рассматривать как общий член разложения бинома Ньютона: $(p+q)^n = C_n^n p^n + C_n^{n-1} p^{n-1} q + ... + C_n^k p^k q^{n-k} + ... + C_n^0 q^n$

Биноминальный закон можно записать в виде таблицы 1.10.

Таблица 1.10

Биноминальное распределение

X	n	n-1	…	k	…	0
P	p^n	$np^{n-1}q$	…	$C_n^k p^k q^{n-k}$	…	q^n

Пример 1.11. В работу вводится 2 идентичных энергоблока. Вероятность включения каждого из них равна 0,5. Записать в виде таблицы закон распределения случайной величины *X*.

Решение

Понятно, что энергоблоки могут либо оба включиться, либо включится один из них, либо ни один не включится. Таким образом, возможные значения *X* таковы: $x_1 = 2$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$. Найдём по формуле Бернулли: вероятности этих возможных значений

$$P_2(2) = C_2^2 p^2 = (1/2)^2 = 0.25$$

$$P_2(1) = C_2^1 pq = 2 \cdot (1/2) \cdot (1/2) = 0.5$$

$$P_2(0) = C_2^0 q^2 = (1/2)^2 = 0.25$$

Запишем в виде таблицы искомый закон распределения:

X	2	1	0
p	0.25	0.5	0.25

Проверка: 0,25+0,5+0,25=1

➔ **Распределение Пуассона**

Распределение Пуассона (Приложение 2, табл. П.2.4) применяется в тех случаях, когда число испытаний, *n* велико, а вероятность возникновения события *p* мала ($p \le 0.1$). Кроме того, чтобы использовать формулу Пуассона необходимо принять следующее допущение $np = \lambda$. Это означает, что среднее число появлений события, k в различных сериях испытаний, т.е. при различных значениях *n,* остаётся неизменным.

Задача, как правило, состоит в следующем: определить вероятность того, что при большом числе испытаний *n* при малой вероятности *p* событие наступит *k* раз.

Закон распределения Пуассона, в упрощённой форме, выражает формула вероятностей массовых (*n* велико) и редких (*p* мало) событий:

$$P_n(k) = \lambda^k e^{-\lambda} / k! \qquad (1.12)$$

Пример 1.12. За месяц завод произвёл 5000 вольтметров. Вероятность того, что какой-либо прибор находится вне класса точности равна 0,0002. Требуется найти вероятность того, что в указанной партии три прибора находятся вне класса точности

Решение

По условию n=5000, p=0.0002, k=3. Найдём λ:

$$\lambda = np = 5000 \cdot 0.0002 = 1$$

По формуле Пуассона (1.12) искомая вероятность, $P_{5000}(3)$ приближённо равна:

$$P_{5000}(3) = \lambda^k e^{-\lambda} / k! = e^{-1} / 3! = 1/6e \approx 0.06$$

Тема 1.3. Случайные процессы в электроэнергетике

Лекция проводится в интерактивной форме: лекция-беседа, лекция с разбором конкретных ситуаций (2 часа).

Рассматривая случайные явления в электроэнергетике как случайные события и случайные величины, мы ограничивались их изучением как бы «в статике», при фиксированных постоянных условиях отдельного опыта.

Однако такой подход к изучению случайных явлений в ряде задач является недостаточным. На практике часто приходится иметь дело с непрерывно изменяющимися случайными величинами.

Примерами таких случайных величин могут служить электрическая нагрузка, напряжения в узлах электрической сети, коэффициент мощности нагрузки, частота в электрической сети и т.д. Набор случайных функций изменения таких случайных величин во времени называют **случайными процессами**. Рассмотрим применение теории случайных процессов в электроэнергетике на примере параметра напряжения в системе электроснабжения.

Напряжение в какой-либо точке сети U_n (рис. 1.9) зависит от напряжения в начале линии U_0 и потери напряжения в линии, ΔU_{0n}

$$U_n = U_0 - \Delta U_{on} = U_0 \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i R_{oi} + \sum_{i=1}^{n} Q X_{oi}}{U_{ном}} \qquad (1.13)$$

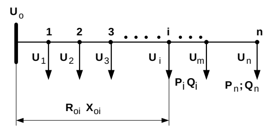


Рис. 1.9. Напряжения в разных точках электрической сети

Изменения как активных, так и реактивных нагрузок приёмников электроэнергии имеют обычно случайный характер. Они зависят от случайных включений и отключений приёмников, изменения их загрузки во времени и т.д. и представляют собой случайный процесс. Согласно (1.13) потери напряжения в сети, согласно (1.13), являются линейной функцией нагрузки. Следовательно, изменение напряжения в узлах сети также является случайным процессом. На рисунке 1.10. показано семейство суточных реализаций случайного процесса изменения напряжения U(t), снятых с помощью самопишущего вольтметра в одной из точек электрической сети.

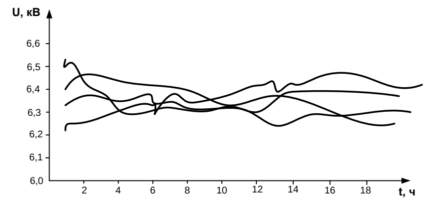


Рис. 1.10. Семейство суточных реализаций случайного процесса изменения параметра напряжения

Из теории вероятностей известно, что случайный процесс описан полностью, если известен его многомерный закон распределения. При исследовании напряжения нереально и нецелесообразно пользоваться законами распределения функции U(t). Обычно оказывается достаточным знание числовых характеристик: функции математического ожидания $M_U(t)$ и функции дисперсии $D_U(t)$.

На рисунке 1.11 представлен график математического ожидания для случайного процесса изменения напряжения. Здесь же представлен график среднего квадратичного отклонения $\sigma_U(t) = \sqrt{D_U(t)}$, которое часто оказывается более удобной характеристикой напряжения, чем дисперсия. Так, например, зная $M_U(t)$ и $\sigma_U(t)$, можно определить диапазон изменения всех возможных реализаций случайного процесса. Действительно, процесс представляет собой в каждом сечении случайную величину, а весь случайный процесс является как бы семейством случайных величин, зависящих от времени.

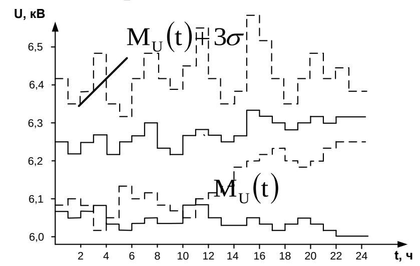


Рис. 1.11. Графики математического ожидания и среднего квадратичного отклонения для случайного процесса изменения параметра напряжения

Согласно правилу «трёх сигм», с достаточно большой вероятностью считают, что все практически возможные значения случайной функции находятся в пределах $M_U(t) \pm 3\,\sigma_U(t)$. На рисунке 1.11. эти границы показаны пунктирными линиями. Эти кривые позволяют довольно точно оценить возможные значения напряжения сети и наметить необходимые меры по улучшению этого параметра.

Раздел 2. Применение методов теории вероятностей в задачах электроэнергетики

Тема 2.1. факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике

Лекция проводится в интерактивной форме: лекция-беседа, лекция с разбором конкретных ситуаций (2 часа).

Электроэнергетическая система непрерывно подвержена воздействию случайных факторов, которые необходимо учитывать при управлении её [3, 4]. Назовём некоторые из них:

Случайный характер имеют нагрузки потребителей, причём эта случайность здесь проявляется тем больше, чем более детально представляется ЭЭС.

Для принятия решений при управлении функционированием ЭЭС необходимо знать текущий режим, те исходные данные, которые используются соответствующими алгоритмами. Эти данные получаются на основе измерений, всегда содержащих погрешности, также являющиеся случайными величинами.

Для расчёта режима ЭЭС используется математическая модель, погрешность которой определяется как полнотой учитываемых в ней факторов (например, степенью эквивалентирования сетей, учётом нагрузки постоянными значениями, шунтами или статическими характеристиками и т.п.), так и погрешностями значений параметров, характеризующих её элементы: сопротивлений и проводимостей, коэффициентов статических характеристик нагрузок и генераторов, предельных значений параметров режима, определяющих технологически допустимую область работы и т.п.

Сами методы расчёта, используемые для принятия решений, как правило, дают дополнительные погрешности, связанные, например, с незавершённостью итерационных процедур получения решения, с погрешностью округления результатов расчёта на средствах вычислительной техники и т.д.

Решения, принимаемые диспетчером, и уставки регуляторов, управляющих оборудованием, также практически никогда не реализуются точно. Регуляторы имеют некоторый люфт, сами уставки регуляторов устанавливаются с определённой погрешностью, команды диспетчера верхнего уровня управления также могут выполняться в пределах различимости некоторого порога и не точно в указанное время.

Все эти факторы приводят к существенным трудностям при оценке текущего режима. Помимо сложностей вычислительного характера построения модели электрического режима серьезной проблемой является недостаток необходимой исходной информации.

Известно, что детерминированная постановка задачи расчёта режима работы электрической сети базируется на использовании условно-постоянной информации для принятия достаточно заблаговременных решений (за месяц, за квартал, за год), практически игнорируя наличие случайных факторов. Естественно, инженеры прекрасно понимали условность получаемых результатов, но достаточно надёжно оценить погрешность таких расчётов не могли. Возникавшие несоответствия приходилось учитывать введением определённых запасов, допусков, резервов, причём величина этих «мероприятий» определялась на основе опыта, интуиции и, как правило, с перестраховкой.

Знание погрешностей результатов позволяет решить эту проблему запасов более обоснованно и обеспечивать экономический эффект тем больший, чем более сложна система, чем более сложный характер имеют погрешности исходных данных, чем меньше нужно использовать накопленный человеческий опыт, т.е. в условиях, когда решение принимается или на достаточно длительную перспективу или когда возникает ранее неизвестная ситуация, а времени на её подробное обследование нет. Поэтому учёт случайных факторов важен не только при проектировании электрических сетей и энергообъектов и планировании режимов работы энергосистем и систем электроснабжения с достаточной заблаговременностью, но и при оперативно-диспетчерском управлении, в первую очередь, при управлении электрическими сетями в темпе процесса в режиме «on-line»[5].

➔ **Нагрузка потребителей**

Электрическая нагрузка характеризует потребление электроэнергии отдельными приёмниками или группой приёмников. Различают четыре вида электрических нагрузок: активную мощность, P, реактивную мощность, Q, полную мощность S и ток, I. Расчёт электрических нагрузок является первым этапом проектирования любой системы электроснабжения. Их определение необходимо для выбора мощности трансформаторов, расчёта параметров режима электрической сети, выбора шин, проводов и кабелей и устройств релейной защиты.

Нагрузка потребителя $\mathrm{S}_{\text{нi}} = \mathrm{P}_{\text{нi}} + jQ_{\text{нi}}$ является функцией времени t, а также зависит от параметров режима – частоты f и модуля напряжения в узле U_{i} через свои статические характеристик. Будем считать, что эти функции могут быть представлены в виде:

$$\mathrm{P}_{\text{нi}} = P_{\text{нi}}^{(0)}(t)\cdot\psi_{pi}(U_i, f, a_i);\quad \mathrm{Q}_{\text{нi}} = Q_{\text{нi}}^{(0)}(t)\cdot\psi_{Qi}(U_i, f, b_i)$$

где a_i, b_i - набор констант, определяющих вид статической характеристики, а $\psi_{pi}(U_i, f, a_i)$ таково, что при номинальных параметрах U_{i0} *и* f_0

$\psi_{pi}(U_{i0}, f_0) = 1$

[5] «on-line» - в режиме реального времени

В этом случае составляющие $\psi_{pi}(U_i, f, a_i)$ и $\psi_{pi}(U_i, f, \mathrm{b}_i)$ можно назвать **нормированными статическими характеристиками.**

Нагрузки узлов электрических сетей в общем случае представляют нестационарный процесс. Случайный характер нагрузки определяется несколькими обстоятельствами. Во-первых, случайным характером поведения самих потребителей, т.е. случайным характером функций $P_{нi}^{(0)}(t)$ и $Q_{нi}^{(0)}(t)$. Как правило, случайно для электрических сетей включение и отключение оборудования на энергообъектах.

Среди основных внешних влияющих факторов можно выделить следующие:

1) топология электрических сетей и параметры режима.
2) состояние электрооборудования:
3) погодные условия.

Для длительных интервалов времени при расчете нагрузок важен также учет таких явлений, как:

- плановые ремонты электрического оборудования, что обуславливает значительные изменения величин электрических нагрузок:
- ненормальные режимы, в первую очередь, аварийные.

Всё это приводит к необходимости использования вероятностных моделей нагрузок узлов.

➔ Измерения

Измерения электрических величин: модулей и фаз напряжений и токов, активных и реактивных мощностей – неизбежно содержат погрешности. Эти погрешности возникают по всему тракту передачи измерительной информации от трансформаторов тока и напряжения до различных средств вычислительной техники, куда эти данные поступают для последующей обработки параметров. При считывании со щитовых приборов появляются дополнительные источники погрешностей – погрешности снятия погрешностей, передачи по телефонной связи и ручного ввода в ПЭВМ.

Выделяют следующие источники исходной информации в электрических сетях:

1) **телеизмерения**

2) **диспетчерские отчётные документы (ведомости)**, формируемые, в основном, на основе сообщений по телефону от персонала объектов, считывающего показания щитовых приборов.

3) **контрольный замер** – проводимое несколько раз в год (в июне – для режима летних минимальных электрических нагрузок и в декабре – для режима зимних максимальных нагрузок) массовое одновременное считывание показаний приборов в максимально возможном числе точек электрической сети.

Помимо погрешностей измерений, связанных с нормальным функционированием системы сбора данных, возникают погрешности, вызываемые отказами аппаратуры, помехами в каналах передачи данных и т.д.

Более подробно погрешности измерений будут рассмотрены в пятой главе

➔ Погрешности моделей электрической сети

Погрешности моделей электрической сети, используемых при расчётах режимов, могут возникать, в основном, в силу двух причин:

расчётная схема представляет реальную сеть и её элементы в эквивалентированном виде, при котором погрешности практически неизбежны. В свою очередь, каждый узел расчётной схемы может быть развёрнут в виде схемы с более детальным представлением нагрузок, источников мощности и связывающей их сети;

параметры элементов расчётной схемы (даже тех, что соответствуют реальным объектам), имеют погрешности из-за различия паспортных и экспериментальных данных, старения и модернизации оборудования, а также из-за неучёта некоторых физических свойств объектов, например, распределённости параметров, поверхностного эффекта в проводниках, неоднородности проводимости земли и изменения высоты подвеса, при вычислении емкостей линий и т.п. В качестве примеров приведём некоторые из погрешностей задания параметров схем замещения.

Воздушные линии электропередач. Погрешности при задании активных сопротивлений линий из-за неучёта поверхностного эффекта являются систематическими и составляют – 1,5-3%. При расчётах режимов возможно увеличение величины активного сопротивления до 20%. Неучёт температуры воздуха и скорости ветра приводит к дополнительной погрешности – $20 \div +16$ %, связанной с изменением сопротивления проводов при изменении температуры.

Данные об индуктивных сопротивлениях линий электропередач содержат относительно небольшие погрешности составляющие 0,25%, обусловленные неточностями задания среднегеометрического расстояния между проводами эквивалентного радиуса. Неучёт многократно заземлённых тросов и параллельных цепей может приводить к систематическим погрешностям, составляющих соответственно 1-3% и -4-8%, т.е. их совокупность в определённой мере компенсируется.

Потери на корону определяют активную проводимость П-образной схемы замещения высоковольтных линий электропередач. Зависимость этих потерь от конструктивных, режимных и метеорологических условий нелинейна и достаточно сложна. Поэтому представление проводимости постоянной величиной может привести к увеличению в $1{,}5 \div 3$ раза погрешности этой составляющей потерь.

Погрешности в емкостных проводимостях П-образной схемы замещения возникают из-за неучёта изменения стрелы провеса и радиуса провода, наличия заземлённого троса и параллельных цепей. Эти погрешности для сетей 330 кВ и выше имеют систематический характер – проводимости занижены примерно на величину 0,01 $U_{ном}$%, где $U_{ном}$ – номинальное напряжение линии электропередач, а для сетей 220 кВ и ниже при наличии двух цепей на одной опоре завышены на 3-4%.

Для трансформаторов, погрешности в определении активного сопротивления, реактивного сопротивления, активной и реактивной проводимостей на землю могут достигать, соответственно, величин порядка ±10, ±15 и +30%. Кроме того, возникает дополнительная погрешность в задании коэффициента трансформации, которая может достигать величины одной ступени регулирования трансформатора и, согласно Правилам устройства электроустановок, не должна превышать 2% от значения коэффициента трансформации.

➔ Реализация управлений

Конечной целью расчёта режима ЭЭС, как правило, является принятие тех или иных решений – задание суточных графиков выработки электростанций, графиков поддержания уровней напряжения в контрольных точках, планов и графиков ремонтов оборудования, выбора уставок устройств релейной защиты и автоматики и т.д. Но реализация решений всегда будет отличаться от плановых в силу ряда причин, таких как:

1) «люфты» в регуляторах скорости и возбуждения, реализующих запланированные графики параметров режима;
2) дискретности возможных значений параметров, например коэффициентов трансформации трансформаторов, уставок устройств релейной защиты и автоматики;
3) неточность контроля за реализацией графиков из-за погрешности самих контролирующих приборов и погрешности при считывании их показаний;
4) недостаточная дисциплина диспетчерского персонала

Все эти причины и приводят, в конечном итоге, к необходимости проведения вероятностных расчётов режимов реальных электрических сетей.

Тема 2.2. Вероятностная постановка задачи расчета режима электрической сети
Лекция проводится в интерактивной форме: лекция-беседа, лекция с разбором конкретных ситуаций (2 часа).

Детерминированная постановка математического решения задач расчёта установившегося режима работы электрической сети была подробно представлена в четвёртой главе первой части учебного пособия. Однако для реальных электрических сетей расчёт режима производится в условиях случайного характера исходной информации (в первую очередь, для параметров режима)

В качестве примера рассмотрим расчёт режима электрической сети, содержащей только источники тока $\dot{J}$. При этом предполагается, что задающие токи являются независимыми случайными величинами.

