МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра управления в технических системах

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
________ Е.И. Луковникова
«31» мая 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Б1.Б.18

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

27.03.04 Управление в технических системах

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Управление и информатика в технических системах

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 27.03.04 Управление в технических системах от 20.10.2015 г № 1171 и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» от 01.04.2019 г № 196 для заочной формы обучения набора 2019 года

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ **Стр.99**

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к научно-исследовательским и проектно-конструкторским видам профессиональной деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Формирование у студентов знаний и навыков по использованию основ математического моделирования, необходимых при проектировании, исследовании и эксплуатации систем автоматизации и управления.

Задачи дисциплины

Освоение основных принципов и методов построения математических моделей объектов и систем управления, формирование навыков проведения вычислительных экспериментов.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-5	способность использовать основные приемы обработки и представления экспериментальных данных	**знать:** - основные термины, используемые в научно-технической литературе по моделированию систем управления. **уметь:** - использовать нормативную и правовую документацию, характерную для области моделирования систем. **владеть:** - навыками компьютерного моделирования систем управления.
ПК-2	способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления	**знать:** - принципы проектирования математических моделей и связи их элементов. **уметь:** - собирать и анализировать информацию для формирования исходных данных для проектирования моделей. **владеть:** - достаточным уровнем использования универсальных пакетов прикладных компьютерных программ.
ПК-5	способность осуществлять сбор и анализ исходных данных для расчета и проектирования систем и средств автоматизации и управления	**знать:** - вычислительные средства для проектирования устройств и систем управления; **уметь:** - применять принципы и методы построения моделей, методы анализа, синтеза и оптимизации при создании и исследования средств и систем управления; **владеть:** - навыками работы с современными аппаратными и программными

		средствами исследования и проектирования систем управления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.18 Моделирование систем управления относится к базовой.

Дисциплина моделирование систем управления базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин Б1.Б.12 Информационные технологии, Б1.В.ОД.7 Информатика, Б1.Б.15 Теория автоматического управления, Б1.В.ДВ.6.1 Многомерные и многосвязные системы управления.

Основываясь на изучении перечисленных дисциплин, моделирование систем управления представляет основу для изучения представляет основу для преддипломной практики и подготовки к государственной итоговой аттестации.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	*Курс*	*Семестр*	*Трудоемкость дисциплины в часах*						*Контрольная работа*	*Вид промежуточной аттестации*
			Всего часов (с экз.)	*Аудиторных часов*	*Лекции*	*Лабораторные работы*	*Практические занятия*	*Самостоятельная работа*		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Очная	4	8	144	72	24	24	24	72	кр	Экзамен
Заочная	4	-	144	22	6	8	8	122	кр	Экзамен
Заочная (ускоренное обучение)	2	-	144	14	6	4	4	130	кр	Экзамен
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости:

Вид учебных занятий	*Трудо-емкость (час.)*	*в т.ч. в интерактивной, актив-ной, иннова-циионной формах, (час.)*	*Распределение по семестрам, час*
			8
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	72	17	54
Лекции (Лк)	24	4	24
Лабораторные работы (ЛР)	24	7	24
Практические работы (ПР)	24	6	24

Контрольная работа (кр)	+	-	+
Индивидуальные (групповые) консультации	+	-	+
II.Самостоятельная работа обучающихся (СР)	45	-	45
Подготовка к лабораторным работам	10	-	10
Подготовка к практическим работам	10	-	10
Подготовка к экзамену в течение семестра	10	-	10
Выполнение контрольной работы	15	-	15
III. Промежуточная аттестация экзамен	27	-	27
Общая трудоемкость дисциплины ….... час.	144	-	144
зач. ед.	4	-	4

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий - для очной формы обучения:

№ раз-дела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоем-кость, (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*			
			учебные занятия			*самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	*лабораторные работы*	*практические работы*	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1.	**Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделировании систем.**	**5**	**2**	**-**	**-**	**3**
1.1.	Введение. Современное состояние и общая характеристика проблемы моделирования систем.	1,5	0,5	-	-	1
1.2.	Основные понятия и определения моделирования систем.	2	1	-	-	1
1.3.	Принципы классического и ситемного подходов в моделировании систем.	1,5	0,5	-	-	1
2.	**Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.**	**5**	**2**	**-**	**-**	**3**
2.1.	Классификация моделей систем.	1,3	0,3	-	-	1
2.2.	Классификация методов моделирования.	1,3	0,3	-	-	1

2.3.	Теоретические основы моделировании систем.	2,4	1,4	-	-	1
3.	**Основные положения теории подобия.**	**5**	**2**	**-**	**-**	**3**
3.1.	Аналогия.	0,8	0,3	-	-	0,5
3.2.	Понятие подобия.	0,8	0,3	-	-	0,5
3.3.	Подобие физических процессов.	0,8	0,3	-	-	0,5
3.4.	Виды подобия.	0,9	0,4	-	-	0,5
3.5.	Основные положения теории размерности.	0,8	0,3	-	-	0,5
3.6.	Определение критериев подобия.	0,9	0,4	-	-	0,5
4.	**Этапы математического моделирования.**	**11**	**2**	**-**	**6**	**3**
4.1.	Основные этапы моделирования.	2,2	0,5	-	1	0,7
4.2.	Понятие о вычислительном эксперименте.	1	0,5	-	-	0,5
4.3.	Оценка адекватности.	4,4	0,5	-	3	0,9
4.4.	Оценка устойчивости и оценка чувствительности.	3,4	0,5	-	2	0,9
5.	**Примеры построения и основные требования к математическим моделям.**	**5**	**2**	**-**	**-**	**3**
5.1.	Обобщённая структура математической модели.	1	0,3	-	-	0,7
5.2.	Требования к математической модели.	1	0,5	-	-	0,5
5.3.	Принципы системного подхода в моделировании.	1,5	0,6	-	-	0,9
5.4.	Принципы построения математических моделей.	1,5	0,6	-	-	0,9
6.	**Цели и задачи исследования математических моделей систем.**	**5**	**2**	**-**	**-**	**3**
6.1.	Основные цели исследования математических моделей систем.	0,8	0,3	-	-	0,5

6.2.	Задача детерминированного управления.	0,8	0,3	-	-	0,5
6.3.	Задача оценки.	0,8	0,3	-	-	0,5
6.4.	Задача идентификации.	0,9	0,4	-	-	0,5
6.5.	Задача стохастического управления.	0,8	0,3	-	-	0,5
6.6.	Задача адаптивного управления.	0,9	0,4	-	-	0,5
7.	**Общая схема разработки математических моделей.**	**11**	**2**	**-**	**6**	**3**
7.1.	Основные подходы к построению математических моделей систем.	3,2	0,5	-	2	0,7
7.2.	Непрерывно - детерминированные модели (D-схемы).	3	0,5	-	2	0,5
7.3.	Дискретно-детерминированные модели (F-схемы).	3,4	0,5	-	2	0,9
7.4.	Непрерывно- стохастические модели (Q- схемы).	1,4	0,5	-	-	0,9
8.	**Формализация процесса функционирования системы.**	**5**	**2**	**-**	**-**	**3**
8.1.	Методика разработки и машинной реализации моделей систем.	1	0,3	-	-	0,7
8.2.	Построение концептуальных моделей систем и их формализация.	0,8	0,3	-	-	0,5
8.3.	Алгоритмизация моделей систем и их машинная реализация.	1,5	0,6	-	-	0,9
8.4.	Получение и интерпретация результатов моделирования систем.	1,7	0,8	-	-	0,9
9.	**Понятие агрегативной модели.**	**4**	**2**	**-**	**-**	**2**
9.1.	Понятие агрегат в теории систем.	0,8	0,4	-	-	0,4
9.2.	Моделирование процесса функционирования агрегата.	0,8	0,4	-	-	0,4
9.3.	Кусочно-линейные агрегаты.	0,8	0,4	-	-	0,4

9.4.	Процесс функционирования КЛА.	0,8	0,4	-	-	0,4
9.5.	Примеры представления систем в виде КЛА.	0,8	0,4	-	-	0,4
10	**Формы представления математических моделей.**	**17**	**2**	**-**	**12**	**3**
10.1.	Основной подход к представлению математических моделей.	1	0,4	-	-	0,6
10.2.	Статические модели.	1	0,4	-	-	0,6
10.3.	Линейные динамические непрерывные параметрические модели.	1	0,4	-	-	0,6
10.4.	Линейные динамические дискретные параметрические модели.	1	0,4	-	-	0,6
10.5.	Нелинейные динамические модели.	13	0,4	-	12	0,6
11	**Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.**	**41**	**2**	**24**	**-**	**15**
11.1.	Аналоговое моделирование.	6,25	0,25	6	-	1
11.2.	Исследование динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля.	6,25	0,25	6	-	1
11.3.	Моделирование с помощью рекуррентных разностных уравнений.	12,25	0,25	12	-	1
11.4.	Характеристики случайных процессов.	3,25	0,25	-	-	1
11.5.	Моделирование случайных величин с равномерным законом распределения.	3,25	0,25	-	-	2
11.6.	Моделирование непрерывных случайных величин с заданным законом распределения.	3,25	0,25	-	-	3
11.7.	Алализ обработки результатов статистического моделирования.	3,25	0,25	-	-	3
11.8.	Корреляционный анализ результатов моделирования.	3,25	0,25	-	-	3