Как известно, нагрузка ветвей в такой схеме определяется активными и реактивными мощностями в узлах, значения которых изменяются, как правило, случайным образом. При известных задающих токах, J и параметрах сети токи в ветвях схемы, I определяются из следующего матричного уравнения:

$$[\dot{I}] = [\dot{C}] \cdot [\dot{J}] \qquad (2.1)$$

При расчётах базисный узел выбирается так, чтобы он не содержал случайной переменной. Выражение для вычисления матрицы коэффициентов распределения токов $[\dot{C}]$ в замкнутой схеме приведено в [ ]. Так как члены матрицы $[\dot{J}]$ в выражении (2.1) являются случайными величинами, то и члены исходной матрицы $[\dot{I}]$ также являются случайными величинами и могут быть описаны математическим ожиданием и дисперсией.

Матрицу задающих токов $[\dot{J}]$, члены которой являются случайными величинами, можно записать в виде двух слагаемых:

$$[\dot{J}] = [\dot{J}_C] + [\dot{\sigma}_g][\beta] \qquad (2.2)$$

где $[\dot{J}_C]$ - столбцевая матрица математических ожиданий задающих токов; $[\dot{\sigma}_g]$ - матрица средних квадратичных отклонений задающих токов, записанная в диагональной форме; $[\beta]$ - столбцевая матрица стандартных случайных величин

Для узлов, токи которых имеют стабильное (постоянное) значение, элементы матрицы $[\dot{\sigma}_g]$ равны нулю.

С учётом выражения (2.2) матричное уравнение (2.1) можно записать в следующем виде

$$[\dot{I}] = [\dot{C}][\dot{J}_C] + [\dot{C}][\dot{\sigma}_g][\beta] \qquad (2.3)$$

Матрица математических ожиданий токов ветвей согласно (2.1) равна математическому ожиданию произведения матрицы $[\dot{C}]$ на матрицу $[\dot{J}]$

$$[M(\dot{I})] = [\dot{I}_C] = [M([\dot{C}][\dot{J}])]$$

Учитывая, что в соответствии с выражением (П.1.12) математическое ожидание произведения случайной величины на постоянную равно произведению постоянной величины на математическое ожидание случайной величины, то можно записать:

$$[\dot{I}_C] = [\dot{C}][M([\dot{J}])]$$

Или с учётом (2.3):

$$[\dot{I}_C] = [\dot{C}][\dot{J}_C] + [\dot{C}][\dot{\sigma}_y][M(\beta)]$$

Выше отмечалось, что математическое ожидание стандартной случайной величины β равно нулю. Поэтому окончательно можно записать

$$[\dot{I}_C] = [\dot{C}] \cdot [\dot{J}_C]$$

Таким образом, расчёт математических ожиданий токов ветвей производится обычным путём по математическим ожиданиям задающих токов. Иначе обстоит дело с определением средних квадратичных отклонений.

Используя уравнение (2.3), запишем выражение для тока i-й ветви схемы:

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} \dot{I}_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \left(\dot{C}_{ij}\dot{J}_{cj} + C_{ij}\sigma_j\beta_j\right) \qquad (2.4)$$

где $\dot{I}_{ij}$ - составляющая тока $\dot{I}_i$, создаваемого задающим током j-го узла $\dot{J}_j$ в i-ой ветви; $\dot{C}_{ij}$ - коэффициент распределения тока между j-м узлом и i-й ветвью; σ_j - среднее квадратичное отклонение задающего тока $\dot{J}_j$; β_j - стандартная случайная величина, соответствующая току $\dot{J}_j$

Математическое ожидание токов $\dot{I}_{ij}$ может быть найдено аналогично математическому ожиданию токов ветвей и равно:

$$M(\dot{I}_{ij}) = \dot{I}_{cij} = \dot{C}_{ij}\dot{J}_{cj} \qquad (2.5)$$

Дисперсия тока $\dot{I}_{ij}$ определяется следующим выражением:

$$D_j(\dot{I}_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} [\dot{I}_{ij} - M(\dot{I}_{ij})]^2 f(\beta)\partial\beta$$

Стандартная случайная величина β распределена по нормальному закону. Тогда, при известной плотности вероятностей и с учётом формул (2.4) и (2.5), можно записать

$$D_j(\dot{I}_{ij}) = \frac{(\dot{C}_{ij}\dot{\sigma}_j)^2}{\sqrt{2\pi}} \int \beta_j^2 e^{\frac{-\beta_j^2}{2}} \partial\beta \qquad (2.6)$$

Интеграл $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_j^2 e^{\frac{-\beta_j^2}{2}} \partial\beta$ представляет собой дисперсию стандартной случайной величины β и, согласно свойствам величины β, равен единице. Тогда

$$D_j(\dot{I}_{ij}) = (C_{ij}\dot{\sigma}_j)^2$$

Из выражения (2.4) следует, что случайная величина – ток i-й ветви представляет собой сумму случайных величин $\dot{I}_{ij}$. Учитывая, что дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин, для дисперсии тока I_i можно записать:

$$D(\dot{I}_i) = \sum_{j=1}^{n} D_j = \sum_{j=1}^{n} (C_{ij}\dot{\sigma}_j)^2 \qquad (2.7)$$

При отсутствии ЭДС в ветвях схемы напряжения узлов относительно базисного, $\dot{U}_\Delta$ могут быть определены в виде:

$$[\dot{U}_\Delta] = [\dot{Z}_y][\dot{J}] \qquad (2.8)$$

Матрицу задающих токов $[\dot{J}]$, как и прежде, представим, состоящей из двух слагаемых. Тогда выражение (2.8) можно переписать в виде

$$\left[\dot{U}_{\Delta}\right]=\left[\dot{Z}_{y}\right]\left[\dot{J}_{C}\right]+\left[\dot{Z}_{Y}\right]\left[\dot{\sigma}_{y}\right]\left[\beta\right]$$

Можно также показать, что матрица математических ожиданий напряжений узлов относительно базисного узла равна произведению матрицы узловых сопротивлений $\left[\dot{Z}_{y}\right]$ на матрицу математических ожиданий задающих токов:

$$\left[M\left(\dot{U}_{\Delta}\right)\right]=\left[\dot{U}_{\Delta C}\right]=\left[\dot{Z}_{y}\right]\left[\dot{J}_{C}\right]$$

Аналогично можно показать, что дисперсия напряжения в i-м узле схемы равна сумме квадратов произведений взаимных узловых сопротивлений, $\dot{Z}_{ij}$ между i-м и j-м узлами схемы на средние квадратичные отклонения σ_{j} задающих токов в j-х узлах схемы электрической сети.

$$D\left(\dot{U}_{\Delta i}\right)=\sum_{j=1}^{n}\left(\dot{Z}_{ij}\dot{\sigma}_{j}\right)^{2}$$

Тема 2.3. Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике

Решение электроэнергетических задач при случайном характере исходной информации требует знания основных положений теории вероятностей и умелого использования арсенала существующих вероятностных методов.

Одна из самых существенных проблем при решении любой вероятностной задачи – **выбор схемы испытаний.** Рассмотрим несколько известных схем испытаний – схему испытаний Байеса и схему испытаний Бернулли

2.3.1. Схема испытаний Байеса. Формула Байеса (формула гипотез)

В ряде практических задач приходится иметь дело с опытами, в которых случайным образом может присутствовать то или иное условие. Требуется выяснить, какова вероятность того, что при проведении очередного опыта будет иметь место одно из известных условий.

Пусть случайное событие А может произойти лишь при условии появления одного из несовместных случайных событий H_1; H_2; $H_3 \ldots$ H_n, образующих полную группу событий. Поскольку априори не известно, какое из этих событий наступит, их называют **гипотезами.** Вероятность появления событий А определяется по формуле полной вероятности (Приложение 1)

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)+\ldots+P(H_n)\cdot P(A/H_n) \quad (2.9)$$

Предположим, что произведено очередное испытание, в результате которого появилось событие А.Требуется определить, как изменились гипотезы, в связи с тем, что событие А уже наступило. Другими словами, необходимо найти условные вероятности $P(H_1/A)$, $P(H_2/A)\ldots$ $P(H_n/A)$. Подобная постановка называется **схемой испытаний Байеса**. Для определения вероятности в рамках этой схемы используют **формулу Байеса**[6] (формула гипотез).

$$P(H_k/A)=\frac{P(H_k)\cdot P(A/H_k)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P(A/H_i)} \qquad (2.10)$$

Формула Байеса позволяет переоценить вероятности гипотез после того, как становится известным результат испытания, в итоге которого появилось событие А.

Пример 2.1. Два цеха завода выпускают амперметры. При этом первым цехом выпускается 60% всех амперметров. Вероятность того, что выпущенный амперметр соответствует всем требованиям, предъявляемым к средствам измерений в электрических сетях для первого цеха составляет 0,94, а для второго – 0,98. Найти вероятность того, что прибор, соответствующий всем требованиям, поступил из первого цеха.

Решение.

Исходя из условий задачи, воспользуемся схемой испытаний Байеса. Обозначим через А событие, состоящее в том, что амперметр соответствует требованиям. Кроме того, можно выдвинуть две гипотезы:

а) амперметр выпущен первым цехом (гипотеза H_1)

б) амперметр выпущен вторым цехом (гипотеза H_2)

По условию примера имеем:

---

[6] получена английским математиком Байесом в 1764 г.

$P(H_1)$=0,6 –вероятность того, что амперметр выпущен первым цехом,

$P(H_2)$=0,4 – вероятность того, что амперметр выпущен вторым цехом.

$P(A/H_1)$=0,94 – условная вероятность того, что амперметр, соответствующий требованиям, выпущен первым цехом

$P(A/H_2)$=0,98 – вероятность того, что амперметр, соответствующий требованиям, выпущен вторым цехом.

Искомая условная вероятность, $P(H_1/A)$ определится по выражению (2.10)

$$P(H_1/A)=\frac{P(H_1)\cdot P(A/H_1)}{P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)}= =\frac{0,6\cdot 0,94}{0,6\cdot 0,94+0,4\cdot 0,98}\approx 0,59$$

Как видно, до испытания вероятность гипотезы H_1 равнялась 0,6. После того, как стал известен результат испытания – амперметр, соответствующий требованиям, выпущен первым цехом, вероятность этой гипотезы изменилась и стала равной 0,59. Таким образом, применение формулы Байеса позволило переоценить вероятность рассматриваемой гипотезы.

2.3.2. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли

Ряд практических задач сводится к **схеме испытаний Бернулли:** Пусть производится n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления случайного события A постоянна и составляет P(A). Требуется определить вероятность того, что при n независимых испытаниях случайное событие A произойдёт m раз, $P_{m,n}$. При этом $m \le n$.

Для расчёта используют **формулу Бернулли:**

$$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m} \qquad (2.11)$$

где C_n^m - число сочетаний, определяемое по формуле Ньютона.

Пример 2.2. Вероятность того, что суточный расход электроэнергии не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

Решение.

Вероятность нормального расхода электроэнергии в течение 6 суток постоянна и составляет p = 0.75. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждом из этих суток также неизменна и равна q = 1 – p = 1 – 0.75 = 0.25. Таким образом, имеет место схема испытаний Бернулли.

В соответствии с формулой Бернулли (2.11) искомая вероятность $P_{4,6}$ определится следующим образом

$$P_{4,6} = C_6^4 p^4 q^{(6-4)} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot 0,75^4\cdot 0,25^2 = 0,3$$

Необходимо подчеркнуть, что при больших значениях m и n воспользоваться формулой Бернулли крайне затруднительно, из-за сложности вычислений.

Определенным выходом в таких ситуациях является использование приближённых формул Лапласа.

2.3.3. Приближённые формулы Лапласа

➔ **Приближённая локальная формула Лапласа**

В рамках схемы испытания Бернулли вероятность того, что при n независимых испытаниях случайное событие A произойдёт m раз, $P_{m,n}$ может быть определена по **приближённой локальной формуле Лапласа**

$$P_{m,n} \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right) \qquad (2.12)$$

где $\varphi\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right)$ - локальная функция Лапласа, значения которой находятся по таблице П.3.1 (Приложение 3). Необходимо помнить, что локальная функция Лапласа является чётной, т.е. $\varphi(-x)=\varphi(x)$.

Пример 2.3. Найти вероятность того, что 80 из 400 цифровых вольтметров не будут соответствовать классу точности, если вероятность появления такого события в каждом испытании составляет 0,2

Решение

По условию имеем n = 400; m = 80; p = 0.2; q = 1–0.2 = 0.8. В рамках схемы испытаний Бернулли для упрощения расчётов воспользуемся, согласно выражения (2.12), приближённой локальной формулой Лапласа

$$P_{80,400} \approx \frac{1}{\sqrt{400 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}} \varphi\left(\frac{80 - 400 \cdot 0{,}2}{\sqrt{400 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}}\right) \approx \frac{1}{8}\varphi(0) \approx \frac{1}{8} \cdot 0{,}3989 \approx \approx 0{,}04986$$

где $\varphi(0) = 0{,}3989$ найдено по таблице П3.1 (Приложение 3)

Формула Бернулли приводит примерно к такому же результату $P_{80,400} = 0{,}04985$ (расчёты ввиду их громоздкости опущены).

➔ **Приближённая интегральная формула Лапласа**

Для схемы испытаний Бернулли вероятность того, что событие А происходит от a до b раз в n испытаниях, $\sum\limits_{a \le m \le b} P_{m,n}$ можно определить по приближённой интегральной формуле Лапласа:

$$\sum_{a \le m \le b} P_{m,n} \approx \Phi_1\left(\frac{b - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi_2\left(\frac{a - np}{\sqrt{npq}}\right) \qquad (2.13)$$

где $\Phi_1\left(\frac{b - np}{\sqrt{npq}}\right); \Phi_2\left(\frac{a - np}{\sqrt{npq}}\right)$ - интегральные функции Лапласа, значения которых находятся по таблице П.3.2 (Приложение 3). Следует иметь в виду, что интегральная функция Лапласа является нечётной, т.е. $\Phi(-x) = -\Phi(x)$

Пример 2.4. Вероятность того, что в электрических сетях произойдёт трёхфазное короткое замыкание равна 0,2. Найти вероятность того, что из 400 случаев различных видов коротких замыканий число трёхфазных коротких замыканий составит от 70 до 100 раз.

Решение.

По условию примера имеем n = 400; a = 70; b = 100; p = 0.2; q = 1–0.2 = 0.8.

В рамках схемы испытания Бернулли для упрощения расчётов воспользуемся, согласно выражения (2.13), приближённой интегральной формулой Лапласа

$$\sum_{70 \le m \le 100} P_{m,400} \approx \Phi_1\left(\frac{100 - 400 \cdot 0{,}2}{\sqrt{400 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}}\right) - \Phi_2\left(\frac{70 - 400 \cdot 0{,}2}{\sqrt{400 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}}\right) \approx$$

$$\approx \Phi_1(2{,}5) - \Phi_2(-1{,}25) \approx \Phi_1(2{,}5) + \Phi_2(1{,}25)$$

По таблице П3.2 (Приложение 3) находим $\Phi_1(2{,}5)$=0,4938; $\Phi_2(1{,}25)$=0,3944

Окончательно, искомая вероятность составит

$$\sum_{70 \le m \le 100} P_{m,400} \approx 0{,}4938 + 0{,}3944 \approx 0{,}8882$$

Тема 3.1. Экспериментальный анализ одномерной случайной величины

Пусть имеется набор (выборка)[7] экспериментальных данных $x_1, x_2, \dots, x_N$, взятых из генеральной совокупности (ГС)[8]. Их обработку для получения эмпирических характеристик одномерной случайной величины производят в следующей последовательности.

1. Построение вариационного ряда. Вариационный ряд $z_1, z_2, \dots, z_N$ получают как правило из исходных данных путём расположения $x_m (m = 1, 2, \dots, N)$ в порядке возрастания от $x_{\min}$ до $x_{\max}$ так, чтобы $x_{\min} = z_1 \le z_2 \le \dots \le z_N = x_{\max}$

Пусть, имеется 5 измерений: $x_1 = 5; x_2 = 2; \; x_3 = 4; \; x_4 = 5; x_5 = 7$. Тогда им соответствует следующий вариационный ряд $z_1 = 2; z_2 = 4; \; z_3 = 5; z_4 = 5; \; z_5 = 7$

2. Построение диаграммы накопленных частот $\hat{F}_N(x)$, являющейся эмпирическим аналогом интегрального закона распределения. Диаграмму строят в соответствии со следующей формулой

[7] Часть измерений, случайным образом взятых из генеральной совокупности

[8] Совокупность всех имеющихся измерений принято называть генеральной совокупностью. На практике, при наличии большого объёма ГС, её полная обработка крайне затруднительна.

$$\hat{F}_N(x) = \sum_{i=1}^{\mu_N(x)} \frac{1}{N} \qquad (3.1)$$

где $\mu_N(x)$ - число элементов в выборке, для которых значение $x_1 < x$.

На практике диаграмма накопленных частот строится следующим образом. На оси абсцисс откладывают значение измерения x_m (или z_i) и далее во всех других точках x_m диаграмма, в соответствии с выражением (3.1), имеет скачок, равный 1/N. Если существует несколько совпадающих значений x_m, то в этом месте на диаграмме происходит скачок равный λ/N, где λ – число совпадающих точек.

Используя данные предыдущего примера, построим соответствующую диаграмму (рис. 3.1).

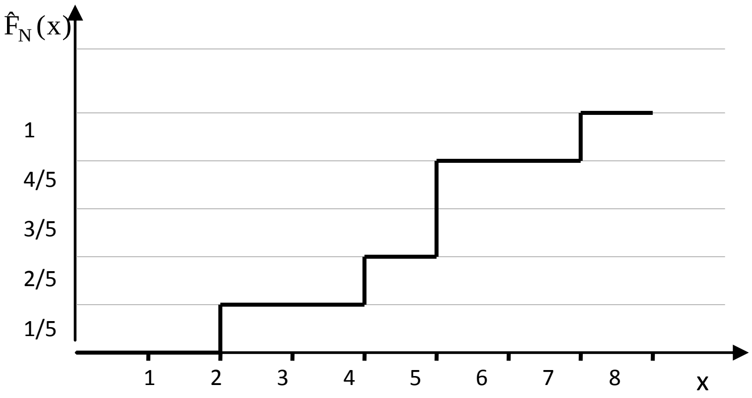


Рис. 3.1. Диаграмма накопленных частот

3. Построение диаграммы выборки – гистограмма $\hat{f}_N(x)$ является эмпирическим аналогом функции плотности распределения $f(x)$. Обычно её строят следующим образом:

а) Находят предварительное количество интервалов на которое должна быть разбита ось Ох. Величину *K* определяют с помощью оценочной формулы

$$K = 1 + 3{,}2\lg N, \qquad (3.2)$$

В дальнейшем, найденное значение К округляют до ближайшего целого числа.