12	**Методы упрощения математических моделей.**	**3**	**2**	**-**	**-**	**1**
12.1.	Декомпозиция.	0,8	0,5	-	-	0,3
12.2.	Макромоделирование.	0,8	0,5	-	-	0,3
12.3.	Линеаризация.	1,4	1	-	-	0,4
	ИТОГО	**117**	**24**	**24**	**24**	**45**

- для заочной формы обучения:

№ раз-дела и темы	***Наименование раздела и тема дисциплины***	***Трудоем-кость, (час.)***	***Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)***			
			учебные занятия			***самостоятельная работа обучаю-щихся***
			лекции	***лабораторные работы***	***практические работы***	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1.	**Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем.**	**10,5**	**0,5**	**-**	**-**	**10**
1.1.	Введение. Современное состояние и общая характеристика проблемы моделирования систем.	5,1	0,1	-	-	5
1.2.	Основные понятия и определения моделирования систем.	2,2	0,2	-	-	2
1.3.	Принципы классического и ситемного подходов в моделировании систем.	3,2	0,2	-	-	3
2.	**Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.**	**10,5**	**0,5**	**-**	**-**	**10**
2.1.	Классификация моделей систем.	3,1	0,1	**-**	**-**	3
2.2.	Классификация методов моделирования.	5,2	0,2	-	-	5
2.3.	Теоретические основы моделировании систем.	2,2	0,2	-	-	2
3.	**Основные положения теории подобия.**	**10,5**	**0,5**	**-**	**-**	**10**
3.1.	Аналогия.	2	-	-	-	2
3.2.	Понятие подобия.	2,1	0,1	**-**	**-**	2
3.3.	Подобие физических процессов.	2,1	0,1	-	-	2

3.4.	Виды подобия.	2,1	0,1	-	-	2
3.5.	Основные положения теории размерности.	1,1	0,1	-	-	1
3.6.	Определение критериев подобия.	1,1	0,1	-	-	1
4.	**Этапы математического моделирования.**	**12,5**	**0,5**	**-**	**2**	**10**
4.1.	Основные этапы моделирования.	4,1	0,1	-	1	3
4.2.	Понятие о вычислительном эксперименте.	3,2	0,2	-	-	3
4.3.	Оценка адекватности.	3,1	0,1	-	1	2
4.4.	Оценка устойчивости и оценка чувствительности.	2,1	0,1	-	-	2
5.	**Примеры построения и основные требования к математическим моделям.**	**10,5**	**0,5**	-	-	**10**
5.1.	Обобщённая структура математической модели.	2,1	0,1	-	-	2
5.2.	Требования к математической модели.	2,2	0,2	-	-	2
5.3.	Принципы системного подхода в моделировании.	3,1	0,1	-	-	3
5.4.	Принципы построения математических моделей.	3,1	0,1	-	-	3
6.	**Цели и задачи исследования математических моделей систем.**	**10,5**	**0,5**	-	-	**10**
6.1.	Основные цели исследования математических моделей систем.	2,1	0,1	-	-	2
6.2.	Задача детерминированного управления.	2	-	-	-	2
6.3.	Задача оценки.	2,1	0,1	-	-	2
6.4.	Задача идентификации.	2,1	0,1	-	-	2
6.5.	Задача стохастического управления.	1,1	0,1	-	-	1
6.6.	Задача адаптивного управления.	1,1	0,1	-	-	1

7.	**Общая схема разработки математических моделей.**	**13,5**	**0,5**	**-**	**3**	**10**
7.1.	Основные подходы к построению математических моделей систем.	3,6	0,1	-	1	2,5
7.2.	Непрерывно - детерминированные модели (D-схемы).	3,7	0,2	-	1	2,5
7.3.	Дискретно-детерминированные модели (F-схемы).	3,6	0,1	-	1	2,5
7.4.	Непрерывно- стохастические модели (Q- схемы).	2,6	0,1	-	-	2,5
8.	**Формализация процесса функционирования системы.**	**10,5**	**0,5**	**-**	**-**	**10**
8.1.	Методика разработки и машинной реализации моделей систем.	3,1	0,1	-	-	3
8.2.	Построение концептуальных моделей систем и их формализация.	2,2	0,2	-	-	2
8.3.	Алгоритмизация моделей систем и их машинная реализация.	2,1	0,1	-	-	2
8.4.	Получение и интерпретация результатов моделирования систем.	3,1	0,1	-	-	3
9.	**Понятие агрегативной модели.**	**10,5**	**0,5**	**-**	**-**	**10**
9.1.	Понятие агрегат в теории систем.	2,1	0,1	-	-	2
9.2.	Моделирование процесса функционирования агрегата.	2,1	0,1	-	-	2
9.3.	Кусочно-линейные агрегаты.	2,1	0,1	-	-	2
9.4.	Процесс функционирования КЛА.	2,1	0,1	-	-	2
9.5.	Примеры представления систем в виде КЛА.	2,1	0,1	-	-	2
10	**Формы представления математических моделей.**	**13,5**	**0,5**	**-**	**3**	**10**
10.1.	Основной подход к представлению математических моделей.	2,1	0,1	-	-	2

10.2.	Статические модели.	5,1	0,1	-	3	2
10.3.	Линейные динамические непрерывные параметрические модели.	2,1	0,1	-	-	2
10.4.	Линейные динамические дискретные параметрические модели.	2,1	0,1	-	-	2
10.5.	Нелинейные динамические модели.	2,1	0,1	-	-	2
11	**Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.**	**46,5**	**0,5**	**8**	**-**	**38**
11.1.	Аналоговое моделирование.	7,1	0,1	2	-	5
11.2.	Исследование динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля.	4,1	0,1	2	-	2
11.3.	Моделирование с помощью рекуррентных разностных уравнений.	7,1	0,1	4	-	3
11.4.	Характеристики случайных процессов.	5,1	0,1	-	-	5
11.5.	Моделирование случайных величин с равномерным законом распределения.	5,1	0,1	-	-	5
11.6.	Моделирование непрерывных случайных величин с заданным законом распределения.	5	-	-	-	5
11.7.	Алализ обработки результатов статистического моделирования.	5	-	-	-	5
11.8.	Корреляционный анализ результатов моделирования.	8	-	-	-	8
12	**Методы упрощения математических моделей.**	**11,5**	**0,5**	**-**	**-**	**11**
12.1.	Декомпозиция.	5,1	0,1	-	-	5
12.2.	Макромоделирование.	3,2	0,2	-	-	3
12.3.	Линеаризация.	3,2	0,2	-	-	3
	ИТОГО	**171**	**6**	**8**	**8**	**149**

- для заочной формы обучения (ускоренное обучение)**:**

№ раз-дела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоем-кость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)			
			учебные занятия			самостоятельная работа обучаю-щихся
			лекции	лабораторные работы	практические работы	
1	2	3	4	5	6	7
1.	**Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем.**	**2,5**	**0,5**	**-**	**-**	**2**
1.1.	Введение. Современное состояние и общая характеристика проблемы моделирования систем.	0,6	0,1	-	-	0,5
1.2.	Основные понятия и определения моделирования систем.	0,7	0,2	-	-	0,5
1.3.	Принципы классического и ситемного подходов в моделировании систем.	1,2	0,2	-	-	1
2.	**Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.**	**3,5**	**0,5**	**-**	**-**	**3**
2.1.	Классификация моделей систем.	2,5	0,1	**-**	**-**	1
2.2.	Классификация методов моделирования.	0,6	0,2	-	-	1
2.3.	Теоретические основы моделировании систем.	0,7	0,2	-	-	1
3.	**Основные положения теории подобия.**	**4,5**	**0,5**	**-**	**-**	**4**
3.1.	Аналогия.	0,5	-	-	-	0,5
3.2.	Понятие подобия.	0,6	0,1	**-**	**-**	0,5
3.3.	Подобие физических процессов.	0,6	0,1	-	-	0,5
3.4.	Виды подобия.	0,6	0,1	-	-	0,5
3.5.	Основные положения теории размерности.	1,1	0,1	-	-	1
3.6.	Определение критериев подобия.	1,1	0,1	**-**	**-**	1
4.	**Этапы математического моделирования.**	**4,5**	**0,5**	**-**	**1**	**3**

4.1.	Основные этапы моделирования.	1,6	0,1	-	0,5	1
4.2.	Понятие о вычислительном эксперименте.	0,7	0,2	-	-	0,5
4.3.	Оценка адекватности.	0,6	0,1	-	-	0,5
4.4.	Оценка устойчивости и оценка чувствительности.	1,6	0,1	-	0,5	1
5.	**Примеры построения и основные требования к математическим моделям.**	**2,5**	**0,5**	**-**	**-**	**2**
5.1.	Обобщённая структура математической модели.	0,6	0,1	-	-	0,5
5.2.	Требования к математической модели.	0,7	0,2	-	-	0,5
5.3.	Принципы системного подхода в моделировании.	0,6	0,1	-	-	0,5
5.4.	Принципы построения математических моделей.	0,6	0,1	-	-	0,5
6.	**Цели и задачи исследования математических моделей систем.**	**5,5**	**0,5**	**-**	**-**	**5**
6.1.	Основные цели исследования математических моделей систем.	0,6	0,1	-	-	0,5
6.2.	Задача детерминированного управления.	0,5	-	-	-	0,5
6.3.	Задача оценки.	1,1	0,1	-	-	1
6.4.	Задача идентификации.	1,1	0,1	-	-	1
6.5.	Задача стохастического управления.	1,1	0,1	-	-	1
6.6.	Задача адаптивного управления.	1,1	0,1	-	-	1
7.	**Общая схема разработки математических моделей.**	**4,5**	**0,5**	**-**	**1**	**3**
7.1.	Основные подходы к построению математических моделей систем.	1,6	0,1	-	0,5	1
7.2.	Непрерывно - детерминированные модели (D-схемы).	1,7	0,2	-	0,5	1

7.3.	Дискретно-детерминированные модели (F-схемы).	0,6	0,1	-	-	0,5
7.4.	Непрерывно- стохастические модели (Q- схемы).	0,6	0,1	-	-	0,5
8.	**Формализация процесса функционирования системы.**	**4,5**	**0,5**	**-**	**-**	**4**
8.1.	Методика разработки и машинной реализации моделей систем.	1,1	0,1	-	-	1
8.2.	Построение концептуальных моделей систем и их формализация.	1,2	0,2	-	-	1
8.3.	Алгоритмизация моделей систем и их машинная реализация.	1,1	0,1	-	-	1
8.4.	Получение и интерпретация результатов моделирования систем.	1,1	0,1	-	-	1
9.	**Понятие агрегативной модели.**	**3,5**	**0,5**	**-**	**-**	**3**
9.1.	Понятие агрегат в теории систем.	0,6	0,1	-	-	0,5
9.2.	Моделирование процесса функционирования агрегата.	0,6	0,1	-	-	0,5
9.3.	Кусочно-линейные агрегаты.	0,1	0,1	-	-	-
9.4.	Процесс функционирования КЛА.	0,6	0,1	-	-	0,5
9.5.	Примеры представления систем в виде КЛА.	0,6	0,1	-	-	0,5
10	**Формы представления математических моделей.**	**6,5**	**0,5**	**-**	**2**	**4**
10.1.	Основной подход к представлению математических моделей.	1,1	0,1	-	-	1
10.2.	Статические модели.	3,1	0,1	-	2	1
10.3.	Линейные динамические непрерывные параметрические модели.	1,1	0,1	-	-	1
10.4.	Линейные динамические дискретные параметрические модели.	0,6	0,1	-	-	0,5

10.5.	Нелинейные динамические модели.	0,6	0,1	-	-	0,5
11	**Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.**	**16,5**	**0,5**	**4**	**-**	**12**
11.1.	Аналоговое моделирование.	3,1	0,1	1	-	2
11.2.	Исследование динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля.	3,1	0,1	1	-	2
11.3.	Моделирование с помощью рекуррентных разностных уравнений.	4,1	0,1	2	-	2
11.4.	Характеристики случайных процессов.	1,1	0,1	-	-	1
11.5.	Моделирование случайных величин с равномерным законом распределения.	2,1	0,1	-	-	2
11.6.	Моделирование непрерывных случайных величин с заданным законом распределения.	1	-	-	-	1
11.7.	Алализ обработки результатов статистического моделирования.	1	-	-	-	1
11.8.	Корреляционный анализ результатов моделирования.	1	-	-	-	1
12	**Методы упрощения математических моделей.**	**4,5**	**0,5**	**-**	**-**	**4**
12.1.	Декомпозиция.	1,1	0,1	-	-	1
12.2.	Макромоделирование.	2,2	0,2	-	-	2
12.3.	Линеаризация.	2,2	0,2	-	-	2
	ИТОГО	**63**	**6**	**4**	**4**	**49**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

1. ВВЕДЕНИЕ. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ КУРСА. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

Лекция проводится в интерактивной форме с разбором конкретных примеров.

1.1.ВВЕДЕНИЕ. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Моделирование представляет собой метод исследования свойств одного объекта посредством изучения свойств другого объекта, более удобного для исследования и находящегося в определенном соответствии с первым объектом. То есть при моделировании экспериментируют не с самим объектом, а с его заменителем, который называют ***моделью***.

Методы моделирования применяются практически во всех областях деятельности человека, при решении научно-технических задач, для изучения социальных, экономических, медицинских, военных или экологических проблем. В любой сфере деятельности человека моделирование находит свое применение.

Общеизвестно, что изучение аэродинамических свойств самолета производится, кроме всего прочего, в аэродинамической трубе, куда помещается сначала уменьшенная копия самолета, а на заключительном этапе исследований и сам самолет. При воздействии на объект воздушного потока проверяется, как на разных скоростях полета воздух обтекает самолет. Таким образом, устанавливают - оптимальна ли форма самолета, и надо ли ее дорабатывать.

Метод физического моделирования имеет очень важное значение, когда в комплекс явлений, характеризующих исследуемый процесс, входят такие явления, которые не поддаются математическому описанию. Одним из примеров физического моделирования является исследование переходных процессов в энергетических системах на моделях этих систем, где мощные генераторы и трансформаторы заменены малогабаритными электрическими машинами и трансформаторами, а дальние линии электропередачи - соответствующими эквивалентами. Однако во многих случаях использование метода физического моделирования приводит к необходимости изготовления дорогостоящих моделей, пригодных для решения ограниченного круга задач.

Математическое моделирование основано на идентичности дифференциальных уравнений, описывающих явление в оригинале и модели, отличающихся по своей природе. Например, математическое моделирование переходных процессов в энергетической системе может быть выполнено на электронной вычислительной машине.

Главное преимущество математического моделирования перед физическим заключается в возможности исследования явлений природы, трудно поддающихся изучению, используя хорошо изученные явления. При математическом моделировании более наглядно, чем при физическом, осуществляется индикация и регистрация результатов исследований: можно просто варьировать в широких пределах исходные данные задачи для выбора оптимальных (по заданному критерию) параметров исследуемой системы, время решения задачи, по желанию исследователя, может быть изменено в широких пределах.

1.2.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Моделирование - это изучение реальной системы (оригинала) путем замещения его новым объектом (моделью), имеющим с ней определенные объектные соответствия и позволяющим прогнозировать ее функциональные особенности.

Процесс моделирования включает несколько этапов:

1 этап. Постановка задачи и определение свойств реального объекта, подлежащих исследованию.

2 этап. Констатация затруднительности или невозможности исследования реального объекта.

3 этап. Выбор модели, хорошо фиксирующей основные свойства объекта с одной стороны и легко поддающейся исследованию с другой. Модель должна отражать основные свойства объекта и не должна быть громоздкой.

4 этап. Исследование модели в соответствии с поставленной целью (проведение экспериментов).

5 этап. Проверка адекватности объекта и модели. Если нет соответствия, то необходимо повторить первые четыре этапа .

6 этап. Окончательный выбор модели.

Таким образом, моделирование состоит в выявлении основных свойств исследуемого процесса, построении моделей и их применении для прогнозирования поведения натуры. Критерием правильности моделирования является практика.

При машинном моделировании на АВМ или ЦВМ динамические характеристики, интересующие исследователя, легко и быстро воспроизводятся на устройствах отображения (осциллограф или дисплей). Этот вид моделирования можно представить как проведение определенного рода опытов средствами вычислительной техники.

Поэтому термин моделирование отражает и интерактивную форму связи человека с вычислительной машиной.

Таблица 1

Задачи, решаемые при машинном моделировании

Задачи	Уравнение	Параметр	Воздействие	Реакция
Анализ - прямая	+	+	+	?
Анализ - обратная	+	+	?	+
Синтез - обратная	+	?	+	+
Индуктивная	?	?	+	+

Оригинал - объект, определенные свойства которого подлежат изучению методом моделирования. Здесь необходимо обострить внимание на том, что все практические исследования имеют определенную направленность, при этом изучаются определенные свойства объекта, поэтому модель копирует оригинал не полностью, а частично с необходимой для проведения для исследования точностью.

Поэтому при создании модели следует выделять существенные и не существенные свойства, которые требуется моделировать, например, при исследовании движения маятника, образованного тяжелым грузом, подвешенным на конце нити, существенным является то, что колебания маятника носят регулярный характер, а несущественным обстоятельство - то, что нить белая, а груз черный.

Оригиналом может быть как реально существующие, так и проектируемые объекты (системы, подсистемы, элементы, а также явления и процессы, происходящие в них).

Оригинал - замещаемый (моделируемый) объект.

Модель - это вспомогательный объект позволяющий отображать, оценивать, рассчитывать и замещать оригинал.

В общем случае модель - это явление, техническое устройство, знаковое образование, которые находятся в определенном соответствии с изучаемым объектом - оригиналом и способны замещать оригинал в процессе исследования, давая о нем необходимую информацию.

Модель всегда проще натуры, т.е. точных моделей натуры принципиально быть не может.

Модель - это заместитель оригинала, позволяющий изучить или фиксировать некоторые свойства оригинала.

Система – целенаправленное множество взаимосвязанных объектов любой природы, совокупность компонентов, которая рассматривается, как единое целое и организована для решения определенных функциональных задач.

Подсистемы - относительно самостоятельные части системы, функционально связанные между собой.

Элемент - компонент системы, принимаемый в данной постановке задачи как неделимый на более мелкие составляющие.

Явление - совокупность процессов, сопутствующих работе системы и проявляющихся в виде изменений состояний или режимов этой системы.

Режим - состояние системы, определяющееся множеством различных процессов и зависящее от собственных параметров системы и параметров возмущающих воздействий. Режим бывает переходным и установившимся.

Процесс - закономерное последовательное изменение относительно самостоятельной группы параметров режима, называемой параметрами процесса.