б) Определяют длину интервала

$$\Delta x = (x_{\max} - x_{\min})/K. \qquad (3.3)$$

Для удобства вычислений величину Δx можно округлить.

в) Середину области изменения выборки $(x_{\max} + x_{\min})/K$ принимают за центр некоторого интервала. Затем находят границы и окончательное количество указанных интервалов так, чтобы в совокупности они перекрывали всю область изменения параметра от $x_{\min}$ до $x_{\max}$.

г) Подсчитывают количество измерений N_m, попавшее в каждый интервал: значение N_m равно числу членов вариационного ряда, для которых справедливо следующее неравенство

$$x_m \le z_1 < x_m + \Delta x, \qquad (3.4)$$

где x_m, $x_m + \Delta x$ - границы интервала

д) Подсчитывают относительное количество (относительную частоту) измерений N_m/N, попавших в интервал

е) Строят гистограмму выборки, представляющую собой ступенчатую кривую, значение которой на m-м интервале (x_m, $x_m + \Delta x$) равно N_m/N

Пример 3.1. Имеется выборка из 40 измерений электрического тока, а соответствующий ей вариационный ряд имеет вид $I_{\min} = I_1 = 0.3\ \text{A}; I_2 = 0.4\ \text{A}, ..., I_N = I_{\max} = 7.1\ \text{A}$. По имеющимся экспериментальным данным выборки (табл. 3.1), построить гистограмму.

Таблица 3.1.

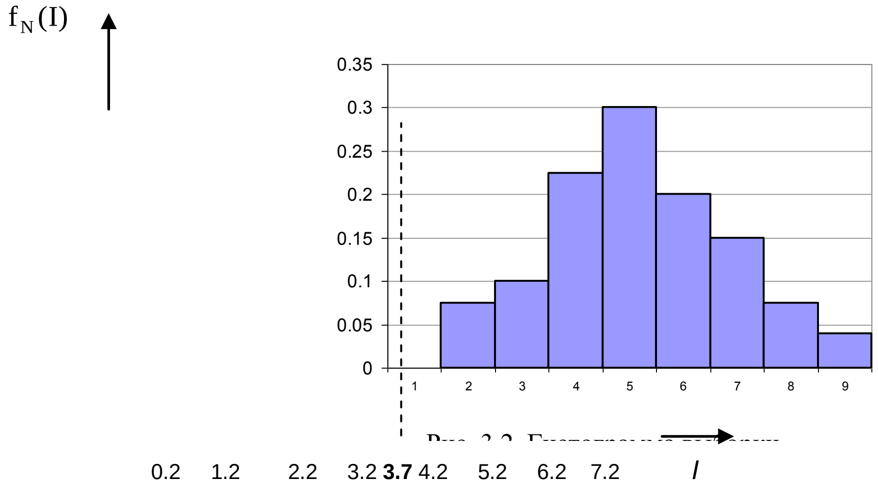
Экспериментальные данные

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
2	4	9	13	8	3	1

Решение.

По формуле (3.2) получаем $K = 1 + 3{,}2\lg 40$ =6,13; принимаем K=7. Тогда, согласно (3.3), $\Delta x = (7{,}1 - 0{,}3)/7 = 0{,}971$; выбираем Δx=1.

Находим $(x_{\max} + x_{\min})/2 = (0{,}3 + 7{,}1)/2 = 3{,}7$. Используя данные таблицы 4.1, получаем соответствующую гистограмму (рис. 3.2)



4. Определение оценок математического ожидания *M(x),* дисперсии *D(x)* и среднего квадратичного отклонения *σ(x)* производят по следующим формулам

$$M(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \,, \tag{3.5}$$

$$D(x) = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - M(x)\right)^2 , \tag{3.6}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \tag{3.7}$$

Тема 3.2. Экспериментальный анализ двумерной случайной величины

Для описания системы двух случайных величин кроме математических ожиданий и дисперсий этих случайных величин используют и другие характеристики – **корреляционные моменты,** μ_{xy} и **коэффициенты корреляции,** r_{xy}.

Довольно часто случайные величины являются зависимыми, причём определение одной величины более доступно, чем другой, от неё зависящей. Зависимость двух случайных величин отличается от обычного понимания функциональной зависимости двух величин. Если одна из случайных величин принимает конкретное значение, то это не означает, что и другая принимает конкретное значение. Вторая величина также является случайной величиной, но её вероятностные характеристики принимают те или иные значения в зависимости от конкретного значения первой случайной величины. Такими случайными величинами в электроэнергетике являются, например, суточная выработка электроэнергии и суточный максимум электрической нагрузки энергосистемы, суммарная электрическая нагрузка и температура наружного воздуха.

Таким образом, если две случайные величины x и y, принимающие различные значения, независимы, то закон распределения вероятностей одной из них не зависит от случайного значения другой. Если же эти величины взаимосвязаны (коррелированны[9]), то любому значению одной из них соответствует тот или иной закон распределения вероятностей другой величины. Зависимость закона распределения вероятностей одной величины от значений другой называют **корреляционной зависимостью.**

Корреляционным моментом μ_{xy} случайных величин X и Y называют математическое ожидание произведения отклонений этих величин:

$$\mu_{xy} = M\{[X - M(X)][Y - M(Y)]\} \tag{3.8}$$

Для вычисления корреляционного момента дискретных величин используют формулу

[9] correlation – теснота подобия, взаимосвязь

$$\mu_{xy} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}[x_i - M(x)][y_i - M(Y)]p(x_i, y_i)$$

а для непрерывных величин – формулу

$$\mu_{xy} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}[x - M(x)][y - M(Y)]\, f(x, y)\partial x \partial y$$

Корреляционный момент служит для характеристики связи между величинами *X* и *Y*. Корреляционный момент равен нулю, если *X* и *Y* независимы. Следовательно, если корреляционный момент μ_{xy} не равен нулю, то *X* и *Y* — зависимые случайные величины.

Из определения корреляционного момента следует, что он имеет размерность, равную произведению размерностей величин *X* и *Y*. Другими словами, величина корреляционного момента зависит от единиц измерения случайных величин. По этой причине для одних и тех же двух величин величина корреляционного момента имеет различные значения в зависимости от того, в каких единицах были измерены величины. Такая особенность корреляционного момента является недостатком этой числовой характеристики, поскольку сравнение корреляционных моментов различных систем случайных величин становится затруднительным. Для устранения этого недостатка используют новую числовую характеристику – **коэффициент корреляции,** характеризующей корреляционную зависимость между случайными величинами.

Коэффициентом корреляции случайных величии *X* и *Y*, r_{xy} называют отношение корреляционного момента к произведению средних квадратичных отклонений, этих величин:

$$r_{xy} = \frac{1}{(N-1)\sigma_x \sigma_y}\mu_{xy} \qquad (3.9)$$

Так как размерность μ_{xy} равна произведению размерностей величин *X* и *У*, σ_x имеет размерность величины *X*, а σ_y имеет размерность величины *Y*, то r_{xy} – безразмерная величина. Таким образом, величина коэффициента корреляции не зависит от выбора единиц измерения случайных величин. В этом и состоит преимущество коэффициента корреляции перед корреляционным моментом.

Очевидно, коэффициент корреляции независимых случайных величин равен нулю (так как μ_{xy}=0).

В общем случае для коэффициента корреляции можно записать $|r_{xy}| \le 1$. Знак при коэффициенте корреляции характеризует направление взаимосвязи, а абсолютная величина r_{xy} - степень тесноты рассматриваемой взаимосвязи. Причём, если

- $r_{xy} = 0$, то случайные величины x и y не коррелированны;
- $|r_{xy}| < 0.3$, то корреляционная связь между случайными величинами X и Y практически отсутствует
- $0{,}3 \le |r_{xy}| \le 0.5$, то корреляционная связь между случайными величинами X и Y слабая
- $0{,}5 \le |r_{xy}| \le 0.75$, то между случайными величинами X и Y существует достаточно устойчивая корреляционная зависимость
- $|r_{xy}| > 0.75$, то корреляционная связь между случайными величинами X и Y очень высокая

Наиболее часто используемый коэффициент **корреляции Пирсона** *r* называется также **линейной корреляцией**, т.к. измеряет степень линейных связей между переменными. Корреляция Пирсона (далее называемая просто корреляцией) предполагает, что две рассматриваемые переменные измерены, по крайней мере, в интервальной шкале[10]. Она определяет степень, с которой значения двух переменных "пропорциональны" друг другу. Важно, что значение коэффициента корреляции не зависит от масштаба измерения. Например, корреляция между электрической нагрузкой и напряжением будет одной и той же, независимо от того, проводились измерения в *ваттах* и *вольтах* или в *киловаттах* и *киловольтах*. **Пропорциональность** означает просто **линейную зависимость**. Корреляция высокая, если на графике зависимость "можно представить" прямой линией (с положительным или отрицательным углом наклона) (рис. 3.3).

[10] эта шкала измерений позволяет не только упорядочить наблюдения, но и количественно выразить расстояния между ними (при этом на шкале не обязательно присутствует *абсолютная* нулевая отметка).

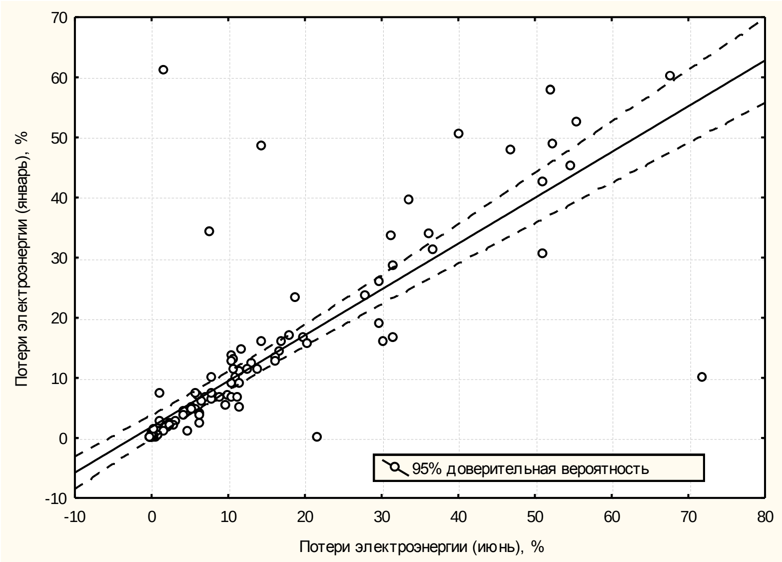


Рис. 3.3. Диаграмма рассеяния

Проведенная прямая называется **прямой регрессии** или прямой, построенной **методом наименьших квадратов**. Причём последний термин связан с тем, что сумма квадратов расстояний (вычисленных по оси *Y*) от наблюдаемых точек до прямой является минимальной. Заметим, что использование квадратов расстояний приводит к тому, что оценки параметров прямой сильно реагируют на выбросы [11].

Так на рисунке 3.3. показана диаграмма рассеяния [12] двух переменных: распределение потерь электроэнергии в январе и июне. Для этого примера коэффициент корреляции $r_{xy} = 0{,}81$, а линейная зависимость (прямая регрессия) соответствует уравнению $y = 1.8396 + 0.76205x$

Пусть получена выборка из двумерной совокупности при измерении двух случайных величин *X* и *Y*. (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Двумерная совокупность измерения двух случайных величин

i	1	2	3	…	i	…	N
X	x_1	x_2	x_3	…	x_i	…	x_N
Y	y_1	y_2	y_3	…	y_i	…	y_N

Обработку результатов измерений в данном случае можно осуществлять по следующей схеме:

1. Построение диаграммы рассеяния является первым шагом при обработке результатов измерений двумерной совокупности случайных величин *X* , *Y*. Для этого на плоскости с координатами *x*, *y* наносят измерения. Возможный вид такого поля изображён на рис. 3.4.

2. Составление таблицы двумерного распределения (табл. 3.3). Эту таблицу составляют следующим образом. Оси *Ox* и *Oy* разбивают на отдельные интервалы длиной Δx и Δy. Величины Δx, Δy, количество K_x, K_y и размещение этих интервалов для каждой из переменных *X* и *Y* находят с помощью правил, изложенных в пункте 3.1. Соответствующие границы наносят на диаграмму рассеяния (рис. 3.5) и затем подсчитывают количество точек $N_{m1,m2}$, попавших в каждый из образовавшихся прямоугольников. Если какая-либо точка расположена на границе, то её относят к правому или верхнему прямоугольнику.

В таблицу 3.3 заносят $N_{m1,m2}$, а также относительные величины $N_{m1,m2}/N$. Подобную таблицу можно использовать как исходную для построения гистограмм и диаграмм накопленных частот в трёхмерном пространстве. Необходимо отметить, что с помощью таблицы двумерного распределения легко получить исходные данные для построения гистограмм, соответствующих каждой из двух одномерных случайных величин *X* и *Y*. Для этого достаточно просуммировать значения таблицы либо по каждому столбцу, либо по каждой строке.

3. Вычисление оценки коэффициента корреляции, r_{xy} производят по формуле

$$r_{xy} = \frac{1}{(N-1)\sigma_x \sigma_y} \sum_{i=1}^{N} \left(x_i - M(x)\right)\left(y_i - M(y)\right), \qquad (3.10)$$

[11] нетипичные, резко выделяющиеся измерения

[12] в корреляционном анализе визуализируют зависимость между двумя переменными X и Y..

Если начало координат в диаграмме рассеяния перенести в точку с координатами *x=M(x)* и *y=M(y)*, то
1) если r>0, то точки сгруппированы в I и III квадрантах
2) если r<0, то точки сгруппированы в II и IV квадрантах
3) если $r \approx 0$, то точки беспорядочно рассеяны во всех квадрантах
4) если $r \approx \pm 1$, то точки группируются на прямых.

В практике электроэнергетических расчётов довольно часто встаёт задача оценки двух случайных величин X_1 и X_2, представляющих **сечения**[13] некоторой исследуемой случайной функции, к примеру, изменении электрической нагрузки во времени. Хотя в большинстве случаев известен двумерный закон распределения, описывающий исследуемую случайную функцию, он не характеризует случайную функцию исчерпывающим образом. Исходя из этого, возникает задача, когда необходимо получить наиболее полное описание случайной функции, которая успешно может быть решена с помощью построения **корреляционной функции**.

Корреляционной функцией случайной функции $X(t)$ называют неслучайную функцию $K_X(t_1;t_2)$ двух независимых аргументов t_1 и t_2, значение которой при каждой паре фиксированных значений аргументов равно корреляционному моменту сечений, соответствующих этим же фиксированным значениям аргументов:

$$K_X(t_1;t_2) = M[\dot{X}(t_1)\,\dot{X}(t_2)] \qquad (3.11)$$

где $X(t_1)$ и $X(t_2)$ соответствующие сечения случайной функции

Помимо применения корреляционных функций, в электроэнергетических задачах довольно часто применяется **автокорреляционная функция (АКФ).** В теории случайных функций АКФ является корреляционным моментом двух значений одной случайной функции $X(t)$:

$$K_A(t_1;t_2) = M[(\dot{X}(t_1) - M(X(t_1)))(\dot{X}(t_2) - M(X(t_2)))] \quad (3.12)$$

График АКФ можно получить, отложив по оси ординат коэффициент корреляции двух функций (базовой и функции сдвинутой на величину *τ*), а по оси абсцисс величину *τ*. Если исходная функция строго периодическая, то на графике АКФ тоже будет строго периодическая функция. Таким образом, из этого графика можно судить о периодичности базовой функции, а следовательно и о её частотных характеристиках.

АКФ играет важную роль при математическом моделировании и анализе временных рядов. В частности АКФ позволяет определить насколько отдельная реализация исследуемого процесса (временной ряд) близка к стационарной. При отсутствии её затухания, можно говорить о нестационарности реализации (рис. 3.6).

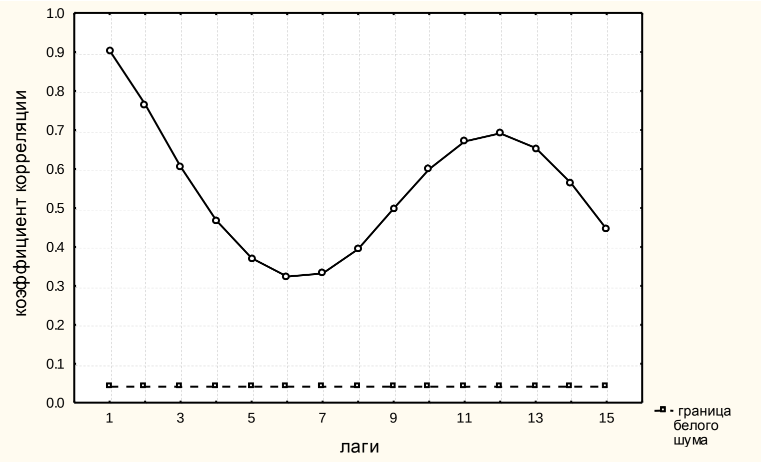


рис. 3.6. Автокорреляционная функция нестационарной реализации

Также необходимо отметить, что АКФ является одним из основных критериев при идентификации вида реализации процесса, т.е. при выборе прогнозной модели, которая позволяет корректно описать реализацию.

Тема 3.3. Корреляционный анализ в электроэнергетике

Корреляционный анализ, разработанный К.Пирсоном и Дж. Юлом, является одним из методов статистического анализа взаимозависимости нескольких признаков - компонент случайного вектора X. Он применятся тогда, когда данные измерений можно считать случайными и выбранными из ГС, распределенной по многомерному нормальному закону. Основная задача корреляционного анализа состоит в оценке корреляционной матрицы генеральной совокупности по выборке и определении на ее основе оценок **частных** и **множественных коэффициентов корреляции** и **детерминации**.

[13] сечением случайной функции называют случайную величину, соответствующую фиксированному значению случайной функции

Парный (частный) коэффициент корреляции характеризует тесноту линейной зависимости между двумя переменными соответственно на фоне действия (при исключении влияния) всех остальных показателей, входящих в модель.

Множественный коэффициент корреляции характеризует тесноту линейной связи между одной переменной (результативной) и остальными, входящими в модель; изменяется в пределах от 0 до 1. Квадрат коэффициента корреляции называется множественным **коэффициентом детерминации**. Он характеризует долю дисперсии одной переменной (результативной), обусловленной влиянием всех остальных (аргументов), входящих в модель.