Внешняя среда – множество существующих вне объекта элементов, оказывающих влияние на исследуемый объект.

1.3.ПРИНЦИПЫ КЛАССИЧЕСКОГО И СИСТЕМНОГО ПОДХОДОВ В МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ

Существуют ***классический*** и ***системный*** подходы к решению задач моделирования.

Классический подход

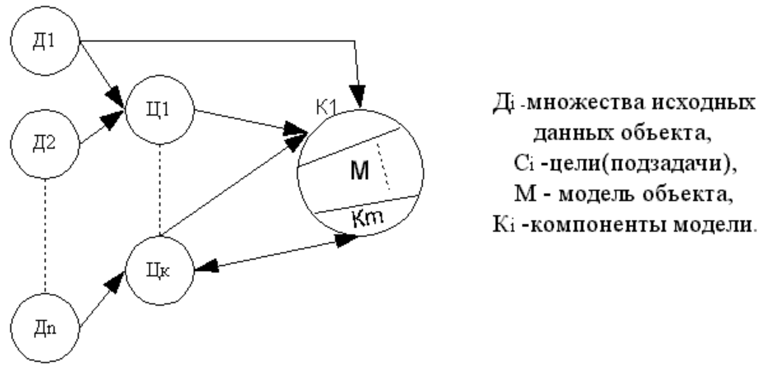


Рис.1 Схема, используемая при классическом подходе

Суть метода заключается в следующем: реальный объект, подлежащий исследованию, разбивается на отдельные компоненты ***Д*** $Д_i$, и выбираются определенные цели формирования отдельных компонентов модели. Затем, на основе исходных данных, создаются компоненты модели, совокупность которых с учетом их взаимоотношений объединяется в модель.

Данный метод является индуктивным, т.е. построение модели происходит от частного к общему (от отдельных компонентов к полной модели). Классический подход используется для моделирования относительно простых систем (например, САУ).

Системный подход

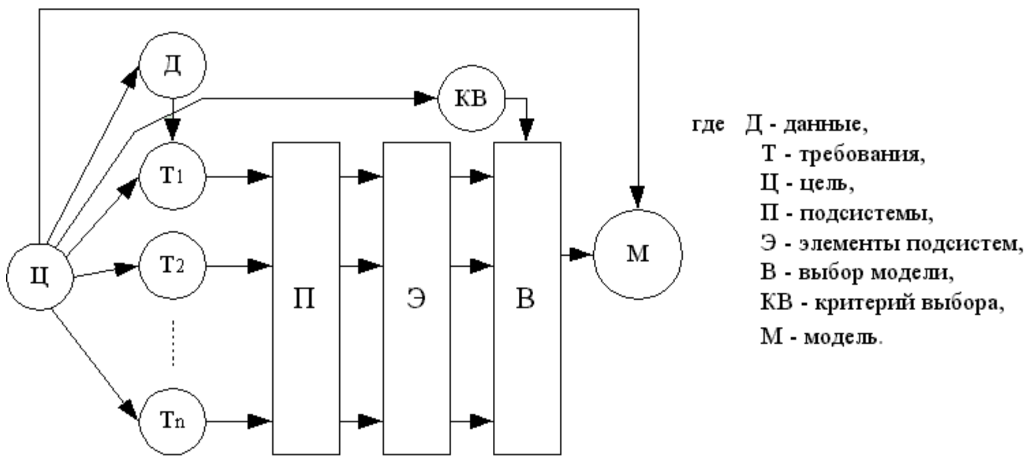


Рис.2 Схема, используемая при системном подходе

Суть метода заключается в том, чтобы на основе исходных данных Д, которые известны из анализа внешней среды, с учетом ограничений, которые накладываются на систему, и в соответствии с поставленной целью формируются требования к модели объекта. На базе этих требований строятся подсистемы моделей, которые в свою очередь набираются из элементов модели. С помощью критериев выбора осуществляют выбор наилучшей модели.

Формирование модели происходит сверху, общая цель разбивается на определенные требования, по каждому требованию формируется подсистема. Системный подход очень удобен и реализуем для сложных систем.

Таблица 2

Способы создания моделей

↙ ↘

Теоретический –предполагает создание модели на основе известных законов физики, механики, описывающих основные с точки зрения поставленной цели процессы, происходящие в объекте.	*Экспериментальный* (или идентификация) предполагает построение модели на основе результатов эксперимента, проведенного с реальным объектом.

2. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ И ВИДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ. ПРИМЕРЫ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

Лекция проводится в интерактивной форме с разбором конкретных примеров.

2.1.КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

В основу классификации положены наиболее важные признаки моделей:

1. Закон функционирования и характерные особенности выражения свойств и отношений оригинала;

2. Основания для преобразования свойств и отношений модели в свойства и отношения оригинала.

По первому признаку модели разделяют на ***логические*** - образные, знаковые, образно - знаковые и ***материальные*** - функциональные, геометрические, функционально - геометрические. Логические модели функционируют по законам логики в сознании человека. Материальные - по объективным законам природы.

Логические модели:

***** ***Образные (иконические) модели*** - выражают свойства оригинала с помощью наглядных чувственных образов, имеющих прообразы среди элементов оригинала или объектов материального мира. Пример, частицы газа в виде упругих шаров (кинетическая теория газа).

***** ***Знаковые (символические) модели*** - выражают свойства оригинала с помощью условных знаков и символов. Пример, математические выражения и уравнения, физические и химические формулы и т.п.

* ***Образно - знаковые модели*** - обладают признаками образных и знаковых моделей. Пример: схемы, графики, чертежи, графы, структурные формулы, иероглифы и т.п.

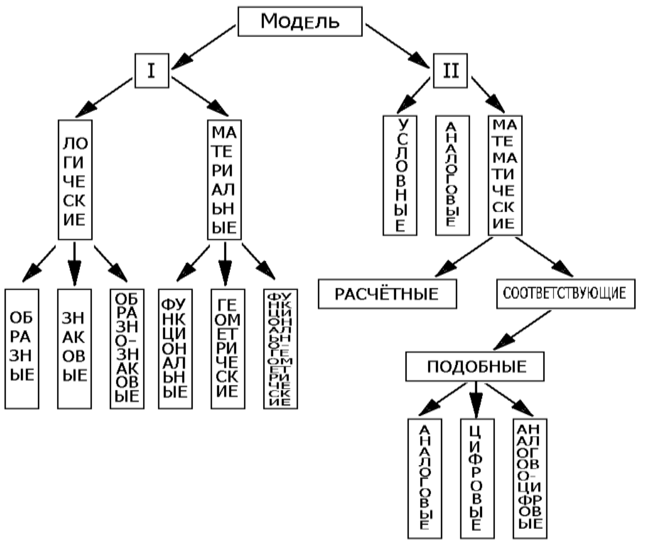


Рис.3 Классификация моделей

Материальные модели:

***** ***Функциональные модели*** - отражают основные функциональные свойства оригинала. Пример, моделью маятника, совершающего колебательное движение, может служить ***RLC***-цепочка.

***** ***Геометрические модели*** - отражают пространственные свойства оригинала. Пример, глобус.

***** ***Функционально - геометрические модели*** - отражают одновременно функциональные и пространственные свойства оригинала. Пример, макет самолета в аэродинамической трубе.

В зависимости от физической однородности и разнородности с оригиналом функциональные и функционально - геометрические модели разделяются на физические и формальные. Пример, работу электрического генератора необходимо исследовать на активно - емкостной потребитель, подключение к которому по каким-либо причинам невозможно, потребитель можно заместить на последовательную цепь из резистора и конденсатора. В этом случае эта цепь является физической моделью потребителя. Если оригинал - маятник, то электрический колебательный контур является его формальной моделью.

По второму признаку модели делятся на ***условные, аналогичные*** и ***математические***.

***** ***Условные модели*** - выражают свойства и отношения оригинала на основании принятого условия (соглашения). Сходство с оригиналом у таких моделей может совершенно отсутствовать. К ним относятся все знаковые и образно - знаковые модели.

***** ***Аналогичные модели*** - обладают сходством с оригиналом, достаточным для перехода к оригиналу на основании умозаключения по аналогии, т.е. на основании логического вывода, что, оригинал, возможно, обладает некоторым признаком, имеющимся у модели, так как другие признаки оригинала сходны с признаками модели. Пример, все виды макетов кораблей, самолетов и т.д.

***** ***Математические модели*** – модели, в которых основные функциональные свойства объекта заменяются математическими выражениями. Они обеспечивают переход к оригиналу, фиксацию и исследование его свойств и отношений с помощью математических методов.

Математические модели делятся на ***расчетные*** и ***соответствующи***е:

Расчетные - выражают свойства и отношения оригинала с помощью математических представлений - формул, уравнений, графиков, таблиц, операторов, алгоритмов и т.д. Пример, объект $Z=X*Y$ – модель выходная координата.

Соответствующие – модели, в которых переменные величины модели связаны с соответствующими переменными величинами оригинала определенными математическими зависимостями. Пример, если две функции $Z=XY$ и $z=x+y$, а также их независимые переменные связаны соотношениями $x= lgX$, $y =lgY$, $z = lgZ$, то каждый из таких объектов может служить соответственной моделью другого.

Математические модели имеют признаки условных моделей и могут обладать признаками аналогичных.

Среди соответствующих моделей можно выделить важнейший класс – ***подобные*** модели, которые как класс формируются на основе теории подобия.

Подобные модели - переменные величины, в которых пропорциональны соответствующим переменным оригинала. Подобные модели также могут быть логическими и материальными. Подобные материальные модели подразделяются на аналоговые (непрерывные), цифровые (дискретные) и аналого-цифровые (комбинированные и гибридные), это зависит от того, какие величины связывает их математическое описание - непрерывные, дискретные или те и другие вместе.

Аналоговые - модели, в которых основные функциональные свойства объекта заменяются подобными функциональными свойствами модели любой природы.

Цифровые - модели, в которых основные функциональные свойства объекта моделируются дискретно.

Аналогово-дискретные – модели, которые сочетают в себе аналоговую и дискретную части (одни свойства объекта выражаются аналоговыми, другие – дискретными моделями).

Подобие оригинала и его материальной модели позволяет использовать последнюю в качестве вычислительного устройства для решения уравнений, описывающих оригинал.

Согласно общей теории моделирования, все вычислительные устройства являются материальными подобными моделями соответствующих материальных или логических оригиналов.

В зависимости от характера математического описания эти устройства могут быть аналоговыми, цифровыми и аналого-цифровыми.

2.2.КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

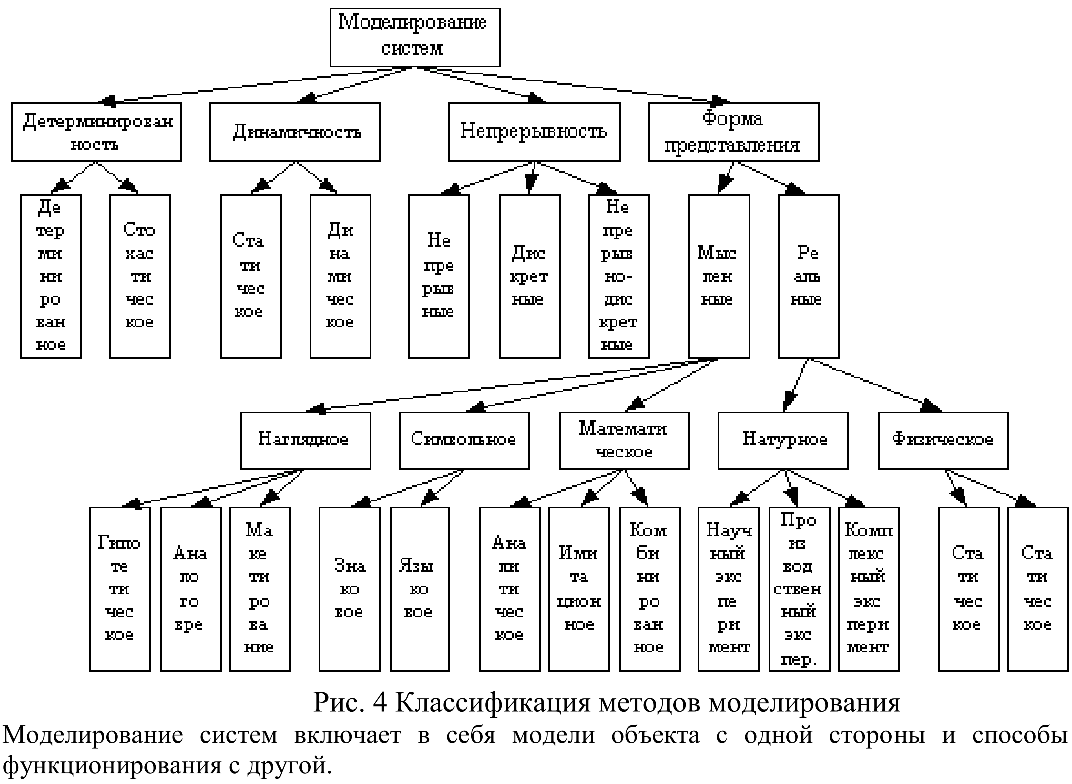


Рис. 4 Классификация методов моделирования

Моделирование систем включает в себя модели объекта с одной стороны и способы отражения их функционирования с другой.

По характеру изучаемых процессов моделирование может классифицироваться по следующим признакам: ***детерминированность, динамичность, непрерывность*** и ***форма-представление.***

С точки зрения детерминированности различают: ***детерминированное*** и ***стохастическое*** моделирование. При детерминированном моделировании используются детерминированные методы без учета случайных воздействий внешней среды. *Стохастическое* моделирование отображает вероятностные и случайные процессы в объекте. При этом используется математический аппарат статистики и вероятностных процессов.

С точки зрения динамичности разделяют ***статическое*** и ***динамичное*** моделирование. *Динамичное* моделирование процессы, происходящие в объекте, рассматривает во времени. *Статическое* моделирование изучает особые статические режимы, когда процессы, происходящие в объекте, не зависят от времени.

По признаку непрерывности различают: ***непрерывное, дискретное*** и ***непрерывно-дискретное*** моделирование. *Непрерывное* моделирование рассматривает процессы, происходящие в объекте, непрерывно в течение всего времени исследования. Математическим аппаратом данного типа моделирования являются дифференциальные уравнения. *Дискретное* моделирование изучает процессы в определенные моменты времени, математический аппарат – разностные уравнения. *Непрерывно-дискретное* моделирование сочетает в себе свойства непрерывного и дискретного моделирования.

По формам представления моделирование может быть ***мысленное*** (логическое) и ***реальное*** (материальное).

Мысленное моделирование применяется при исследовании систем, которые по каким-либо причинам не может быть реализовано физически. Мысленное моделирование в свою очередь разбивается на три крупных класса:

Наглядное моделирование - это создание наглядных моделей на базе представлений человека об объекте. Наглядное моделирование подразделяется на ***гипнотическое, аналоговое*** и ***макетирование***.

- ***Гипнотическое моделирование*** – это исследование модели в виде черного ящика, при этом структура и функциональные особенности объекта представляются гипотезой. После выдвижения гипотезы она либо принимается, либо нет.
- ***Аналоговое моделирование*** применяется в том случае, когда любое функциональное свойство объекта заменяется аналоговым.
- ***Макетирование*** применяется в случае, если невозможна физическая реализация объекта. Модель представляет собой полную аналогию с исследуемым объектом, но в другом масштабе.

Символьное моделирование – замена реального объекта неким набором символов (любому объекту ставится в соответствие символ). Выделяют ***языковое*** и ***знаковое*** моделирование.

- При ***знаковом*** моделировании вводятся символьные обозначения определенных понятий, однородные понятия объединяются в отдельные множества. Все знаковое моделирование сводится к теории множеств и операциям между ними.
- При ***языковом*** моделировании объекту и процессам, происходящим в нем, ставится в соответствие тезаурус – язык, лишенный двусмысленности, т.е. его символика похожа на символику нашего языка, но все однозначно.

Математическое моделирование подразделяется на ***аналитическое, имитационное*** и ***комбинированное***.

- ***Аналитическое моделирование*** – определенному объекту ставится в соответствие система уравнений и методы ее решения (высшая математика). Применяется при исследовании относительно несложных систем, к которым относится САУ.
- ***Имитационное моделирование*** – отдельные свойства объекта имитируются конкретными математическими способами (нет конкретной модели), используется для исследования сложных систем. Как правило, применяется к стохастическим моделям и системам массового обслуживания. Для имитационного моделирования применяется пакет GPSS.
- ***Комбинированное моделирование*** – это моделирование, в котором используются элементы аналитического и имитационного.

Реальное моделирование может быть ***натурным*** и ***физическим.***

Натурное моделирование – это проведение исследований с реальными объектами с последующей обработкой результатов эксперимента.

В нем выделяют:

- ***производственный эксперимент*** – воспроизведение на натурном объекте основных режимов производственного процесса для дальнейшего исследования.
- ***научный эксперимент*** – воспроизведение на натурном объекте качественно новых режимов, увеличение технических границ.
- ***комплексный эксперимент*** – сочетает в себе элементы научного и производственного эксперимента

При постановке научного эксперимента реальный объект используется в качественно новых условиях функционирования или при воздействии новых факторов внешней среды с последующей обработкой результатов.

2.3.ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Условное моделирование - это замещение оригинала условной моделью, представляющей его только благодаря договоренности о смысле, приписанном этой модели. Прежде всего - знаковые модели. Знак или символ - искусственный образ, чисто условно изображающий вполне определенный объект и, как правило, не имеющий с этим объектом никакого сходства. Отдельный знак (т.е. простейшая условная модель) обладает ограниченными моделирующими возможностями. Он условно обозначает вещь, явление, действие, событие, свойство, связь или отношение вещей, явлений, свойств и т.д. Однако, в случае применения системы знаков, эти возможности резко возрастают.

Сформулировать общие правила построения знаковых моделей невозможно, так как формирование их имеет поисковый эвристический характер.

Основные требования, предъявляемые к таким моделям:

* ***необходимость*** - невозможность использовать имеющиеся символы;
* ***простота*** - простое при равных условиях предпочтительнее сложного;
* ***наглядность*** - хотя бы самое отдаленное сходство с оригиналом;
* ***индивидуальность*** - достаточное отличие от других символов;
* ***однозначность*** - недопустимость обозначения одним символом различных объектов;
* ***единообразие*** - при моделировании однородных объектов;
* ***определенность*** - сопровождение четким указанием о принятом решении;
* ***учет*** установившихся традиций.