Как правило, во многих технических исследованиях, в частности в электроэнергетических расчётах, первый шаг корреляционного анализа состоит в вычислении **корреляционной матрицы** всех переменных и проверке значимых корреляций.

Исходной для анализа является матрица, X_{nk} :

$$X_{nk} = \begin{vmatrix} x_1 \dots x_{1j} \dots x_{1k} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{i1} \dots x_{ij} \dots x_{ik} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{n1} \dots x_{nj} \dots x_{nk} \end{vmatrix} \qquad (3.13)$$

где размерности ($n \times k$), *i*-я строка которой характеризует i-е измерение по всем k параметрам.

В корреляционном анализе матрицу X (3.13) рассматривают как выборку объема *n* из *k*-мерной ГС, подчиняющейся k-мерному нормальному закону распределения. По выборке определяют оценки параметров ГС, а именно: математическое ожидание *M(x)*, среднеквадратичное отклонение *σ(x)* и корреляционную матрицу *(R)* порядка *k*:

$$R = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{vmatrix} \qquad (3.14)$$

Матрица *R* является симметричной ($r_{je} = r_{ej}$) и положительно определенной, где r_{ij} – выборочный частный коэффициент корреляции, рассчитываемый по формуле (3.9)

Пример 3.2. В отделе энергосбыта проводится анализ потерь электроэнергии по ряду трансформаторных подстанций (ТП) обслуживаемого энергорайона. Известно распределение потерь электроэнергии в годовом интервале по каждой из исследуемых ТП. Необходимо по заданному массиву данных по потерям электроэнергии для ТП составить корреляционную матрицу (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Данные по потерям электроэнергии

Месяцы	Потери электроэнергии в ТП, %						
	ТП184	ТП54	ТП175	ТП176	ТП177	ТП452	ТП453
Январь	2.29	1.07	8.40	0.48	1.95	0.10	0.07
Февраль	2.10	0.95	6.73	0.39	1.56	0.09	0.06
Март	1.65	0.72	10.08	0.58	2.34	0.07	0.05
Апрель	1.34	0.61	7.06	0.40	1.64	0.07	0.04
Май	0.99	0.46	1.16	0.07	0.27	0.04	0.03
Июнь	0.21	0.11	2.60	0.15	0.60	0.03	0.02
Июль	0.05	0.01	0.94	0.05	0.22	0.02	0.02
Август	0.35	0.13	1.72	0.10	0.40	0.03	0.02
Сентябрь	0.76	0.31	2.97	0.17	0.69	0.04	0.02
Октябрь	1.53	0.77	4.53	0.26	1.05	0.06	0.04
Ноябрь	2.92	1.38	8.91	0.51	2.06	0.08	0.05
Декабрь	2.53	1.29	6.58	0.38	1.53	0.02	0.01

Решение.

Согласно формуле (3.10), рассчитаем частный коэффициент корреляции между ТП184 и ТП463

$$r_{ТП184;ТП453} = \frac{1}{(12-1)\sigma_{ТП184}\sigma_{ТП453}} \sum_{i=1}^{12} (x_i - M(x))(y_i - M(y)) = 0{,}66$$

Аналогичным образом рассчитаем значения r_{xy} между остальными ТП. Важно отметить, что для удобства полученную матрицу целесообразнее представлять не в матричном виде, а виде таблицы. Поэтому результаты расчётов сведём в таблицу 3.5.

Таблица 3.5

Корреляционная матрица по потерям электроэнергии в ТП

	ТП184	**ТП54**	**ТП175**	**ТП176**	**ТП177**	**ТП452**	**ТП453**
ТП184	1.00	1.00	0.83	0.83	0.83	0.66	0.66
ТП54	1.00	1.00	0.80	0.80	0.80	0.61	0.61
ТП175	0.83	0.80	1.00	1.00	1.00	0.74	0.74
ТП176	0.83	0.80	1.00	1.00	1.00	0.74	0.74
ТП177	0.83	0.80	1.00	1.00	1.00	0.74	0.74
ТП452	0.66	0.61	0.74	0.74	0.74	1.00	1.00
ТП453	0.66	0.61	0.74	0.74	0.74	1.00	1.00

Уровень значимости, вычисленный для каждой корреляции, представляет собой главный источник информации о надежности корреляции. Такая статистическая значимость результата представляет собой оцененную меру уверенности в его "истинности". Выражаясь технически, **q-уровень** это показатель, находящийся в убывающей зависимости от надежности результата

Более высокий q-уровень соответствует более низкому уровню доверия к найденной в выборке зависимости между переменными. Например, q=0.05[14] показывает, что имеется 5%-ая вероятность, что найденная в выборке связь между переменными является лишь случайной особенностью данной выборки.

Заметим, что в двумерной модели достаточно проверить значимость только коэффициента корреляции. Если коэффициент корреляции незначим, то признаки x и y считаются независимыми в ГС.

Следует отметить, что значимость определенного коэффициента корреляции зависит от объема выборок. Критерий значимости основывается на предположении, что распределение остатков (т.е. отклонений измерений от регрессионной прямой) для зависимой переменной *y* является нормальным (с постоянной дисперсией для всех значений независимой переменной *x*). Нарушение этих условий не является абсолютно критичным, если размеры выборки не слишком малы, а отклонения от нормальности не очень большие.

Тема 3.4. Анализ экспериментальных данных методом Паретто

Итальянский экономист В. Паретто предложил формулу, показывающую, что доходы распределяются неравномерно. Эта же теория была проиллюстрирована американским экономистом М. Лоренцом на диаграмме. Оба ученых показали, что в большинстве случаев наибольшая доля доходов принадлежит небольшому числу людей.

Джуран применил диаграмму Лоренца, проиллюстрировав распределение доходов в обществе, в сфере контроля качества для классификации проблем качества на немногочисленные, но существенно важные и многочисленные, но несущественные и назвал такой анализ **методом Паретто**. Он указал, что в большинстве случаев подавляющее число дефектов и связанных с ними потерь возникают из-за относительно небольшого числа причин. Вышесказанное он проиллюстрировал с помощью диаграммы, которая получила название **диаграммы Паретто.**

Диаграмма Паретто - инструмент, позволяющий распределить усилия для разрешения возникающих проблем и выявить основные причины, с которых нужно начинать действовать для устранения дефектов или неполадок.

В условиях реальной эксплуатации электрических сетей постоянно возникают всевозможные проблемы, связанные, например, с появлением аварийных режимов, неполадками и выходом из строя оборудования, значительными потерями электроэнергии и т.д. Диаграмма Паретто позволяет распределить усилия для разрешения возникающих проблем и установить основные факторы, с которых нужно начинать действовать с целью преодоления существующих проблем.

Различают два вида диаграмм Паретто.

1. *Диаграмма Паретто по результатам деятельности.* Эта диаграмма предназначена для выявления основной проблемы и отражает в рамках отдельных составляющих следующие нежелательные результаты деятельности:

- <u>качество:</u> дефекты, поломки, ошибки, отказы электрооборудования;
- <u>себестоимость:</u> величина потерь, затраты;
- <u>сроки поставок:</u> нехватка запасов топлива, ошибки в составлении отчётов, срыв сроков поставок;
- <u>безопасность:</u> грубые ошибки, несчастные случаи, аварии.

2. *Диаграмма Паретто по причинам.* Эта диаграмма отражает причины проблем, возникающих в ходе производства, и используется для выявления основной из них:

[14] в большинстве электроэнергетических расчётах q-уровень равный 0,05 рассматривается как «приемлемая граница» уровня ошибки

- <u>исполнитель работы:</u> смена, бригада, возраст, опыт работы, квалификация, индивидуальные характеристики;
- <u>оборудование:</u> станки, агрегаты, инструменты, оснастка;
- <u>сырье:</u> изготовитель, вид сырья, завод-поставщик, партия;
- <u>метод работы:</u> условия производства, заказы-наряды, приемы работы, последовательность операций;

Построение диаграммы Паретто

Построение диаграммы Паретто начинают с классификации возникающих проблем по отдельным факторам (например, проблемы, относящиеся к работе оборудования или исполнителей и т.д.). Затем производят сбор и анализ статистического материала по каждому фактору, чтобы выяснить, какие из этих факторов являются превалирующими при решении анализируемых проблем.

В декартовой системе координат по оси абсцисс откладывают равные отрезки, соответствующие рассматриваемым факторам, а по оси ординат — величину их вклада в решаемую проблему. При этом осуществляют приоритетный порядок расположения факторов, когда влияние каждого последующего фактора, расположенного по оси абсцисс, уменьшается по сравнению с предыдущим фактором (или группой факторов). В результате получается диаграмма в виде ступенчатого графика (или **многоугольника распределения**) – гистограммы, ступени которого соответствуют отдельным факторам, являющимися причинами возникновения проблемы, и высота ступеней уменьшается слева направо, как показано на рисунке 3.7. Суммируя последовательно высоту всех столбиков гистограммы, строим ломаную кумулятивную кривую, которая называется кривой Паретто или диаграммой Паретто.

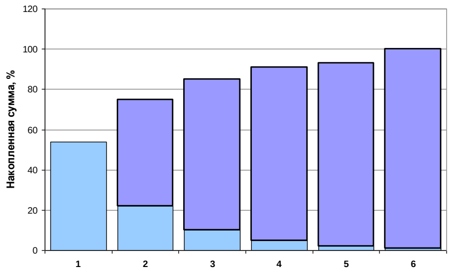


Рис. 3.7. Диаграмма Паретто

Пример 3.3. На электростанции проводится экспертиза электрооборудования с целью выявления наиболее значимых причин, приводящих к возникновению сбоев при работе. В результате такой экспертизы получен лист регистрации данных с перечнем различных видов дефектов (табл. 3.6). Требуется по полученным данным построить диаграмму Паретто.

Таблица 3.6

Лист регистрации данных

Типы дефектов	Число дефектов	Типы дефектов	Число дефектов
Разрыв	4	Трещины	20
Пятна	10	Деформации	104
Царапины	42	Прочие	14
ИТОГО:		194	

Решение.

Для построения диаграммы Паретто составим таблицу данных. С этой целью рассчитаем накопленные суммы (табл. 3.7) и вычислим проценты полученных дефектов.

Таблица 3.7

Таблица данных для построения диаграммы Паретто

Типы дефектов	Число дефектов	Накопленная сумма числа дефектов	Процент числа дефектов по каждому признаку в общей сумме	Накопленный процент
Деформации	104	104	54	54
Царапины	42	146	22	75
Трещины	20	166	10	85
Пятна	10	176	5	91
Разрыв	4	180	2	93
Прочие	14	194	7	100
ИТОГО:	194	-	100	

На основании данных таблицы 3.7. строится диаграмма Паретто (рис. 3.8)

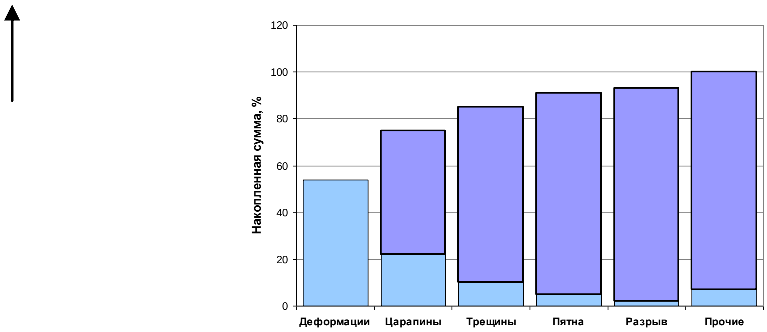


Рис. 3.8. Диаграмма Паретто для дефектов электрооборудования

Раздел 4. Проверка статистических гипотез и критерии значимости

При расчёте и анализе режимов электрической сети используются представительные массивы экспериментальной информации – генеральная совокупность (ГС), в первую очередь, о параметрах режима.

Часто необходимо знать закон распределения ГС. Если закон распределения неизвестен, но есть основания предположить, что он имеет определённый вид (назовём его А), то выдвигают гипотезу: ГС распределена по закону А. Таким образом, в этой гипотезе речь идёт о *виде предполагаемого распределения.*

Возможен случай, когда закон распределения известен, а его параметры неизвестны. Если имеются основания предположить, что неизвестный параметр Θ равен определённому значению Θ_0, то выдвигают гипотезу H_0, называемую **нулевой** $\Theta = \Theta_0$. Таким образом, в этой гипотезе речь идёт о **предполагаемой величине параметра** одного известного распределения. Гипотезу H_1, которая противоречит нулевой гипотезе, называют **альтернативной (конкурирующей).**

Другими словами, **статистическая гипотеза** есть некоторое предположение относительно свойств генеральной совокупности, из которой извлекается выборка. **Критерий статистической гипотезы** – это правило, позволяющее принять или отвергнуть данную гипотезу на основании сформированной выборки. При построении такого правила используются определённые функции результатов измерений $g(x_1, x_{2,} ..., x_N)$ называемые **статистиками для проверки гипотез**. Все возможные значения подобных статистик делятся на две части: **область принятия гипотезы и критическую область.**

Тема 4.1. Проверка статистических гипотез

Проверка гипотезы сводится к выяснению того, попадает или нет конкретное значение статистики, вычисленное по выборке, в критическую область: если нет – гипотеза принимается, как не противоречащая результатам измерений, если да – гипотеза отвергается.

Критерии значимости – это критерии, с помощью которых проверяют гипотезы об абсолютных значениях параметров или соотношениях между ними для генеральных совокупностей с известными функциями распределения вероятностей.

После выбора определённого критерия множество всех возможных значений разбивают на 2 непересекающихся подмножества: одно из них содержит значения критерия, при которых нулевая гипотеза отвергается, а другая – критерии при которых она принимается.

Критической областью называют совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают. В свою очередь, **областью принятия гипотезы (**областью допустимых значений) называют совокупность значений критерия, при которых гипотезу принимают.

Основной принцип проверки статистических гипотез можно сформулировать так: *если значение критерия принадлежит критической области – гипотезу отвергают, если значение критерия принадлежит области принятия гипотезы – гипотезу принимают*

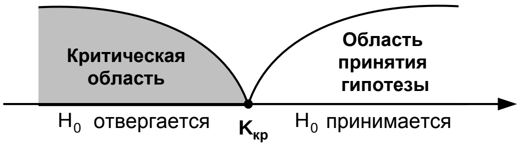
Поскольку критерий К – одномерная случайная величина, то все её возможные значения принадлежат некоторому интервалу. Поэтому критическая область и область принятия гипотезы также являются интервалами и, следовательно, существуют точки, которые их разделяют.

Критическими точками (границами) $k_{кр}$ называют точки, отделяющие критическую область от области принятия гипотезы.

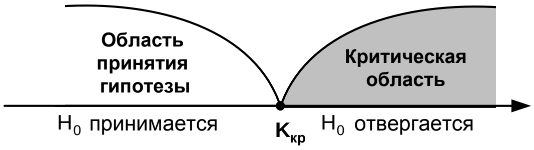
Если нулевой гипотезе $H_0 : \Theta = \Theta_0$ противопоставляется альтернативная гипотеза $H_1 : \Theta \neq \Theta_0$, то критерий для проверки H_0 носит название **двустороннего**, а его критическая область состоит из двух частей (рис. 4.1).

Если же альтернативная гипотеза формулируется в виде $H_1 : \Theta < \Theta_0$ или $H_1 : \Theta > \Theta_0$, то соответствующие критерии называются **односторонними** и их критические области содержат всего одну часть (рис. 4.2).

Рис.4.1. Двусторонняя критическая область



а)



б)

рис. 4.2. Односторонняя критическая область:
а) левосторонняя; б) правосторонняя

В таблице 4.1. приведены некоторые стандартные критерии, позволяющие проверять гипотезы о значениях математических ожиданий и дисперсий нормальных генеральных совокупностей при независимых измерениях в выборке.

Таблица 4.1.

Стандартные статистические критерии

№	Название критерия	Проверяемая гипотеза H_0 и альтернативная гипотеза H_1	Информация о параметрах распределения	Статистика g и её обозначение для каждого критерия	Распределение статистики g при справедливой гипотезе H_0
1	Критерий Стьюдента	$H_0 : M(x) = M_0$ $H_1 : M(x) \neq M_0$	$D(x)$ неизвестно	$t = \dfrac{\overline{x} - M_0}{\sigma_x / \sqrt{N}}$	t-распределение с $\nu = N - 1$ степенями свободы
2		$H_0 : M(x) = M_0$ $H_1 : M(x) < M_0$			
3		$H_0 : M(x) = M_0$ $H_1 : M(x) > M_0$			
4	Критерий Пирсона	$H_0 : D(x) = D_0$ $H_1 : D(x) \neq D_0$	$M(x)$ неизвестно	$\chi^2 = \dfrac{(N-1)\sigma(x)}{D_0}$	χ^2-распределение с $\nu = N - 1$ степенями свободы
5		$H_0 : D(x) = D_0$ $H_1 : D(x) < D_0$			
6		$H_0 : D(x) = D_0$ $H_1 : D(x) > D_0$			
7	Критерий Фишера-	$H_0 : D(x) = D_0$ $H_1 : D(x) \neq D_0$	$M(x_1)$, $M(x_2)$	$F = D(x_1)/D(x_2)$, где $D(x_1) = \max\{D(x_1), D(x_2)\}$	F-распределение с ν_1,

8	Снедекора	$H_0: D(x)=D_0$ $H_1: D(x)>D_0$	неизве стно	$F=D(x_1)/D(x_2)$	ν_2 степенями свободы
9		$H_0: D(x)=D_0$ $H_1: D(x)<D_0$		$F=D(x_2)/D(x_1)$	

Пример 4.1. Диспетчер, при обработке выборки из 10 измерений отклонения частоты энергосистемы, Δf получил, что

$\Delta\bar{f} = 1.38$Гц, $\sigma_{\Delta f} = 1.23$Гц. Проверить гипотезу $\left|\begin{array}{l} H_0: M(\Delta f)=0 \\ H_1: M(\Delta f)>0 \end{array}\right., q=0.05$

Решение.

В соответствии с таблицей 4.1, целесообразно использовать критерий Стьюдента:

$$t=\frac{\Delta\bar{f}-M_0}{s_{\Delta f}\sqrt{N}}=\frac{1.38}{1.23\cdot\sqrt{10}}=3.55$$

Найдём распределение статистики g при справедливой гипотезе H_0 $\upsilon=N-1=10-1=9$. Из таблицы значений критериев (таблица П.4.1, Приложение 4) $t_{9;\alpha=0.05}=1.83$. Так как $t>t_{9;\alpha}$, то гипотеза H_0 должна быть отвергнута. В противном случае, она была бы принята.