Если знаковая модель выбрана удачно, она получает всеобщее признание, примером этого служат русские и латинские буквы, примерами неудачных - немецкие готические и иероглифы.

Условными являются также образно-знаковые модели, которые отличаются наглядностью и могут обладать определенным сходством с оригиналом. Например, структурные схемы, направленные графы систем автоматизированного управления наглядно показывают число звеньев, связи звеньев, переменные величины, действующие на входах и выходах звеньев и системы в целом.

К знаковым и образно-знаковым моделям относятся все математические формы выражения количественных отношений между переменными и постоянными величинами (функции, уравнения, неравенства, графики, номограммы, таблицы, алгоритмы и т.д.).

Практически при применении математических методов приходится иметь дело с математическим описанием материальных объектов, являющимися условными логическими моделями количественных отношений между размерами и числовыми значениями физических величин.

В общем случае ***физическая величина X*** - это некоторое свойство материального объекта, допускающее количественное выражение, например, длина ***L***, объем ***V***, масса ***M***, вообще.

Количественное значение физической величины ***X*** в конкретном материальном объекте ***x*** - это ***размер*** физической величины ***X***.

Для определения размера х физической величины ***X*** данного объекта требуется сравнить ее размер с размером ***{x}*** той же физической величины другого объекта, принятого за единицу.

В результате измерения устанавливается числовое значение x^o размера ***x***:

$$x^o = x / \{x\} \qquad (1.1)$$

и размер выражается через числовое значение x^o и единицу измерения ***{x}***:

$$x = x^o\{x\} \qquad (1.2)$$

Символы ***x***, x^o, ***{x}*** в формуле (2) как условной знаковой модели моделируют размер, числовое значение и единицу физической величины ***X***. Знак = означает равенство объектов - оригиналов, символические модели которых расположены справа и слева от него. Эти символы называются членами формулы.

Размер ***x*** не зависит от единицы измерения ***{x}***, от нее зависит только числовое значение x^o размера ***x***.

Каждый материальный объект обладает несколькими свойствами, допускающими количественное выражение. Между различными свойствами объективно существуют конкретные связи. Они обуславливают определенные соотношения между размерами физических величин, которые можно выразить в виде формулы. Поэтому, если выбрать произвольно единицы некоторых физических величин, то через эти единицы можно выразить единицы всех остальных физических величин.

Основные физические величины - размеры единиц, которых выбираются произвольно. Единицы измерения основных физических величин также называются ***основными***.

Производные единицы измерения - единицы измерения остальных физических величин, которые выражены через основные на основе физических законов между величинами исходного объекта величинами и величинами единиц измерения, которые приняты в качестве основных.

Размерность - символическое выражение единицы величины через основные единицы, показывающее соотношение между их размерами без указания этих размеров.

Различают физические величины однородные, одноименные и безразмерные:

Однородные - имеют одинаковую размерность и одинаковый физический смысл. Пример, координаты точек тела и его физический размер.

Одноименные - имеют одинаковую размерность, но разный физический смысл. Пример, работа $A = F{\cdot}s{\cdot}cos(\alpha)$, энергия $E_к = 1/2m{\cdot}v^2$ или $E_п=mgh$, момент силы $M=F{\cdot}r\ sin(\alpha)$ имеют вид $[ML^2T^{-2}]$.

Безразмерные - размерность равна единице $[x] = [y_1]^0[y_2]^0 \ldots =1,\ x = x^o$ и не зависят от выбора системы единиц

3. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

3.1.АНАЛОГИЯ

Аналогия - сходство различных объектов по некоторым признакам.

Аналоги - объекты сходные по соответствующим признакам.

Сходственные признаки - признаки, по которым объекты оказываются аналогами.

Сходственные признаки могут иметь ***качественный*** и ***количественный*** характер.

В зависимости от этого различают ***качественную***, ***количественную*** и ***смешанную*** аналогии.

Основное значение аналогий - перенос сведений с одного объекта на другой (аналог) на основании умозаключений по аналогии.

Умозаключение по аналогии - основано на предположении существования тождественного в различном и выполняется по схеме:

Аналогия позволяет перейти к понятию ***подобия***. Вид количественной аналогии - ***аналогия математическая*** - сходство объектов по их математическому описанию.

Сходственные функции - функции, различающиеся только аргументами и ненулевыми постоянными. Пример, $z = x \cos y$ и $u = 2v \cos 3w$ или $r = 4s \cos (5t + 6)$ и $q = 7p \cos (8l + 9)$ являются сходственными.

Сходственные переменные - переменные величины, входящие под знаки сходственных функций совершенно одинаковым образом.

Сходственные постоянные - аналогично сходственным переменным.

Сходственные уравнения - получают приравниванием нулю или друг другу сходственных функций.

Наиболее полная математическая аналогия имеет место, если объекты описываются сходственными функциями и уравнениями.

3.2.ПОНЯТИЕ ПОДОБИЯ

Особое место среди математических моделей занимают подобные. Если при аналогии двух объектов распространение свойств одного объекта на другой носит характер предположения и нуждается в проверке, то при подобии знание свойств одного объекта значит знание свойств другого объекта.

Подобие - это полная математическая аналогия при наличии пропорциональности между сходственными переменными, неизменно сохраняющаяся при всех возможных значениях этих переменных, удовлетворяющих сходственным уравнениям.

Впервые понятие ***«подобие»*** появилось в геометрии.

Геометрическое подобие – определяют подобность геометрических фигур по сходственным характеристикам. Многоугольник с определенным количеством сторон ***n***, подобен другому многоугольнику с таким же количеством сторон ***n***, если соответствующие углы многоугольников равны, а соответствующие стороны пропорциональны.

3.3.ПОДОБИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ (ОБЪЕКТОВ)

Не все масштабные коэффициенты $m1, \ldots, m_j, \ldots, m_n$ могут принимать независимые значения, вследствие того, что зависимы параметры, которые характеризуют процесс. Это делает возможным введение обобщенных характеристик подобных процессов - критериев подобия. ***Критерии подобия*** - это функции групп зависимых и независимых параметров. Если масштабные коэффициенты, в общем случае численно различны, то критерии подобия принимают одинаковые значения в сходственных точках обобщенного пространства параметров $x_1, \ldots, .x_j, \ldots, x_n$.

Пропорциональность параметров - частный случай подобия физических процессов. Понятие сходственных точек и величин значительно сложнее в теории подобия физических явлений, нежели в геометрии.

Сходственные точки пространства, времени и параметров процесса - это такие величины, при которых их значениям в одной системе так или иначе соответствуют значения в другой системе.

Сходственные переменные – это переменные величины, которые входят в сходственные функции: x_1и y_1 , x_2 и y_2 .

Сходственные уравнения получаются из сходственных функций путем преобразования к однородному уравнению и приравниванию между собой.

Подобие - это взаимооднозначное соответствие между объектами (процессами), при котором функции или правила перехода от параметров, характеризующих один из объектов, к параметрам, в том же смысле характеризующих другой объект, известны, а математические описания допускают их преобразования к тождественному виду.

3.4.ВИДЫ ПОДОБИЯ.

Виды подобия различаются по двум основным признакам:

I. степень соответствия параметров оригинала и модели (абсолютное и неабсолютное или практическое подобие, которое может быть полным, неполным и приближенным);

II. адекватность физической природы подобных явлений (математическое подобие и физическое подобие, которое может быть механическим, тепловым, электрическим и т.п.)

Сходственные величины (точки) – это величины, которые, так или иначе, соответствуют величинам другого объекта. Сходственные функции отличаются друг от друга аргументом и постоянными.

Сходственные переменные – переменные величины, которые входят в сходственные функции.

Сходственные уравнения – получаются из сходственных функций путем преобразования к однородному (равному нулю) уравнению при дальнейшем приравнивании между собой.

Два объекта ***абсолютно подобны*** друг другу, если в сходственные моменты времени в сходственных точках пространства параметры одного объекта P_i находятся в некотором соответствии с параметрами другого объекта R_i .

Абсолютное подобие в значительной мере носит абстрактный характер. Реализуется только в геометрических построениях и в отдельных видах математического подобия.

Практическое подобие отличается от абсолютного тем, что рассматриваются не все процессы в сравниваемых объектах. В зависимости от того какие процессы рассматриваются. Различают ***полное, неполное*** и ***приближенное*** подобие.

- ***Полное*** практическое (слово «практическое» далее опускается) подобие - подобие протекания во времени и в пространстве только тех процессов, которые существенны для данного исследования.
- ***Неполное*** подобие - подобие протекания процессов только во времени или только в пространстве. (Например, есть подобие электромеханических процессов во времени, но нет подобия распространения полей).
- ***Приближенное*** подобие - характеризуется наличием допущений, приводящих к допустимым искажениям одного из процессов. Приближенное подобие бывает также полным и неполным. (Например, подобие генераторов, устанавливаемое по упрощенным уравнениям, которые не учитывают апериодическую составляющую тока статора и периодическую составляющую тока ротора.)

По **II** признаку различают ***математическое*** и ***физическое*** подобие.

- ***Физическое*** подобие - когда одинакова физическая природа подобных явлений. Бывает полное, неполное и приближенное. Например: механически подобным процессам ставятся в соответствие - механические, электрическим - электрические, тепловым - тепловые и т.д., т. е. модель функционирует на тех же физических законах, что и сам объект.
- ***Математическое*** подобие - когда сходственные параметры сравниваемых процессов различной физической природы соответствуют друг другу. Бывает полное, неполное и приближенное.