Пример 4.2. Проведено исследование уровня напряжения в начале и конце высоковольтной линии электропередачи. Выполнено 13 измерений напряжения U_1 в начале линии и 16 измерений напряжения U_2 в конце линии. На основании полученных выборок рассчитаны оценки дисперсий $D(U_1)=4{,}52\,кВ^2$ и $D(U_2)=2{,}19\,кВ^2$. Необходимо проверить гипотезу $\left|\begin{array}{l} H_0: D(U_1)=D(U_2) \\ H_1: D(U_1)\neq D(U_2) \end{array}\right., q=0.05$

Решение.

Согласно таблице 4.1. необходимо применить критерий Фишера-Снедекора:

$$F=D(U_1)/D(U_2)=4.52/2.19=2.06$$

Кроме того, степени свободы в данном случае, соответственно равны ν_1 = 15, ν_2 =12 и с помощью таблицы П.4.2 (Приложение 4) получаем $F_{15;12;\alpha=0.025}=3.18$. Так как величина F меньше табличного значения и, следовательно, не попадает в критическую область, то можно считать, что данные выборки измерений напряжения не противоречат нулевой гипотезе. Другими словами, в анализируемой генеральной совокупности дисперсии напряжений в начале и в конце линии электропередач равны.

Тема 4.2. Основные статистические критерии

Как отмечалось выше, в зависимости от того известен или нет закон распределения случайной величины К, могут применяться различные виды статистических критериев: **критерий значимости** или **критерий согласия**

Статистическим критерием (или **критерием значимости)** называют случайную величину К, , служащую для проверки нулевой гипотезы, точное или приближённое распределение которой известно. Проверка гипотезы о предполагаемом законе **неизвестного распределения** производится также, как и проверка гипотезы о параметрах распределения, т.е. при помощи специально подобранной случайной величины – **критерия согласия.**

Рассмотрим подробнее основные виды критериев, применяемых в технических расчётах.

4.2.1. Критерий Стьюдента

Если дисперсия ГС неизвестна (например, в случаях малых выборок), то в качестве критерия проверки нулевой гипотезы приминают критерий Стьюдента в виде:

$$t=\left(\bar{x}-M_0\right)\sqrt{N}\Big/\sigma(x)_{ис} \qquad (4.1)$$

где $\sigma(x)_{ис}$ – «исправленное» среднеквадратичное отклонение[15]; x - выборочная средняя; n – объём выборки; m_0 - предполагаемое значение.

Величина T имеет распределение Стьюдента $\nu = N - 1$ с степенями свободы.

Пример 4.3. По результатам измерений активной мощности на подстанции в течении месяца был сформирован массив экспериментальных данных. По выборке объёма n=20, извлечённой из генеральной совокупности (месячный архив данных по активной мощности) найдены выборочная средняя $\overline{P}$=16 кВт и «исправленное» среднеквадратичное отклонение $\sigma_{ис}$= 4.5 кВт. Требуется, при уровне значимости 0.05, проверить нулевую гипотезу $H_0 : M(P) = 15$ кВт, при конкурирующей гипотезе $H_1 : M(P) \neq 15$ кВт

Решение.

В соответствии с выражением (4.1), вычислим наблюдаемое значение критерия Стьюдента:

$$t_{набл} = \left(\overline{P} - M_0\right)\sqrt{N}/\sigma_{ис}(P) = (16 - 15)\sqrt{20}/4.5 = 0.99$$

По условию конкурирующая гипотеза имеет вид $M(P) \neq M_0$, поэтому критическая область двусторонняя. Количество степеней свободы равно $\nu = N - 1$=20-1=19. По таблице критических точек распределения Стьюдента (Приложение 4, таблица П.4.1) $t_{двуст.кр.}(0.05;19) = 2.09$.

Сравниваем наблюдаемое значение критерия с табличным. Так как $|t_{набл}| < t_{двуст.кр.}$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Для проверки гипотезы о значимости коэффициента корреляции используется критерий Стьюдента в виде:

$$t_{набл} = \frac{r_B\sqrt{N-2}}{\sqrt{1 - r_B^{\,2}}} \qquad (4.2)$$

где r_B - выборочный коэффициент корреляции; N – объём выборки

В этом случае, распределение Стьюдента имеет степень свободы равную [16] $\nu = N - 2$.

Проверяемый коэффициент корреляции считается значимым, если значение $t_{набл}$ по модулю будет больше, чем величина $t_{кр}$, определенная по таблицам t-распределения (табл.П.4.1)

Пример 4.4. В испытательной лаборатории изучалось влияние переменного магнитного поля на микропроцессорные реле. Был сформирован двумерный массив данных, содержащий значения напряжённости магнитного поля, Н и времени срабатывания реле t. По выборке объёмом N=122, извлечённой из двумерного массива, найден коэффициент корреляции r_B=0.4. Необходимо, при уровне значимости 0.05, проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции необходимо. Другими словами, узнать действительно ли напряжённость магнитного поля влияет на эффективность работы исследуемых реле.

Решение.

Вычислим наблюдаемое значение критерия Стьюдента:

$$t_{набл} = \frac{r_B\sqrt{N-2}}{\sqrt{1 - r_{B2}}} = \frac{0.4\sqrt{122-2}}{\sqrt{1 - 0.4^2}} = 4.78$$

Найдём число степеней свободы $\nu = N - 2$=122 – 2=120. Далее по таблице критических точек распределения Стьюдента (табл. П4.1) $t_{двуст.кр.}(0.05;120) = 1.98$. Поскольку $|t_{набл}| > t_{двуст.кр.}$, то наше предположение (нулевая гипотеза) о значимости коэффициента корреляции в ГС ошибочны. Другими словами, напряжённость магнитного поля и время срабатывания реле в данном случае некоррелированны.

4.2.2. Критерий Фишера-Снедекора

Если необходимо проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей, то в этом случае используется критерий Фишера-Снедекора:

$$F = \frac{D(x_1)}{D(x_2)} \qquad (4.3)$$

[15] «Исправленное» среднеквадратичное отклонение является несмещённой оценкой генерального среднеквадратичного отклонения, т.е. позволяет по выборочным данным рассчитать генеральное среднеквадратичное отклонение.

[16] числом степеней свободы в математической статистике называется разность между числом измерений *n* и числом коэффициентов *m*, входящих в уравнение $y = (x, a_1, a_2 ... a_m)$, т.е. *ν* = *n* –*m*.

где $D(x_1), D(x_2)$ - выборочные дисперсии.

Степени свободы для критерия Фишера-Снедекора соответственно равны $\nu_1 = n_1 - 1,\ \nu_2 = n_2 - 1$

Пример 4.5. В лаборатории двумя приборами в течение нескольких дней были проведены измерения напряжения. Из полученных генеральных совокупностей U_1 и U_2 были извлечены независимые выборки объёмами N_1=12 и N_2=15, и найдены выборочные дисперсии $D(U_1)$=11.41 кВ^2, $D(U_2)$=6.52 кВ^2. При уровне значимости 0.05 проверить нулевую гипотезу $H_0 : D(U_1) = D(U_2)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_1 : D(U_1) > D(U_2)$.

Решение.

Используя формулу (4.3), в рамках критерия Фишера-Снедекора, найдём отношение большей дисперсии к меньшей:

$$F_{набл} = \frac{11{,}41}{6{,}52} = 1{,}75$$

Конкурирующая гипотеза имеет вид $D(U_1) > D(U_2)$, поэтому критическая область – правосторонняя. Степени свободы будут равны $\nu_1 = N_1 - 1 = 12 - 1 = 11,\ \nu_2 = N_2 - 1 = 15 - 1 = 14$. По таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора (табл. П.4.2) находим $F_{кр}(0.05;11.14) = 2{,}56$. Так как $F_{набл} < F_{кр}$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу о равенстве генеральных совокупностей. Другими словами, различие «исправленных» выборочных дисперсий результатов измерений, выполненных двумя приборами, оказалось незначимым. Таким образом, приборы имеют одинаковый класс точности.

4.2.3. Критерий Бартлетта

Если необходимо выполнить сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам различного объёма, то, как правило, используют критерий Бартлетта:

$$B = \frac{V}{C} \tag{4.4}$$

Здесь $V = 2.303\left[\nu \lg \overline{D}(x) - \sum_{i=1}^{l} \nu_i \lg D(x_i)\right]$; $C = 1 + \frac{1}{3(l-1)}\left[\sum_{i=1}^{l} \frac{1}{\nu_i} - \frac{1}{\nu}\right]$,

l – количество генеральных совокупностей; $\overline{D}(x) = \left(\sum_{i=1}^{l} \nu_i D(x_i)\right)\Big/\nu$ - взвешенная «исправленная» дисперсия по степеням свободы, где $\nu = \sum_{i=1}^{l} \nu_i$, $\nu_i = N_i - 1$

Необходимо отметить, что критерий Бартлетта весьма чувствителен к отклонениям заданных распределений от нормального. Поэтому к выводам по этому критерию надо относиться с определённой осторожностью.

Пример 4.6. В испытательной лаборатории четырьмя амперметрами в течение нескольких дней были проведены измерения электрического тока. Из полученных генеральных совокупностей I_1, I_2, I_3, I_4 были извлечены независимые выборки N_1=10 N_2=12, N_3=15 N_4=16. Выборочные дисперсии в этом случае соответственно равны 0.25, 0.40, 0.36, 0.46 A^2. При уровне значимости 0.05 проверить гипотезу об однородности дисперсий.

Решение.

Составим расчётную таблицу 4.2 (столбец 8 пока заполнять не будем, поскольку ещё неизвестно, требуется ли вычислять С).

Пользуясь расчётной таблицей, найдём:

$\overline{D}(I) = \left(\sum_{i=1}^{l} \nu_i D(I_i)\right)\Big/\nu = 18.99/50 = 0.3768$ А^2; $\lg 0.3798 = 1.5795$

$$V = 2.303\left[\nu \lg \overline{D}(x) - \sum_{i=1}^{l} \nu_i \lg D(x_i)\right] = 2.303[50 \cdot 1.5795 - 22.5305] = 1.02$$

Таблица 4.2

Результаты вычисления критерия

i	n_i	k_i	s_i^2	$k_i s_i^2$	$\lg \bar{s}^2$	$k_i \lg s_i^2$
1	10	9	0.25	2.25	1.3979	6.5811
2	13	12	0.40	4.80	1.6021	5.2252
3	15	14	0.36	5.04	1.5563	7.7822
4	16	15	0.46	6.90	1.6628	6.9420
$\sum$		k=15		18.99		22.5305

По таблице критических точек распределения (табл. П.4.3.) $\chi^2_{кр}(0.05;3) = 7.8$. Так как $V < \chi^2_{кр}$, то естественно (поскольку C>1) и, используя (4.4), $B_{изм} = (V/C) < \chi^2_{кр}$. Следовательно, отвергнуть нулевую гипотезу об однородности дисперсий нет оснований. Другими словами, исправленные выборочные дисперсии различаются незначимо.

4.2.4. Критерий Кочрена

В том случае, когда независимые выборки сравниваемых дисперсий имеют одинаковый объём, используют критерий Кочрена. Он представляет собой отношение максимально «исправленной» дисперсии к сумме всех «исправленных» дисперсий:

$$G = D_{\max}(x) / \left(D(x_1) + D(x_2) + ... + D(x_N)\right) \qquad (4.5)$$

Распределение этой случайной величины зависит только от числа степеней свободы $\nu = N - 1$ и количества выборок.

Пример 4.7. В испытательной лаборатории четырьмя ваттметрами выполнены измерения активной мощности. Из полученных генеральных совокупностей P_1, P_2, P_3, P_4 были извлечены независимые выборки N=17. Найдены «исправленные» дисперсии, которые в этом случае соответственно равны 0.26, 0.36, 0.40, 0.42 $Вт^2$. Требуется проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий генеральных совокупностей . при уровне значимости 0.05

Решение.

В соответствии с формулой (4.5), найдём значение критерия Кочрена:

$$G_{набл} = 0.42 / (0.26 + 0.36 + 0.40 + 0.42) = 0.2917$$

По таблице критических точек распределения Кочрена П.4.4. (Приложение 4) $G_{кр}(0.05;16;4) = 0.4356$. Так как $G_{изм} < G_{кр}$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу. Другими словами, «исправленные» выборочные дисперсии различаются незначимо.

4.2.5. Критерий согласия Пирсона (критерий χ^2)

Имеется несколько критериев согласия χ^2 («хи квадрат»): Пирсона, Колмогорова, Смирнова и т.д. Основным в практических инженерных расчётах является критерий согласия Пирсона.**Сущность критерия согласия Пирсона состоит в сравнении эмпирических и теоретических частот исследуемой выборки.**

Обычно эмпирические (экспериментальные) и теоретические (вычисленные в предположении нормального закона распределения) частоты различаются. Возможно ли, что расхождение частот не случайно, и объясняется тем, что теоретические значения вычислены исходя из неверной нулевой гипотезы? Критерий Пирсона отвечает на этот вопрос, но, как и любой другой критерий, он не доказывает, а лишь устанавливает на принятом уровне значимости согласие или несогласие с имеющимися результататми измерений.

Математически критерий согласия Пирсона можно записать следующим образом:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k_r} \left(n_i - n_i'\right)^2 / n_i' \qquad (4.6)$$

где n_i, n_i' - соответственно эмпирические и теоретические частоты; k_r - число групп выборки

Пример 4.8. Сформирован месячный массив данных измерений напряжения в узле (табл. 4.3). При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении ГС измерений напряжения, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Таблица 4.3.

Исходные данные

Эмпирические частоты	6	13	38	74	106	85	30	14

Теоретические частоты	3	14	42	82	99	76	37	13

Решение.

Вычислим $\chi^2_{\text{набл}}$, для чего составим таблицу 4.4.

Таблица 4.4*Результаты вычисления критерия*

i	n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$(n_i - n_i')^2 / n_i'$	n_i^2	n_i^2 / n_i'
1	6	3	3	9	3	36	12
2	13	14	-1	1	0.07	169	12.07
3	38	42	-4	16	0.38	1444	34.38
4	74	82	-8	64	0.78	5476	66.78
5	106	99	7	49	0.49	11236	113.49
6	85	76	9	81	1.07	7225	95.07
7	30	37	-7	49	1.32	900	24.32
8	14	13	1	1	0.08	196	15.08
$\sum$	366	366			$\chi^2_{\text{набл}}$=7.19		373.19

Найдём число степеней свободы, учитывая, что число групп выборки (число различных вариант) s=8; ν=8-3=5. По табл.П.4.5 критических точек распределения χ^2, при известном уровне значимости α=0.05 и числу степеней свободы ν=5 находим значение $\chi^2_{\text{кр.}}(0.05;5) = 11.1$.

Так как $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу. Другими словами, расхождение эмпирических и теоретических частот незначимое. Следовательно, данные измерений согласуются с гипотезой о нормальном распределении ГС.

Тема 4.3. Погрешности измерений

Расчёты режимов ЭЭС осуществляются с использованием представительных массивов экспериментальной информации, сформированных по данным измерений параметров в электрических сетях. Принято различать **прямые** и **косвенные измерения** [10-12]. При прямом измерении значение конкретного параметра определяется непосредственно по показаниям измерительного прибора. Однако, в ряде случаев значение искомого параметра определяют косвенно, путём соответствующих расчётов. К примеру, по измерениям величин тока и напряжения, используя закон Ома, вычисляется величина электрического сопротивления. Но независимо от того, имеем ли мы дело с прямыми или косвенными измерениями определить истинное значение параметра невозможно. В лучшем случае, можно лишь указать (да и то приближённо) интервал возможных значений измеряемого параметра, *x* внутри которого расположено его искомое значение, $x_{\text{ист}}$. Иначе говоря, если измеренное значение параметра - $x_{\text{изм}}$, то в результате измерений можно записать следующее неравенство

$$x_{\text{изм}} - \Delta x < x_{\text{ист}} < x_{\text{изм}} + \Delta x \qquad (4.7)$$

Величину Δx называют **погрешностью измерения.** При этом, чем меньше величина Δx, тем точнее выполнено измерение.

Результат всякого точного измерения имеет малую ценность до тех пор, пока не указана погрешность, с которой оно выполнено. Следует всегда помнить, что никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно. Его результат всегда содержит некоторую погрешность. Измерения, которые были произведены при сравнении измерительных инструментов и приборов с эталоном, также присуща большая или меньшая погрешностью.

Таким образом, в результате измерений и расчётов всегда получают искомую величину параметра с некоторой погрешностью. Поэтому в задачу определения того или иного параметра входит не только нахождение самой величины параметра, но также и оценка погрешности, допущенной при измерении этого параметра

При оценке погрешностей принято придерживаться следующей классификации:

1. Типы погрешностей
2. Условия возникновения
3. Причины возникновения

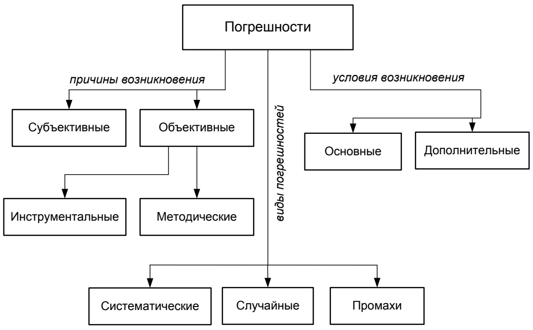


Рис. 4.3. Блок-схема погрешностей измерений

На основании представленной блок-схемы (рис. 4.3) рассмотрим подробнее такую классификацию.

➔ **Типы погрешностей**.

Погрешности измерений принято подразделять на **систематические, случайные** и **грубые**. **Систематические погрешности** вызываются факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Другими словами, это погрешности, значения которых одинаковы во всех измерениях, проводящихся либо одним и тем же методом, либо с помощью одних и тех же измерительных приборов.

Пример 4.9. На миллиамперметре со шкалой 0…75 мА проведено измерение тока и получен результат 65.3 мА. Оценить систематическую погрешность измерений, если класс прибора равен 1.0

Решение.

Класс точности электроизмерительных приборов указывает максимальную погрешность прибора в процентах от верхнего предела измерений. Так, исследуемый миллиамперметр даёт погрешность в измерении величины тока не более $75 \cdot 0.01$= 0,75 мА. Такая погрешность относится к статической и всегда будет присутствовать при измерении

Следовательно, если получен результат I=65.3 мА, то, с учётом систематической погрешности, можем записать I=65,3±0,8 мА (0,8 взято как округление найденной погрешности до первой значимой цифры). Таким образом, с учётом систематической погрешности, можно сказать, что действительное значение величины тока лежит в пределах от 64.5 до 66.1 мА.

Пример 4.10. Амперметр со шкалой 0…5 А и классом точности 0.5 подключен через трансформатор тока (коэффициент трансформации 20/5, класс точности 0,2) к электрической цепи. Показания прибора – 4,1 А. Определить величину измеренного тока и предел основной допустимой погрешности.

Решение.

Найдём действительное значения тока измеренного амперметром, умножив его показания на номинальный коэффициент трансформации трансформатора тока:

$$\mathrm{I}_1 = \mathrm{I}_{\text{изм}} \cdot k_{ном} = 4{,}1 \cdot \frac{20}{5} = 16{,}4\,[A]$$

Рассчитаем пределы основной допустимой погрешности по следующей формуле:

$$\delta_{\max} = \pm\gamma_{\max}\frac{\mathrm{I}_N}{\mathrm{I}_{\text{изм}}}$$

Класс точности амперметра – 0,5
Класс точности трансформатора тока – 0,2
Предел измерения – 5 А.
Тогда имеем

$$\delta_{\max} = \pm 0.5\frac{5}{4.1} = \pm 0.62\%$$

Найдём предел суммарной допустимой погрешности:

$$\delta_{\sum} = \delta_{\max}^{\text{TT}} + \delta_{\max}^{\text{A}} = 0.2 + 0.62 = 0.82\,\%$$

Случайные погрешности имеют различные значения даже для измерений, выполненных одинаковым образом. Своим происхождением случайные погрешности обязаны ряду причин, действие которых неодинаково в каждом опыте и не может быть учтено.

Случайные погрешности считаются нёустранимыми, но с помощью методов теории вероятностей можно учесть их влияние на оценку истинного значения измеряемого параметра. Случайные погрешности измерений характеризуются определенным законом их распределения. Существование такого закона можно обнаружить, повторяя много раз в неизменных условиях измерения отдельного параметра и подсчитывая число m тех результатов измерения, которые попадают в тот или иной интервал. Отношение числа m общему числу произведённых измерений n при достаточно большом n оказывается близким к постоянному числу. Это обстоятельство позволяет применить к изучению случайных погрешностей методы теории вероятностей

В вероятностной модели случайные погрешности $\Delta x = x - a$, (а значит и сами результаты измерений $x = a + \Delta x$) рассматриваются как случайные величины. В качестве закона распределения случайной погрешности чаще всего принимается нормальный закон распределения. Плотность, при котором равна

$$P(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}}$$

где σ – параметр, характеризующий точность измерений и называемый средней квадратической ошибкой.

Вероятность попадания случайной величины в любой интервал вычисляется при этом по формуле

$$P(\Delta x \in (\Delta x_1\ \Delta x_2)) = \Phi(\Delta x_2/\sigma) - \Phi(\Delta x_1/\sigma),$$

а вероятность того, что случайная погрешность Δx выйдет за границы интервала $\pm\beta\sigma$, равна

$$P(|\Delta x| > \beta\sigma) = 1 - 2\Phi(\beta), \qquad (4.8)$$

В выражении (4.8) функция распределения вероятностей, *Φ(β),* называется интегралом вероятности и определяется по табл.П3.

При больших значениях β вероятность $P(|\Delta x| > \beta\sigma)$ мала. При β =3 вероятность выхода случайных погрешностей за границы ±3β равна 0,0027, т.е. очень мала. Поэтому выход случайного параметра за трехсигмовые пределы считают практически невозможным. Другими словами, принимается, что случайные погрешности измерений ограничены по абсолютной величине значениями ± 3σ

Параметр σ называется **средней квадратической погрешностью измерения**, стандартной погрешности или просто стандартом, Иногда применяют и другие показатели точности измерений.

Вероятная погрешность

$$\rho = 0.6745\sigma, \qquad (2\Phi(\beta) = 0{,}5)$$

Средняя абсолютная погрешность $V = \int |\Delta x| P(\Delta x) \partial \Delta x = 0.7979\sigma$

Мера точности $h = 0.7071\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}$

Третий тип погрешностей, с которыми приходится иметь дело, - это **грубые погрешности**, или **промахи**. Под грубой погрешностью измерения понимается погрешность, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях. Подобное может произойти вследствие неправильной записи показаний прибора, неверного съёма отсчёта и т.п.

➔ **Условия возникновения**

В зависимости от класса точности средств измерений стандарт устанавливает различные пределы допускаемых **основных** и **дополнительных погрешностей** средств измерений в виде абсолютных приведённых или относительных погрешностей. При этом под **основной погрешностью** понимают погрешность, свойственную средству измерений, эксплуатируемому в нормальных условиях применения.

Важными факторами, определяющими точность средств измерений, являются условия их применения, которые могут изменяться, вызывая появление **дополнительных погрешностей**. В стандарте (технических условиях) введено понятие нормальных условий применения средств измерения. Это те условия, когда влияющие величины имеют нормальные значения или находятся в пределах нормальной области значений. При этом нормальное значение влияющей величины - значение величины (с нормированными отклонениями), устанавливаемое в стандарте, при котором значение погрешности для данного вида измерений не должно превышать установленных пределов.

➔ **Причины возникновения**

В классификации погрешностей очень важным моментом является выяснение причин возникаемых погрешностей. По этому критерию погрешности подразделяют на **субъективные** и **объективные. Субъективные погрешности** появляются непосредственно по вине человека, проводящего измерения. Их можно отнести к рассмотренным выше промахам. **Объективные** же погрешности уже не связаны с человеком, а зависят от средства измерения и метода, с помощью которого проводится то или иное измерение. Исходя из этого, объективные погрешности можно дополнительно разделить на **инструментальные** и **методические**

Инструментальными (приборными или аппаратурными) погрешностями средств измерений называются такие, которые принадлежат данному средству измерений, могут быть определены при его испытаниях и занесены в его паспорт.

Необходимо подчеркнуть, что оценка по допустимым пределам погрешностей средств измерения даёт предельные результаты, которые не могут быть превышены при самых неблагоприятных условиях. Принято считать, что реальная погрешность попадает в вычисленный интервал с вероятностью, равной единицы

Рассмотрим несколько примеров оценки инструментальной погрешности.

Пример 4.11. Для измерения мощности используется аналоговый ваттметр класса точности 1,5 с пределом измерения 500 Вт. Записать результаты измерений, когда показания прибора равны соответственно 125 Вт и 400 Вт.

Решение

Предел допустимой абсолютной погрешности ваттметра составляет

$$\Delta_{max}=\frac{\gamma_{max}\cdot P_N}{100}=\frac{\pm 1.5\cdot 500}{100}=\pm 7.5\ [\text{Вт}]$$

Тогда действительные значения мощности на отметках 125 и 400 Вт со 100 %-й вероятностью находятся в интервалах

$$\text{P}_{125}=(125\pm 7.5)\text{Вт}=(117.5\ldots 132.5)\text{Вт}$$
$$\text{P}_{400}=(400\pm 7.5)\text{Вт}=(392.5\ldots 407.5)\text{Вт}$$

Пример 4.12. При измерении частоты цифровым частотомером с пределом 100 кГц и классом точности 0,05/0,02 получен результат 78 кГц. Оценить величину погрешности измерения.

Решение

Предел допустимой относительной погрешности

$$\delta_{max}=\pm\left[0.05+0.02\left(\frac{100}{78}-1\right)\right]=\pm 0.056\%$$

Предел допустимой абсолютной погрешности

$$\Delta_{max}=\frac{\pm 0.056\cdot 78}{100}=\pm 0.044\ \text{кГц}=44\ \ [\text{Гц}]$$

Действительное значение измеренной частоты находится в интервале

$$f=(78{,}000\pm 0{,}044)\ \text{кГц}.$$

При косвенных измерениях погрешность в самом неблагоприятном случае будет равна арифметической сумме пределов допустимых погрешностей используемых средств измерения.

Пример 4.13. При измерении мощности двигателя постоянного тока используется амперметр класса точности 0,5 с пределом измерения 100 А и вольтметр того же класса с пределом измерения 150 В. Показания приборов оказались соответственно равными 75 А и 110 В. Определить величину мощности и предел допустимой погрешности.

Решение

Измеренное значение мощности

$$P_{\text{изм}}=U_{\text{изм}}I_{\text{изм}}=110\cdot 75=8250\ \text{Вт}=8.25\ \text{кВт}$$

Пределы допустимых относительных погрешностей амперметра и вольтметра соответственно

$$\delta_{\text{A}max}=\pm\gamma_{\text{A}}\frac{I_N}{I_{\text{изм}}}=\pm 0.5\frac{100}{75}=\pm 0.67\%$$

$$\delta_{Vmax}=\pm\gamma_V\frac{U_N}{U_{\text{изм}}}=\pm 0.5\frac{150}{110}=\pm 0.68\%$$

Суммарная погрешность

$$\delta_{Pmax}=\pm 1.35\%$$

Предел абсолютной допустимой погрешности

$$\Delta_{Pmax} = \pm\frac{1.35\cdot 8250}{100} = \pm 111.38\ \text{Вт}$$

Действительное значение мощности

P = (8250±111,38) Вт.

Однако, кроме инструментальных погрешностей, при измерениях возникают ещё и такие погрешности, которые не могут быть приписаны данному прибору, не могут быть указаны в его паспорте и называются **методическими**, т. е. связанными не с самим прибором, а с методом проведения измерений.

Очень часто причиной возникновения методической погрешности является то, что, организуя измерения, нередко измеряют или вынуждены измерять не ту величину, которая в принципе должна быть измерена, а некоторую другую, достаточно близкую, но не равную ей.

Примером такой методической погрешности может служить погрешность, возникающая при измерении напряжения вольтметром.

Вследствие шунтирования входным сопротивлением вольтметра того участка цепи, на котором измеряется напряжение, оно оказывается меньшим, чем было до присоединения вольтметра. Поэтому для одного и того же вольтметра, присоединяемого поочередно к разным участкам исследуемой цепи, эта погрешность различна: на низкоомных участках – незначима, а на высокоомных может быть очень большой.

Естественно, размер этой переменной погрешности не может быть указан в паспорте прибора, и она является методической. Для расчёта этой погрешности пользователь должен при каждом конкретном измерении напряжения измерять еще и выходное сопротивление исследуемой цепи между точками, к которым присоединён вольтметр, т. е. производить дополнительное исследование объекта измерения.

Так, погрешность, рассмотренная выше, в примерах 4.9 и 4.10, в более полной классификации можно охарактеризовать как систематическую, инструментальную и основную.

Раздел 5. Математическая обработка экспериментальных данных

В электроэнергетике экспериментальные исследования получили большое распространение как на этапе проектирования, так и при текущей эксплуатации электрических сетей.

До настоящего момента в учебном пособии основное внимание было уделено расчётам нормального установившегося режима. При этом предполагалось, что имеется необходимая исходная информация о параметрах режима и параметрах сети, позволяющая однозначно рассчитать исследуемый режим работы последней. К сожалению, необходимо отметить наличие серьёзного дефицита измерений (в первую очередь, по параметрам режима) в отечественных электрических сетях. Неизбежные выходы из строя измерительных приборов и систем, сбои и отказы в работе каналов передачи данных, а также выводы их в ремонт и на профилактику лишь усугубляют проблему дефицита исходной информации.

Определённым выходом из сложившейся ситуации, с целью восполнения исходной информации в электрических сетях, является использования **псевдоизмерений**[17]. Это возможно в так называемых «жёстких» технических системах, в которых строго выполняются определённые законы и правила. К примеру, в электроэнергетике законы Кирхгофа и Ома, с одной стороны, позволяют установить наличие устойчивых статистических взаимосвязей между отдельными параметрами в электрической сети. С другой стороны, они препятствуют внезапному (самопроизвольному) изменению

Тема 5.1. Регрессионные модели в электроэнергетике

При математической обработке массивов экспериментальной информации возникает необходимость в подборе эмпирических формул, устанавливающих связь одного измеренного параметра с другим.

Задача определения точного вида выявленной взаимозависимости параметров решается с помощью **регрессионного анализа.**

Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одного параметра (y) обусловлено влиянием другого параметра (x). Количественная оценка данной взаимосвязи осуществляется с помощью построения регрессионной функции - **уравнения регрессии.**

В общем случае уравнение регрессии зависимого параметра, y от независимого параметра x можно записать в виде аналитического полинома степени n:

$$y = a + bx + cx^2 + \ldots + fx^n\ . \qquad (5.1)$$

В простейшем случае между двумя коррелированными параметрами существует линейная связь, для которой выражение (5.1) можно переписать в следующем виде:

$$y = \alpha + \beta x. \qquad (5.2)$$

[17] Дополнительные данные, получаемые с помощью математических моделей.

Выражение (5.2) является **линейным уравнением регрессии,** в котором величина α называется **свободным членом уравнения регрессии,** а величина β - коэффициентом уравнения регрессии.

Предположим, что в результате измерений сформированы массивы экспериментальной информации по параметрам *x* и *y,* которые связаны зависимостью вида *y =f(x),* а график этой зависимости представлен на рис. 5.1.

Из курса высшей математики известно, что через любые *n* точек всегда можно провести кривую, выражаемую аналитическим полиномом степени (*n-1*), так чтобы она в точности прошла через каждую из точек (рис. 5.1, непрерывная кривая). Однако вид такой кривой крайне сложен для её математического описания. Возникает задача **сглаживания экспериментальной зависимости.** Экспериментальные данные желательно обработать так, чтобы по возможности достаточно точно отразить общую тенденцию зависимости *y* от *x,* но вместе с тем «сгладить» нехарактерные, случайные отклонения, вызванные, в том числе, и неизбежными погрешностями измерений, подробно представленными в предыдущей главе учебного пособия. Одним из эффективных методов расчётного сглаживания является **метод наименьших квадратов** (прил. 5).

Пусть имеем данные экспериментальных измерений по параметрам x_i, и y_i. Рассмотрим случай линейной регрессии вида (5.2). Используя метод наименьших квадратов, можно записать

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n}(\alpha + \beta x_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \sum_{i=1}^{n}(\alpha + \beta x_i)x_i = 0; \end{cases} \qquad (5.3)$$

Раскроем скобки в этих уравнениях и, произведя суммирование, получим

$$\begin{cases} n\alpha + \beta \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \,; \\ \alpha \sum_{i=1}^{n} x_i - \beta \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \,; \end{cases} \qquad (5.4)$$

Выразим из второго уравнения системы (5.4) коэффициент уравнения регрессии

$$\beta = \frac{n\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\ \right)^2} \qquad (5.5)$$

Свободный член уравнения регрессии а также можно найти из системы уравнений (5.4). Но проще величину α выразить через β:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - \beta \sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (5.6)$$

Выражение (5.6) можно переписать в виде:

$$\alpha = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i - \beta \sum_{i=1}^{n} x_i = M(y) - \beta M(x) \qquad (5.7)$$

Величина α, вычисленная по формуле (5.7), позволяет отобразить наиболее характерную кривую с учётом поведения параметров x_i и y_i и математических ожиданий $M(x)$ и *M(y).* Величина β характеризует угловой коэффициент (угол наклона к оси Ox*)*.

К сожалению, такой подход для расчёта линейного уравнения регрессии очень трудоёмок вследствие сложности расчётов α и β .

Расчёты значительно упрощаются, если использовать коэффициент корреляции r. Знак при r показывает характер тенденции корреляционной связи и является одним из критериев правильности выполненных расчётов:

- знак «+» означает, что изменение исследуемых параметров *x и y* имеет одинаковую тенденцию (корреляционная связь положительная);
- знак « – » означает, что изменение исследуемых параметров *x* и *y* имеет разную тенденцию (корреляционная связь отрицательная);
- значение $r = 0$ означает, что корреляционная связь между параметрами *x* и *y* отсутствует.

Для статистического определения коэффициента корреляции между двумя случайными величинами *y* и *x* необходимо иметь данные их измерений. Пусть наблюдались следующие пары одновременных измерений величин *y* и *x:* $\{y_1, x_1\}; \{y_2, x_2\}; \ldots \{y_n, x_n\}$. Тогда для получения зависимости $y = f(x)$ нужно найти α, β, σ_x, σ_y, и r по следующим формулам:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}; \beta = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \\ \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \alpha)^2/(n-1); \\ \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta)^2/(n-1); \\ r = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \alpha)^2\,(y_i - \beta)^2/\left[(n-1)\sigma_x\sigma_y\right] \end{cases} \qquad (5.8)$$

Важной проверкой составления регрессионной модели является знак коэффициента в правой части уравнения:

- знак «+» означает, что изменение исследуемых параметров x и y имеет одинаковую тенденцию;
- знак «–»– разную тенденцию.

Пример 5.1. В течение ряда лет максимум нагрузки энергосистемы P (МВт) и годовая выработка электроэнергии W (млрд кВт·ч) имели следующие значения:

P	1000	1100	1220	1350
W	5,6	6,6	7,0	7,8

Решение

1. Для заданных параметров P и W определим основные статистические характеристики:

- нагрузка потребителей P

$M(P)=$ (1000 +1100 +1220 +1350)/4 = 1167,5 [МВт],

$$D(P)=\frac{(1000-1167.5)^2+(1100-1167.5)^2+(1000-1167.5)^2}{3}+$$

$$+\frac{(1350-1167.5)^2}{3}=22920$$

$$\sigma_P=\sqrt{D(P)}=151\text{ [МВт]}$$

- годовая выработка электроэнергии W

$M(W)$ = (5,6 + 6,6 + 7,0 + 7,8)/4 = 6,75 [млрд кВт·ч],

$$D(P)=\frac{(5.6-6.75)^2+(6.6-6.75)^2+(7-6.75)^2+(7.8-6.75)^2}{3}=0.835\text{ [млрд кВт}\cdot\text{ч]}$$

2. По формуле (5.8) определим величину коэффициента корреляции:

$$r=\frac{(1000-1167.5)(5.6-6.75)+(1100-1167.5)(6.6-6.75)}{3\cdot151\cdot0.913}+$$

$$+\frac{(1220-1167.5)(7-6.75)+(1350-1167.5)(7.8-6.75)}{3\cdot151\cdot0.913}=0.988$$

Так как параметры P и W имеют одинаковую тенденцию изменения - оба увеличиваются, положительный знак при коэффициенте корреляции r определен верно.