Таким образом, теория подобия позволяет установить наличие подобия между двумя процессами или разработать способы получения этого подобия.

Основными составляющими теории подобия являются:

1. Теория размерности;
2. 3 теоремы подобия.

3.5.ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТИ

Измерить некоторую величину ***P*** – это значит сопоставить ее с другой величиной ***Q*** той же физической природы и определить, во сколько раз ***P*** больше или меньше ***Q***. При этом величина ***Q*** называется ***единицей измерения***.

Системой единиц измерения называют совокупность установленных единиц измерения, которые подразделяются на основные и производные.

Производные единицы образуются из основных единиц на основе физических законов, устанавливающих взаимосвязь между величинами исходного объекта и величинами, единицы измерения которого приняты в качестве основных.

Формула размерности или ***размерность*** – это соотношение между единицами измерения этой величины и основными единицами. Различают однородные, безразмерные, одноименные физические величины.

Однородные величины – величины, имеющие одинаковую размерность и одинаковый физический смысл.

Одноименные величины – величины, имеющие одинаковую размерность, но различный физический смысл. Пример: индуктивность и взаимоиндуктивность, диффузии и вязкость.

Безразмерными величинами называют величины, размерность которых равна 1, эти величины не зависят от единиц измерения.

Группой независимых параметров называют совокупность параметров, размерность каждого из которых не может быть выражена через размерность параметров этой группы.

Математическое условие независимости параметров – для группы параметров $\{P_1...P_n\}$ признаком независимости является наличие хотя бы одного отличного от нуля определителя порядка ***n***. Исходная матрица формируется из показателей степеней при основных единицах измерения данных параметров.

3.6.ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ

Степенным комплексом называется функция следующего вида $y = x_1^{\alpha} \cdot x_2^{\beta} \cdot ... \cdot x_n^{\omega}$.

Основные свойства степенных комплексов:

1. Число простых степенных комплексов, образованных из некоторых величин, не превышает количество этих величин. ***Составными*** называются комплексы, получаемые на основе простых.
2. Любая функция может быть представлена в виде функции стенного комплекса
3. Любую безразмерную функцию размерных величин можно представить в виде функции безразмерных степенных комплексов, образованных из этих величин.
4. Любую размерную функцию размерных величин можно представить в виде произведения размерного степенного комплекса, составленного из этих величин и безразмерной функции этих же величин.

Теория подобия - это теория, дающая возможность установить наличие подобия или позволяющая разработать способы получения его.

Основной характеристикой подобных объектов являются критерии подобия, с помощью которых устанавливаются закономерности взаимооднозначного соответствия модели и оригинала.

Критерии подобия - это идентичные по форме алгебраической записи и равные численно для подобных объектов безразмерные степенные комплексы определенных групп параметров, характеризующих эти объекты.

4. ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

4.1.ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. Постановка задачи.

Определение цели анализа и пути ее достижения и выработки общего подхода к исследуемой проблеме. На этом этапе требуется глубокое понимание существа поставленной задачи. Иногда, правильно поставить задачу не менее сложно чем ее решить. Постановка - процесс не формальный, общих правил нет.

2. Изучение теоретических основ и сбор информации об объекте оригинала.

На этом этапе подбирается или разрабатывается подходящая теория. Если ее нет, устанавливаются причинно - следственные связи между переменными описывающими объект. Определяются входные и выходные данные, принимаются упрощающие предположения.

3. Формализация.

Заключается в выборе системы условных обозначений и с их помощью записывать отношения между составляющими объекта в виде математических выражений. Устанавливается класс задач, к которым может быть отнесена полученная математическая модель объекта. Значения некоторых параметров на этом этапе еще могут быть не конкретизированы.

4. Выбор метода решения.

На этом этапе устанавливаются окончательные параметры моделей с учетом условия функционирования объекта. Для полученной математической задачи выбирается какой- либо метод решения или разрабатывается специальный метод. При выборе метода учитываются знания пользователя, его предпочтения, а также предпочтения разработчика.

5. Реализация модели.

Разработав алгоритм, пишется программа, которая отлаживается, тестируется и получается решение нужной задачи.

6. Анализ полученной информации.

Сопоставляется полученное и предполагаемое решение, проводится контроль погрешности моделирования.

7. Проверка адекватности реальному объекту.

Результаты, полученные по модели сопоставляются либо с имеющейся об объекте информацией или проводится эксперимент и его результаты сопоставляются с расчётными.

Процесс моделирования является итеративным. В случае неудовлетворительных результатов этапов **6.** или **7.** осуществляется возврат к одному из ранних этапов, который мог привести к разработке неудачной модели. Этот этап и все последующие уточняются и такое уточнение модели происходит до тех пор, пока не будут получены приемлемые результаты.

4.2.ПОНЯТИЕ О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

В настоящее время основным способом исследования ММ и проверки ее качественных показателей служит вычислительный эксперимент.

Вычислительным экспериментом называется методология и технология исследований, основанные на применении прикладной математики и ЭВМ как технической базы при использовании ММ. Вычислительный эксперимент основывается на создании ММ изучаемых объектов, которые формируются с помощью некоторой особой математической структуры, способной отражать свойства объекта, проявляемые им в различных экспериментальных условиях, и включает в себя следующие этапы .

1. Для исследуемого объекта строится модель, обычно сначала физическая, фиксирующая разделение всех действующих в рассматриваемом явлении факторов на главные и второстепенные, которые на данном этапе исследования отбрасываются; одновременно формулируются допущения и условия применимости модели, границы, в которых будут справедливы полученные результаты; модель записывается в математических, терминах, как правило, в виде дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений; создание ММ проводится специалистами, хорошо знающими данную область естествознания или техники, а также математиками, представляющими себе возможности решения математической задачи .

2. Разрабатывается метод решения сформулированной математической задачи. Эта задача представляется в виде совокупности алгебраических формул, по которым должны вестись вычисления и условия, показывающие последовательность применения этих формул; набор этих формул и условий носит название **вычислительного алгоритма**. Вычислительный эксперимент имеет многовариантный характер, так как решения поставленных задач часто зависят от многочисленных входных параметров. Тем не менее,

каждый конкретный расчет в вычислительном эксперименте проводится при фиксированных значениях всех параметров. Между тем в результате такого эксперимента часто ставится задача определения оптимального набора параметров. Поэтому при создании оптимальной установки приходится проводить большое число расчетов однотипных вариантов задачи, отличающихся значением некоторых параметров. В связи с этим при организации вычислительного эксперимента можно использовать эффективные численные методы.

3. Разрабатываются алгоритм и программа решения задачи на ЭВМ. Программирование решений определяется теперь не только искусством и опытом исполнителя, а перерастает в самостоятельную науку со своими принципиальными подходами.

4. Проведение расчетов на ЭВМ. Результат получается в виде некоторой цифровой информации, которую далее необходимо будет расшифровать. Точность информации определяется при вычислительном эксперименте достоверностью модели, положенной в основу эксперимента, правильностью алгоритмов и программ (проводятся предварительные «тестовые» испытания).

5. Обработка результатов расчетов, их анализ и выводы [35]. На этом этапе могут возникнуть необходимость уточнения ММ (усложнения или, наоборот, упрощения), предложения по созданию упрощенных инженерных способов решения и формул, дающих возможности получить необходимую информацию более простым способом.

4.3.ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ

В общем случае под **адекватностью** понимают степень соответствия модели тому реальному явлению или объекту, для описания которого она строится. Вместе с тем, создаваемая модель ориентирована, как правило, на исследование определенного подмножества свойств этого объекта. Поэтому можно считать, что адекватность модели определяется степенью ее соответствия не столько реальному объекту, сколько целям исследования. В наибольшей степени это утверждение справедливо относительно моделей проектируемых систем (т. е. в ситуациях, когда реальная система вообще не существует).

Тем не менее, во многих случаях полезно иметь формальное подтверждение (или обоснование) адекватности разработанной модели. Один из наиболее распространенных способов такого обоснования - использование методов математической статистики [6, 7, 39]. Суть этих методов заключается в проверке выдвинутой гипотезы (в данном случае - об адекватности модели) на основе некоторых статистических критериев. При этом следует заметить, что при проверке гипотез методами математической статистики необходимо иметь в виду, что статистические критерии не могут доказать ни одной гипотезы - они могут лишь указать на отсутствие опровержения.

Итак, каким же образом можно оценить адекватность разработанной модели реально существующей системе?

Процедура оценки основана на сравнении измерений на реальной системе и результатов экспериментов на модели и может проводиться различными способами. Наиболее распространенные из них

– по средним значениям откликов модели и системы;

– по дисперсиям отклонений откликов модели от среднего значения откликов системы;

– по максимальному значению относительных отклонений откликов модели от откликов системы.

4.4.ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ И ОЦЕНКА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

При проверке адекватности модели как существующей, так и проектируемой системы реально может быть использовано лишь ограниченное подмножество всех возможных значений входных параметров (рабочей нагрузки и внешней среды). В связи с этим для обоснования достоверности получаемых результатов моделирования большое значение имеет проверка устойчивости модели [10]. В теории моделирования это понятие трактуется следующим образом.

Устойчивость модели - это ее способность сохранять адекватность при исследовании эффективности системы на всем возможном диапазоне рабочей нагрузки, а также при внесении изменений в конфигурацию системы.