Запишем уравнение регрессии P на W:

$$P=r(\sigma_P/\sigma_W)(M-M(W))+M(P)=0.988(151/0.913)(W-6.75)+$$

$$+1167.5=67.5+163.2W$$

Окончательно имеем

P = 67,5 + 163,2W.

Положительный знак у параметра W в правой части уравнения регрессии свидетельствует об идентичной тенденции в изменении параметров, что соответствует истине.

Зная ожидаемое значение W, можно определить математическое ожидание величины P.

Проверка

Приняв из таблицы W= 5,6 млрд кВт · ч, по уравнению линейной регрессии находим P = 67,5 + 163,2·5,6 = 981,4 МВт. В этом случае погрешность сглаживания будет равна

Δ = |1000-981,4|/1000 = 1,858 % .

Тема 5.2. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)

При изучении аварийных режимов в электрических сетях широко применяется **метод статистических испытаний,** называемый методом Монте-Карло.

Датой рождения метода Монте-Карло принято считать 1949 г., когда американские учёные Н. Метрополис и С. У лам опубликовали статью «Метод Монте-Карло», в которой систематически его изложили. Название метода связано с названием города Монте-Карло, где в игорных домах (казино) играют в рулетку - одно из простейших устройств для получения случайных числе, на использовании которых основан этот метод.

Развитие метода Монте-Карло было тесно связано с создани**ем** быстродействующих ЭВМ, т.к. достижение достаточной точности исследований случайных процессов (в том числе **и** аварийных режимов в электрических сетях) возможно лишь при большом числе испытаний, требующих значительных затрат времени.

Суть ***метода Монте-Карло*** *заключается в том, что вместо аналитических вычислений различных вероятностных характеристик производится моделирование («розыгрыш») изучаемого режима с помощью массивов (датчиков) случайных чисел.* По результатам моделирования составляется таблица Монте-Карло, при заполнении которой придерживаются следующего правила: *если выбранное случайное число превосходит вероятность безотказной работы данного элемента, то считается что этот элемент отказал (в таблице ставится знак «-»), в противном случае принимается, что элемент остаётся в работе (в таблице ставится знак «+»).*

Пример 5.2. Система электроснабжения (СЭС) включает два последовательно работающих энергорайона (рис. 5.2). Первый энергорайон включает в себя три подстанции A, B и C, соединённые параллельно. Во второй энергорайон входят подстанции D и E, соединённые последовательно. Найти: а) с помощью метода Монте-Карло вероятность безотказной работы СЭС P, если $P(A)$ = 0,73; $P(B)$ = 0,87; Q(C) = 0,12; $P(E)$ = 0,73; $Q(D)$ = 0,11. Выполнить 10 испытаний, начиная с 67 строки таблицы случайных чисел (прил. 7); б) определить абсолютную погрешность $|p-\bar{p}|$, где $\bar{p}$ вероятность безотказной работы СЭС, вычисленная аналитически.

1. По данным задачи для всех анализируемых подстанций запишем вероятность безотказной работы:

$P(A)$ = 0,73; $P(B)$ = 0,87; P(C) = 1-0,12 = 0,88; $P(E)$ = 0,73; $P(D)$ = 1-0,11 = 0,89; $P(E)$ = 0,73.

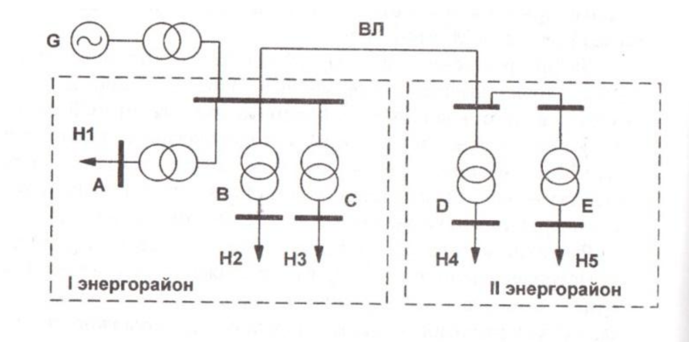


Рис.5.2. Система электроснабжения

Решение

2. Приступаем к заполнению таблицы Монте-Карло (табл. 5.1). По таблице случайных чисел (прил. 6) из 67 строки выбираем первые пять чисел: 68; 43; 49; 46; 88, переводим их в значения вероятности безотказной работы отдельных подстанций: 0,68; 0,43; 0,49; 0,46; 0,88 и заносим в таблицу Монте-Карло. В соответствии с приведённым выше правилом производим моделирование. В дальнейшем с учётом особенностей работы при параллельном и последовательном соединениях элементов делаем заключение о работе как отдельных энергорайонов, так и энергосистемы в целом.

Аналогично осуществляем моделирование и для остальных девяти опытов.

Таблица 5.1

Таблица Монте-Карло

Энергорайоны	Случайные числа					Заключение о работе						
	подстанции					подстанции					Энерго-	
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	района	системы
I	0.68	0.43	0.49			+	+	+			+	-
II				0.46	0.88				+	-	-	
I	0.84	0.47	0.31			-	+	+			+	+
II				0.36	0.22				+	+	+	

I II	0.62	0.12	0.69	0.84	0.08	+	+	+	+	+	+ +	+
I II	0.54	0.74	0.52	0.45	0.91	+	+	+	+	-	+ -	-
I II	0.35	0.70	0	0.47	0.54	+	+	+	+	+	+ +	+
I II	0.83	0.82	0.45	0.26	0.92	-	+	+	+	-	+ -	-
I II	0.88	0.30	0.95	0.28	0.63	-	+	-	+	+	+ +	+
I II	0.01	0.19	0.89	0.01	0.14	+	+	-	+	+	+ +	+
I II	0.97	0.44	0.03	0.44	0.10	-	+	+	+	+	+ +	+
I II	0.32	0.68	0.08	0.51	0.43	+	+	+	+	+	+ +	+

3. По результатам моделирования в рамках метода Монте-Карло определяем вероятность безотказной работы СЭС *P:*

$$P = \frac{7}{10} = 0.7$$

4. Выполним аналитический расчёт вероятности безотказной работы СЭС *P:*

а) с учётом последовательногосоединения энергорайонов

$$\bar{P} = P_I P_{II};$$

б) для первого энергорайона можно записать

$$P_I' = P(B)P(C) = 0.87 \cdot 0.88 = 0.766$$

$$Q_I' = 1\text{-}0{,}766 = 0{,}234;$$

$$Q_I = Q(A) \cdot Q_I' = (1 - 0{,}73) \cdot 0{,}234 = 0.06 =$$

$$P_I = 1 - 0{,}06 = 0{,}94;$$

в) для второго энергорайона с учётом последовательного объединения подстанций *D n E* можно вычислить P_{II}:

$$P_{II} = P(D) \cdot P(E) = 0{,}89 \cdot 0{,}73 = 0{,}65;$$

г) искомая величина *P* составит

$$P = 0{,}94 \cdot 0{,}65 = 0{,}611.$$

5. Определим абсолютную погрешность моделирования по методу Монте-Карло:

$$|P - \bar{P}| = |0{,}7 - 0{,}611| = 0{,}089.$$

5.2.1. Датчики случайных чисел

Первоначально массивы случайных чисел, предназначенные для моделирования по методу Монте-Карло, заносились непосредственно в оперативную память ЭВМ. Это в конечном итоге негативно сказывалось на возможностях вычислительных машин (объёмы оперативной памяти, быстродействие и т.д.) при решении основной задачи.

➔ **Физические датчики**

Определённым выходом явилось использование **физических датчиков.** Случайные числа выбирались непосредственно из ЭВМ по результатам измерений электрических параметров (к примеру, величины тока в цепях ЭВМ или значений напряжения на шинах питания). При таком подходе фиксированные значения параметров, обозначенные цифрами, начиная со второго-третьего знака после запятой, являлись случайными. Это позволяло получать необходимый объём случайных чисел при моделировании анализируемого случайного процесса. Известны и другие способы организации физических датчиков, в том числе на генераторе шумов, представляющем собой электронную лампу (случайно является число выбрасываемых электронов), или на радиоактивном элементе (случайным является число выбрасываемых частиц). К сожалению, дополнительное создание цепей измерения для физических датчиков приводило к существенному снижению надёжности работы ЭВМ.

➔ **Математические датчики**

Датчик фон Неймана (рис. 5.3) В ЭВМ первоначально вводится произвольное число α_0 с 20 разрядами. Машина вычисляет значение его квадрата α_0^2, содержащего 40 разрядов. Затем машина выбирает α_1, , получаемое из середины (с 11-го до 30-го) разряда числа α_0^2,. Число α, является следующим случайным числом. При необходимости получения следующего случайного числа вычисляется α_1^2,, из середины его выбирается случайное число α_2 и т.д.

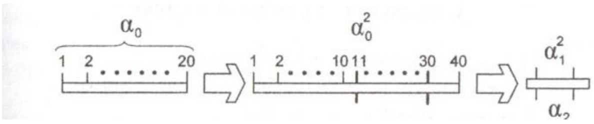


Рис. 5.3. Математический датчик фон Неймана

Усовершенствованный датчик фон Неймана. Первоначально в машину вводятся два произвольных числа α_0, и α_1, с 20 разрядами каждое (рис. 6.4). Машина вычисляет произведение $\alpha_0 \cdot \alpha_1$ и выбирает его до середины (с 11-го по 30-й разряд), что даёт число α_2. Затем из середины произведения $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ выбирается число α_3 и т.д

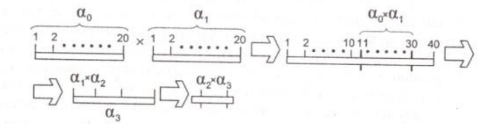


Рис. 5.4. Усовершенствованный датчик фон Неймана

Датчик Вейнгардена. Вводится ряд произвольных случайных чисел α_0, $\alpha_1, \ldots,$ α, равномерно распределённых в интервале (О, 1). На ЭВМ с помощью произвольных коэффициентов $к$ вычисляется величина $k_1 \cdot \alpha_0 + k_2 \cdot \alpha_1 + \ldots + k_p \cdot \alpha_p$. Находится его дробная часть, которая и является случайным числом α_{p+1} , и т.д.

4.3. Лабораторные работы

Учебным планом не предусмотрено.

4.4. Практические занятия

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Тема практического занятия*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах,*

				(час.)
1	**1.**	Случайные события в электроэнергетике	4	Дискуссия (2 часа)
2	**1.**	Случайные величины в электроэнергетике	4	Дискуссия (2 часа)-
3	**1.**	Основные законы распределения	4	Дискуссия (1 час)
4	**2.**	Вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	4	-
5	**4.**	Основные статистические критерии	4	-
6	**4.**	Погрешности измерений	4	-
7	**5.**	Регрессионные модели в электроэнергетике	5	-
8	**5.**	Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	5	-
		ИТОГО	**34**	**5**

4.5. Контрольные мероприятия: курсовой проект (курсовая работа), контрольная работа, РГР, реферат

Учебным планом не предусмотрено.

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Компетенции / ***№, наименование разделов дисциплины***	***Кол-во часов***	***Компетенция***		***Σ комп.***	***$t_{ср}$, час***	***Вид учебных занятий***	***Оценка результатов***
		ОПК-2	***ПК4***				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1. Основные понятия и определения теории вероятностей	27	+	+	2	13.5	Лк, ПЗ, СР	зачет
2. Применение методов теории вероятности в задачах электроэнергетики	19	+	+	2	9,5	Лк, ПЗ, СР	зачет
3. Экспериментальный анализ случайных величин	15	+	+	2	7,5	Лк, ПЗ, СР	зачет
4. Проверка статистических гипотез и критерий значимости	26	+	+	2	13	Лк, ПЗ, СР	зачет
5. Математическая обработка экспериментальных данных	25	+	+	2	12,5	Лк, ПЗ, СР	зачет
всего часов	**108**	**54**	**54**	**2**	**54**		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики : учебник / В. А. Веников, Э. Н. Зуев, И. В. Литкенс и др. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Высшая школа, 1981. - 288 с. - Б. ц.
2. Электрические системы. Режимы работы электрических систем и сетей : учебное пособие / Под ред. В. А. Веникова . - Москва : Высшая школа, 1975. - 344 с. - Б. ц.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	*Наименование издания*	*Вид заня-тия*	*Количество экземпляров в библиотеке, шт.*	*Обеспечен-ность, (экз./ чел.)*
1	2	3	4	5
	Основная литература			
1.	Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 472 с. : ил. - Библиогр.: с. 433-434. - ISBN 978-5-394-02108-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249	Лк, ПЗ, СР	ЭР	1
2.	Гутова, С.Г. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / С.Г. Гутова, О.А. Алтемерова ; Министерство образования и науки РФ, Кемеровский государственный университет. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2016. - 216 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8353-1914-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481538	Лк, СР	ЭР	1
3.	Курбацкий В.Г. Математические задачи электроэнергетики. В 2 ч. Ч.1-2: учебное пособие для вузов / В. Г. Курбацкий. - Братск : БрГУ, 2007 - 2008. Ч.2 : Применение методов теории вероятностей и математической статистики в электроэнергетике. - 2008. - 195 с.	Лк, ПЗ,СР	149	1
	Дополнительная литература			
4.	Курбацкий В.Г. Математические задачи электроэнергетики: методические указания по выполнению контрольных работ / В.Г.Курбацкий, Н.В.Томин.-Братск: БрГУ, 2007.-41 с	ПЗ, СР	33	1
5.	Маталыцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М.А. Маталыцкий, Г.А. Хацкевич. - Минск : Вышэйшая школа, 2017. - 592 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-	Лк, ПЗ, СР	ЭР	1

	985-06-2855-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477424			
6.	Джафаров, К.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / К.А. Джафаров ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Новосибирский государственный технический университет. - Новосибирск : НГТУ, 2015. - 167 с. : схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7782-2720-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=438304	Лк, СР	ЭР	1

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО - ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.Электронный каталог библиотеки БрГУ
http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.
2. Электронная библиотека БрГУ
http://ecat.brstu.ru/catalog .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»
http://biblioclub.ru .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»
http://e.lanbook.com .
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"
http://window.edu.ru .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru .
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)
https://uisrussia.msu.ru/ .
8. Национальная электронная библиотека НЭБ
http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search /.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ

Практическое занятие №1 Случайные события в электроэнергетике
Занятие проводится в интерактивной форме: в виде дискуссии
Цель работы: Закрепить расчёты основных характеристик случайных событий в электроэнергетике
Задание:

1. В низковольтных электрических сетях 0,4 кВ в течение четырёх часов с дискретностью Δt = 15 мин. производились измерения величины тока нагрузки, $I_{нагр}$ (табл. 1.1). Какова вероятность того, что за период измерений величина $I_{нагр}$ не превысила 15 А.

Таблица 1.1.

Исходные данные

Часовые интервалы	Величина тока нагрузки, А

10:00 – 11:00	13	15	14	20
11:00 – 12:00	9	14	12	16
12:00 – 13:00	17	24	13	14
13:00 – 14:00	13	9	7	11

2. Цифровая система содержит 5 электронных блоков и выходит из строя при отказе любых двух блоков. Какова вероятность того, что цифровая система выйдет из строя по причине отказа чётных блоков (№2 и №4), если известно, что $p_1 = p_2 = 0.9$; $q_3 = q_4 = q_5 = 0.25$.

3. Определить вероятность повреждения энергетического блока, $q_{бл}$, представляющего собой последовательное соединение парового котла с паровой турбиной и электрическим генератором. Паровая турбина получает весь пар от парового котла. Генератор расположен на одном валу с турбиной, т.е. использует всю её мощность. Вероятности повреждения отдельных элементов блока известны и составляют: $q_к$ =0.02; $q_т$ =0,01 и $q_г$ =0,001 для котла, турбины и генератора соответственно.

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Решить задачи.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:

1. Теоретические сведения о случайных событиях в электроэнергетике.
2. Решенные задачи.

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 1.1 раздела 1.

Основная литература

[1,3]

Дополнительная литература

[4,5]

Практическое занятие №2 Случайные величины в электроэнергетике

Занятие проводится в интерактивной форме: в виде дискуссии

Цель работы: Закрепить основы расчётов случайных величин в электроэнергетике

Задание:

1. По результатам измерений параметра тока, *I* в течение часа с дискретностью 10 минут (табл. 2.1) вычислить основные статистические характеристики: $M(x)$; $D(x)$; $\sigma(x)$

2. Для дискретной случайной величины x с известной таблицей распределения (табл. 2.2) построить функцию распределения.

Таблица 2.2.

Распределение дискретной случайной величины

x	1	4	8
p	0.3	0.1	0.6

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Решить задачи.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:

1. Теоретические сведения об основных статистических характеристиках.
2. Решенные задачи.

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 1.2 раздела 1.

Основная литература

[1,3]

Дополнительная литература

[4,5]

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Определение математического ожидания
2. Определение дисперсии
3. Определение среднеквадратического отклонения.

Практическое занятие №3 Основные законы распределения

Занятие проводится в интерактивной форме: в виде дискуссии

Цель работы: Освоить приёмы расчёта и определения основных законов распределения в электроэнергетике

Задание:

1. Изучить основные определения теории графов.
2. Изучить правила составления матриц инциденций.

Порядок выполнения:

По данным таблицы 3.1. построить гистограмму распределения параметра тока для 50 измерений

Таблица 3.1.

Исходные данные

Число измерений частичного интервала n_i	3	12	11	24
Частичные интервалы длиной, h=8 А	1-8	8-15	15-22	22-29

2. Определить область изменений уровней напряжения при условии нормального закона распределения. При этом имеются следующие исходные данные (табл. 3.3)

Таблица 3.3.

Исходные данные

Параметр	Уровни напряжения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
U,кВ	106,5	108,0	111,5	110,2	109,4	112,0	107,9	109,6

3. В работу вводится 2 идентичных энергоблока. Вероятность включения каждого из них равна 0,5. Записать в виде таблицы закон распределения случайной величины *X*.
4. За месяц завод произвёл 5000 вольтметров. Вероятность того, что какой-либо прибор находится вне класса точности равна 0,0002. Требуется найти вероятность того, что в указанной партии три прибора находятся вне класса точности.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:
1. Теоретические сведения об основных законах распределения случайной величины.
2. Решенные задачи.

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 1.3 раздела 1.

Основная литература

[1, 2, 3]

Дополнительная литература

[4,5]

Контрольные вопросы для самопроверки
1. Что такое гистограмма распределения
2. Нормальный закон распределения
3. Биноминальное распределение
4. Распределение Пусассона

Практическое занятие №4 Вероятностные методы решения задач в электроэнергетике

Цель работы: Закрепить основы вероятностных методов решения электроэнергетических задач.

Задание:

1. Два цеха завода выпускают амперметры. При этом первым цехом выпускается 60% всех амперметров. Вероятность того, что выпущенный амперметр соответствует всем требованиям, предъявляемым к средствам измерений в электрических сетях для первого цеха составляет 0,94, а для второго – 0,98. Найти вероятность того, что прибор, соответствующий всем требованиям, поступил из первого цеха.

2. Вероятность того, что суточный расход электроэнергии не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

Порядок выполнения:
1. Изучить теоретический материал.
2. Решить задачи.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:
1. Теоретические сведения о схемах испытаний.
2. Решенные задачи.

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 2,3 раздела 2.

Основная литература

[1,3]

Дополнительная литература

[4,5]

Контрольные вопросы для самопроверки
1. Схема испытаний Байеса.
2. Схема испытаний Бернулли
3. Приближенные формула Лапласса.

Практическое занятие №5 Основные статистические критерии

Цель работы: Освоить практику расчетов основных статистических критериев

Задание:

1. По результатам измерений активной мощности на подстанции в течении месяца был сформирован массив экспериментальных данных. По выборке объёма n=20, извлечённой из генеральной совокупности (месячный архив данных по активной мощности) найдены выборочная средняя $\overline{P}$=16 кВт и «исправленное» среднеквадратичное отклонение $\sigma_{ис}$ = 4.5 кВт. Требуется, при уровне значимости 0.05, проверить нулевую гипотезу $H_0 : M(P) = 15$ кВт, при конкурирующей гипотезе $H_1 : M(P) \neq 15$ кВт

2. В испытательной лаборатории изучалось влияние переменного магнитного поля на микропроцессорные реле. Был сформирован двумерный массив данных, содержащий значения напряжённости магнитного поля, H и времени срабатывания реле t. По выборке объёмом N=122, извлечённой из двумерного массива, найден коэффициент корреляции $r_В$ =0.4. Необходимо, при уровне значимости 0.05, проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции необходимо. Другими словами, узнать действительно ли напряжённость магнитного поля влияет на эффективность работы исследуемых реле.

3. В лаборатории двумя приборами в течение нескольких дней были проведены измерения напряжения. Из полученных генеральных совокупностей U_1 и U_2 были извлечены независимые выборки объёмами N_1=12 и N_2=15, и найдены выборочные дисперсии $D(U_1)$=11.41 кВ^2, $D(U_2)$=6.52 кВ^2. При уровне значимости 0.05 проверить нулевую гипотезу $H_0 : D(U_1) = D(U_2)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_1 : D(U_1) > D(U_2)$.

4. В испытательной лаборатории четырьмя амперметрами в течение нескольких дней были проведены измерения электрического тока. Из полученных генеральных совокупностей I_1, I_2, I_3, I_4 были извлечены независимые выборки N_1=10 N_2=12, N_3=15 N_4=16. Выборочные дисперсии в этом случае соответственно равны 0.25, 0.40, 0.36, 0.46 A^2. При уровне значимости 0.05 проверить гипотезу об однородности дисперсий.

5. В испытательной лаборатории четырьмя ваттметрами выполнены измерения активной мощности. Из полученных генеральных совокупностей P_1, P_2, P_3, P_4 были извлечены независимые выборки N=17. Найдены «исправленные» дисперсии, которые в этом случае соответственно равны 0.26, 0.36, 0.40, 0.42 Вт^2. Требуется проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий генеральных совокупностей . при уровне значимости 0.05

6. Сформирован месячный массив данных измерений напряжения в узле (табл. 5.2). При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении ГС измерений напряжения, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Таблица 5.2.

Исходные данные

Эмпирические частоты	6	13	38	74	106	85	30	14
Теоретические частоты	3	14	42	82	99	76	37	13

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Решить задачи.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:

1. Теоретические сведения об основных статистических критериях.
2. Решенные задачи.

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 4.1 раздела 4.

Основная литература

[1,3]

Дополнительная литература

[4,5]

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Критерий Стьюдента
2. Критерий Фишера-Снедекора
3. Критерий Барлетта
4. Критерий Кочерна
5. Критерий Пирсона

Практическое занятие №6 Погрешности измерений

Цель работы: Освоить основные способы расчета погрешностей измерений

Задание:

1. На миллиамперметре со шкалой 0…75 мА проведено измерение тока и получен результат 65.3 мА. Оценить систематическую погрешность измерений, если класс прибора равен 1.0

2. Амперметр со шкалой 0…5 А и классом точности 0.5 подключен через трансформатор тока (коэффициент трансформации 20/5, класс точности 0,2) к электрической цепи. Показания прибора – 4,1 А. Определить величину измеренного тока и предел основной допустимой погрешности.
3. Для измерения мощности используется аналоговый ваттметр класса точности 1,5 с пределом измерения 500 Вт. Записать результаты измерений, если показания прибора равны 125 Вт и 400 Вт.
4. При измерении частоты цифровым частотомером с пределом 100 кГц и классом точности 0,05/0,02 получен результат 78 кГц. Оценить величину погрешности измерения.
5. При измерении мощности двигателя постоянного тока используется амперметр класса точности 0,5 с пределом измерения 100 А и вольтметр того же класса с пределом измерения 150 В. Показания приборов оказались соответственно равными 75 А и 110 В. Определить величину мощности и предел допустимой погрешности.

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Решить задачи.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:

1. Теоретические сведения о способах расчета погрешностей.
2. Решенные задачи.

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 4,3 раздела 4.

Основная литература

[1,2,3]

Дополнительная литература

[4,5]

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Случайная погрешность
2. Мера точности

Практическое занятие № 7 Регрессионные модели в электроэнергетике

Цель работы: Закрепить основы расчета регрессионного анализа

Задание:

Записать уравнение регрессии для следующих исходных данных:

P	1000	1100	1220	1350
W	5,6	6,6	7,0	7,8

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Решить задачу.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:

1. Теоретические сведения о регрессионных моделях.
2. Решенная задача

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 5.1 раздела 5.

Основная литература

[1,2,3]

Дополнительная литература

[4,5]

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Уравнения регрессии.
2. Свободный член уравнения регрессии.

Практическое занятие 8 Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)

Цель работы: Освоить расчеты по методу Монте-Карло.

Задание: Система электроснабжения (СЭС) включает два последовательно работающих энергорайона (рис. 8.1). Первый энергорайон включает в себя три подстанции $A,\ B$ и С, соединённые параллельно. Во второй энергорайон входят подстанции D и $E,$ соединённые последовательно. Найти: а) с помощью метода Монте-Карло вероятность безотказной работы СЭС $P,$ если $P(A)$ = 0,73; $P(B)$ = 0,87; Q(C) = 0,12; $P(E)$ = 0,73; $Q(D)$ = 0,11. Выполнить 10 испытаний, начиная с 67 строки таблицы случайных чисел (прил. 7); б) определить абсолютную погрешность $|p-\bar{p}|$, где в $\bar{p}$ вероятность безотказной работы СЭС, вычисленная аналитически.

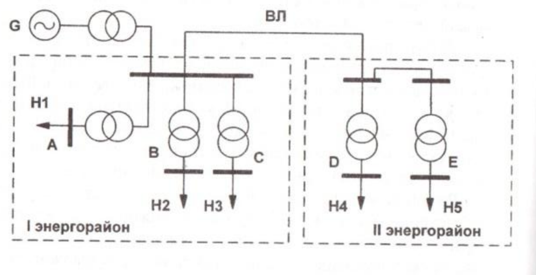


Рис.8.1. Система электроснабжения

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Решить задачу.

Форма отчетности:

В отчет по практическому занятию вносится:

1. Теоретические сведения о методе Монте-Карло.
2. Решенная задача

Задания для самостоятельной работы:

Изучить теоретический материал по теме 5.2 раздела 5.

Основная литература

[1,2,3]

Дополнительная литература

[4,5]

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Суть метода Монте-Карло.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

- ОС Windows 7 Professional
- Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level
- Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.
- OpenOffice
- LibreOffice
- Adobe Reader
- doPDF
- 7-Zip
- Ай-Логос Система дистанционного обучения
- Программное обеспечение "Визуальная студия тестирования"

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Вид занятия	***Наименование аудитории***	***Перечень основного оборудования***	***№ ЛР***
1	**2**	**3**	**4**
Лк	Лекционная аудитория	-	-
ПЗ	Лекционная аудитория	-	-
СР	Читальный зал №1	Оборудование 15-CPU 5000/RAM 2Gb/HDD	-

		(Монитор TFT 19 LG 1953S-SF);принтер HP LaserJet P3005	

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
1	2	3	4	5
ОПК-2	способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении экспериментальных задач	**1.** Основные понятия и определения теории вероятностей	1.1. Основные понятия и определения теории вероятностей	Вопрос к зачету (1.1)
			1.2. Случайные величины в электроэнергетике	Вопрос к зачету (1.2)
			1.3. Случайные процессы в электроэнергетике	Вопрос к зачету (1.3)
		2. Применение методов теории вероятностей в задачах электроэнергетики	2.1. Факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике	Вопрос к зачету (2.1)
			2.2. Расчет режима работы электрической сети в вероятностной постановке	Вопрос к зачету (2.2)
			2.3. Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	Вопрос к зачету (2.3)
		3. Экспериментальный анализ случайных величин	3.1. Экспериментальный анализ одномерной случайной величины	Вопрос к зачету (3.1)
			3.2. Экспериментальный анализ двумерной случайной величины	Вопрос к зачету (3.2)
			3.3. Экспериментальный анализ методом Паретто	Вопрос к зачету (3.3)
		4. Проверка статистических гипотез и критерии значимости	4.1. Проверка статистических гипотез	Вопросы к зачету (4.1)
			4.2. Основные статистические критерии	Вопрос к зачету (4.2)
			4.3. Погрешности измерений	Вопрос к зачету (4.3)
		5. Математическая обработка экспериментальных данных	5.1. Регрессионные модели в электроэнергетике	Вопрос к зачету (5.1)
			5.2. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	Вопрос к зачету (5.2)
ПК-4	способность проводить обоснование проектных решений	**1.** Основные понятия и определения теории вероятностей	1.1. Случайные события в электроэнергетике	Вопрос к зачету (1.1)
			1.2. Случайные величины в электроэнергетике	Вопрос к зачету (1.2)
			1.3. Случайные процессы в электроэнергетике	Вопрос к зачету (1.3)
		2. Применение методов теории вероятностей в задачах электроэнергетики	2.1. Факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике	Вопрос к зачету (2.1)
			2.2. Расчет режима работы электрической сети в вероятностной постановке	Вопрос к зачету (2.2)

			2.3. Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	Вопрос к зачету (2.3)
		3. Экспериментальный анализ случайных величин	3.1. Экспериментальный анализ одномерной случайной величины	Вопрос к зачету (3.1)
			3.2. Экспериментальный анализ двумерной случайной величины	Вопрос к зачету (3.2)
			3.3. Экспериментальный анализ методом Паретто	Вопрос к зачету (3.3)
		4. Проверка статистических гипотез и критерии значимости	4.1. Проверка статистических гипотез	Вопросы к зачету (4.1)
			4.2. Основные статистические критерии	Вопрос к зачету (4.2)
			4.3. Погрешности измерений	Вопрос к зачету (4.3)
		5. Математическая обработка экспериментальных данных	5.1. Регрессионные модели в электроэнергетике	Вопрос к зачету (5.1)
			5.2. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	Вопрос к зачету (5.2)

2. Вопросы к зачету

№ п/п	Компетенции		ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	*ОПК-2*	способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении экспериментальных задач	**1.1.** Основные понятия и определения теории вероятностей **1.2.** Случайные величины в электроэнергетике **1.3.** Случайные процессы в электроэнергетике	**1.** Основные понятия и определения теории вероятностей
			2.1. Факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике **2.2.** Расчет режима работы электрической сети в вероятностной постановке **2.3.** Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	**2.** Применение методов теории вероятностей в задачах электроэнергетики
			3.1. Экспериментальный анализ одномерной случайной величины **3.2.** Экспериментальный анализ двумерной случайной величины **3.3.** Экспериментальный анализ методом Паретто	**3.** Экспериментальный анализ случайных величин
			4.1. Проверка статистических гипотез **4.2.** Основные статистические критерии **4.3.** Погрешности измерений	**4.** Проверка статистических гипотез и критерии значимости
			5.1. Регрессионные модели в электроэнергетике **5.2.** Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	**5.** Математическая обработка экспериментальных данных
2.	*ПК-4*	способность проводить	**1.1.** Основные понятия и определения теории вероятностей	**1.** Основные понятия и

		обоснование проектных решений	**1.2.** Случайные величины в электроэнергетике **1.3.** Случайные процессы в электроэнергетике	определения теории вероятностей
			2.1. Факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике **2.2.** Расчет режима работы электрической сети в вероятностной постановке **2.3.** Основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике	**2.** Применение методов теории вероятностей в задачах электроэнергетики
			3.1. Экспериментальный анализ одномерной случайной величины **3.2.** Экспериментальный анализ двумерной случайной величины **3.3.** Экспериментальный анализ методом Паретто	**3.** Экспериментальный анализ случайных величин
			4.1. Проверка статистических гипотез **4.2.** Основные статистические критерии **4.3.** Погрешности измерений	**4.** Проверка статистических гипотез и критерии значимости
			5.1. Регрессионные модели в электроэнергетике **5.2.** Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)	**5.** Математическая обработка экспериментальных данных

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать (ОПК-2): – основные законы, методы и положения теории вероятности и математической статистики; (ПК-4): – методы теории вероятности и математической статистики; **Уметь** (ОПК-2): – применять методы теории вероятности и математической статистики при решении задач; (ПК-4): – планировать, готовить и выполнять типовые экспериментальные исследования по заданной методике; **Владеть** (ОПК-2): – инструментарием для решения математических и инженерных задач. (ПК-4): – навыками планирования, подготовки и выполнения типовых экспериментальных исследований по заданной методике.	**зачтено**	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, **знает:** основные законы, методы и положения теории вероятности и математической статистики **умеет** применять методы теории вероятности и математической статистики при решении задач, планировать, готовить и выполнять типовые экспериментальные исследования по заданной методике; **владеет** инструментарием для решения математических и инженерных задач, навыками планирования, подготовки и выполнения типовых экспериментальных исследований по заданной методике
	не зачтено	Обучающийся допустил существенные ошибки при ответе на вопросы, на дополнительные вопросы давал неправильные ответы; все вышеуказанные разделы не усвоены

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний,

умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Теория вероятности направлена на изучение вопросов, связанных с решением вероятностных задач в электроэнергетике.

Изучение дисциплины Теория вероятности предусматривает:

– лекции,
– практические занятия,
– самостоятельную работу,
– зачет.

В ходе освоения раздела 1 «Основные понятия и определения теории вероятности» студенты должны изучить:

- случайные события в электроэнергетике;
- случайные величины в электроэнергетике;
- случайные процессы в электроэнергетике.

В ходе освоения раздела 2 «Применение методов теории вероятности в задачах электроэнергетики» студенты должны:

- изучить факторы, определяющие необходимость вероятностных расчетов в электроэнергетике;
- освоить расчет режимов работы электрической сети в вероятностной постановке;
- изучить основные вероятностные методы решения задач в электроэнергетике.

В ходе освоения раздела 3 «Экспериментальный анализ случайных величин» студенты должны освоить:

- экспериментальный анализ одномерной случайной величины;
- экспериментальный анализ двумерной случайной величины;
- экспериментальный анализ методом Паретто.

В ходе освоения раздела 4 «Проверка статистических гипотез и критерии значимости» студенты должны:

- правила освоить проверку статистических гипотез;
- изучить основные статистические критерии;
- овладеть навыком расчета погрешности измерений.

В ходе освоения раздела 5 «Математическая обработка экспериментальных данных» студенты должны изучить:

- регрессионные модели в электроэнергетике;
- метод Монте-Карло.

В процессе изучения дисциплины рекомендуется особо обратить внимание на раздел 5.

При подготовке к зачету рекомендуется особое внимание уделить вопросам раздела 1.

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление теоретического материал, а также приобретение навыков владения инструментарием для решения математических и инженерных задач.

Самостоятельную работу необходимо начинать с изучения теоретического материала.

В процессе консультации с преподавателем необходимо выяснить все непонятные моменты.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературы.

Приложение 2

АННОТАЦИЯ
рабочей программы дисциплины

Теория вероятности

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является: изучение вопросов теории вероятности и математической статистики.

Задачей дисциплины является: формирование у студентов представлений о теории вероятностей, математической статистике, как одной из важнейших математических дисциплин, имеющей свой предмет, задачи и методы

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк - 17 ч; ПЗ - 34 ч; СР - 57 ч.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 108 часа, 3 зачетных единиц

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Основные понятия и определения теории вероятностей.
2. Применение методов теории вероятностей в задачах электроэнергетики.
3. Экспериментальный анализ случайных величин.
4. Проверка статистических гипотез и критерии значимости.
5. Математическая обработка экспериментальных данных.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2	- способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении экспериментальных задач;
ПК-4	- способность проводить обоснование проектных решений

4. Вид промежуточной аттестации: зачет

Приложение 3

Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20___-20___ учебный год

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:
___

___

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

___

___

___

Протокол заседания кафедры №____ от «___» __________ 20 ____ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____________________ _______________________
(подпись) *(Ф.И.О.)*

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника от «03» сентября 2015 г. № и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» ноября 2015г. №701, заочной формы обучения от «12» ноября 2015г. №701, учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «6» июня 2016г. №429, заочной формы обучения от «6» июня 2016г. №429 для заочной (ускоренной) формы обучения от «6» июня 2016г. №429 учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «6» марта 2017г. №125 , заочной формы обучения от «6» марта 2017г. №125 для заочной (ускоренной) формы обучения от «4» апреля 2017г. №203, учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018г. №130, заочной формы обучения от «12» марта 2018г. №130

Программу составил:

Астапенко Н.А. ст.преподаватель кафедры ЭиЭ ______________________

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры ЭиЭ

от «___» __декабря___ 2018 г., протокол №______

Заведующий кафедрой ЭиЭ ___________________ Ю.Н.Булатов

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой __________________ Ю.Н.Булатов

Директор библиотеки ___________________ Т.Ф. Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ФЭиА

от «___» __декабря_____ 2018 г., протокол №______

Председатель методической комиссии факультета _______________ А.Д.Ульянов

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
учебно-методического управления ________________________ Г.П. Нежевец

Регистрационный №________