В данном случае именно устойчивость результатов моделирования можно рассматривать как признак, подлежащий оценке. Для проверки гипотезы об устойчивости результатов может быть использован **критерий Уилкоксона**, который служит для проверки того, относятся ли две выборки к одной и той же генеральной совокупности (т. е. обладают ли они одним и тем же статистическим признаком) .

Такую оценку проводят по каждому параметру модели в отдельности. Основана она на том, что обычно диапазон возможных изменений параметра известен. Данные, полученные при оценке чувствительности модели, могут быть использованы, в частности, при планировании экспериментов: большее внимание должно уделяться тем параметрам, по которым модель является более чувствительной

5. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ

5.1.ОБОБЩЕННАЯ СТРУКТУРА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Модель может быть представлена различными способами. Формы представления модели:

- инвариантная — запись соотношений модели с помощью традиционного математического языка безотносительно к методу решения уравнений модели;
- аналитическая — запись модели в виде результата аналитического решения исходных уравнений модели;
- алгоритмическая — запись соотношений модели и выбранного численного метода решения в форме алгоритма;
- схемная (графическая) — представление модели на некотором графическом языке (например, язык графов, эквивалентные схемы, диаграммы и т.п.);
- физическая;
- аналоговая;

Наиболее универсальным является математическое описание процессов — математическое моделирование.

Математическая модель описывает зависимость между исходными данными и искомыми величинами. Элементами обобщенной математической модели являются (рис. 1):

- множество входных данных (переменные) X,Y; X — совокупность варьируемых переменных; Y — независимые переменные (константы);
- математический оператор L, определяющий операции над этими данными; под которым понимается полная система математических операций, описывающих численные или логические соотношения между множествами входных и выходных данных (переменные);
- множество выходных данных (переменных) G(X,Y); представляет собой совокупность критериальных функций, включающую (при необходимости) целевую функцию.

Рис. 1

Математическая модель является математическим аналогом проектируемого объекта. Степень адекватности ее объекту определяется постановкой и корректностью решений задачи проектирования. Множество варьируемых параметров (переменных) X образует пространство варьируемых параметров R (пространство поиска), которое является метрическим с размерностью n, равной числу варьируемых параметров.

5.2.ТРЕБОВАНИЯ К МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Основными требованиями, предъявляемыми к математическим моделям, являются требования адекватности, универсальности и экономичности.

Адекватность. Модель считается адекватной, если отражает заданные свойства с приемлемой точностью. Точность определяется как степень совпадения значений выходных параметров модели и объекта. Точность модели различна в разных условиях функционирования объекта. Эти условия характеризуются внешними параметрами. В пространстве внешних параметров выделить область адекватности модели, где погрешность меньше заданной предельно допустимой погрешности. Определение области адекватности моделей — сложная процедура, требующая больших вычислительных затрат, которые быстро растут с увеличением размерности пространства внешних параметров. Эта задача по объему может значительно превосходить задачу параметрической оптимизации самой модели, поэтому для вновь проектируемых объектов может не решаться.

Универсальность — определяется в основном числом и составом учитываемых в модели внешних и выходных параметров.

Экономичность модели характеризуется затратами вычислительных ресурсов для ее реализации — затратами машинного времени и памяти.

Противоречивость требований к модели обладать широкой областью адекватности, высокой степени универсальности и высокой экономичности обусловливает использование ряда моделей для объектов одного и того же типа.

5.3.ПРИНЦИПЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА В МОДЕЛИРОВАНИИ

Основные положения теории систем возникли в ходе исследования динамических систем и их функциональных элементов. Под системой понимают группу взаимосвязанных элементов, действующих совместно с целью выполнения заранее поставленной задачи. Анализ систем позволяет определить наиболее реальные способы выполнения поставленной задачи, обеспечивающие максимальное удовлетворение поставленных требований.

Сложный объект может быть разделен на подсистемы, представляющие собой части объекта, удовлетворяющие следующим требованиям:

1) подсистема является функционально независимой частью объекта. Она связана с другими подсистемами, обменивается с ними информацией и энергией;

2) для каждой подсистемы могут быть определены функции или свойства, не совпадающие со свойствами всей системы;

3) каждая из подсистем может быть подвергнута дальнейшему делению до уровня элементов.

В данном случае под элементом понимается подсистема нижнего уровня, дальнейшее деление которой нецелесообразно с позиций решаемой задачи.

На базе системного подхода может быть предложена последовательность разработки моделей, когда выделяют две основные стадии проектирования: макропроектирование и микропроектирование .

На стадии макропроектирования строится модель внешней среды, выявляются ресурсы и ограничения, выбирается модель системы и критерии для оценки адекватности.

Независимо от типа модели при ее построении необходимо руководствоваться рядом принципов системного подхода

1) последовательное продвижение по этапам создания модели;
2) согласование информационных, ресурсных, надежностных и других характеристик;
3) правильное соотношение различных уровней построения модели;
4) целостность отдельных стадий проектирования модели.

5.4.ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим основные принципы моделирования, отражающие опыт, накопленный к настоящему времени в области разработки и использования ММ .

1. Принцип информационной достаточности. При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно. При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла. Существует некоторый критический уровень априорных сведений о системе (уровень информационной достаточности), при достижении которого может быть построена ее адекватная модель.

2. Принцип осуществимости. Создаваемая модель должна обеспечивать достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время.

3. Принцип множественности моделей. Данный принцип является ключевым. Речь идет о том, что создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранный показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются лишь некоторые стороны реальности. Для более полного ее исследования необходим ряд моделей, позволяющих с разных сторон и с разной степенью детальности отражать рассматриваемый процесс.

4. Принцип агрегирования. В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы. Принцип

агрегирования позволяет, кроме того, достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования.

5. Принцип параметризации. В ряде случаев моделируемая система имеет в своем составе некоторые относительно изолированные подсистемы, характеризующиеся определенным параметром, в том числе векторным.

Приведенные примеры говорят о том, что сам по себе выбор показателя эффективности еще не определяет «архитектуру» будущей модели, поскольку на этом этапе не определена концептуальная модель исследуемой системы.

В целом при решении любой задачи построения модели основную роль играют следующие четыре элемента:

1) эксперимент;
2) модель;
3) показатели эффективности;
4) критерии принятия решений.

Необходимо должным образом определить перечисленные элементы и понять их взаимосвязь, поскольку они оказывают большое влияние на проектирование системы и на планирование ее работы в целом. Критерии принятия решений позволяют выбрать наиболее эффективные параметры системы. Обычно этот процесс называется оптимизацией [40].

6. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

6.1.ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

Одним из наиболее важных аспектов построения систем моделирования является проблема цели. Любую модель строят в зависимости от цели, которую ставит перед ней исследователь, поэтому одна из основных проблем при моделировании — это проблема целевого назначения. Подобие процесса, протекающего в математической модели, реальному процессу является не целью, а условием правильного функционирования модели, и поэтому в качестве цели должна быть поставлена задача изучения какой-либо стороны функционирования объекта.

Для упрощения математической модели цели делят на подцели и создают более эффективные виды моделей в зависимости от полученных подцелей моделирования. Можно указать целый ряд примеров целей моделирования в области сложных систем.

Если цель моделирования ясна, то возникает следующая проблема, а именно проблема построения математической модели . Построение модели оказывается возможным, если имеется информация или выдвинуты гипотезы относительно структуры, алгоритмов и параметров исследуемого объекта. На основании их изучения осуществляется идентификация объекта. В настоящее время широко применяют различные способы оценки параметров: по методу наименьших квадратов, по методу максимального правдоподобия, байесовские, марковские оценки.

Если математическая модель построена, то следующей проблемой можно считать проблему работы с ней, т. е. реализацию модели, основные задачи которой — минимизация времени получения конечных результатов и обеспечение их достоверности.

6.2.ЗАДАЧА ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

В задаче даны динамические соотношения, описывающие объект и измеритель. Последнее означает, что исследователь обладает математической моделью (динамическое соотношение), адекватно описывающей функционирование объекта или измерителя. Иными словами, исследователю известно как объект перерабатывает управляющий сигнал u(t) в выходной сигнал объекта x(t) или как измеритель перерабатывает свой входной

Методы решения данного класса задач можно разделить на две категории – аналитические и численные. И они изучаются в курсе «Высшая математика» и в специальном курсе «Вычислительная математика».

Отличие аналитических и численных методов является прямым отражением тех отличий, которые разделяют математическое и имитационное моделирование. Главное же отличие состоит в том, что если решение получено, то оно распространяется на целый класс задач, а не одну специфическую задачу. Именно это и придает большое теоретическое значение аналитическим методам.

Аналитические методы.

Классическим аналитическим методом решения одного из вариантов рассматриваемой задачи является задача дифференциального исчисления.

Численные методы

Рассматривая задачу дифференциального исчисления, мы видим, что нам необходимо было решить уравнение для определения необходимых условий оптимальности. Но, к сожалению, не всегда возможно разрешить эти уравнения. Аналогичные трудности возникают и в других аналитических методах.

Для решения поставленной задачи детерминированного управления применяются численные методы, которые изучаются в курсе «Вычислительная математика» и ему подобным.

Основная идея численных методов состоит в задании начальных значений оптимизируемого сигнала, определении правил их изменения и задании условий окончания процесса изменения значений сигнала.

Проиллюстрируем сказанное на примере простейшего численного метода нахождения экстремума – метода дихотомии (половинного деления).

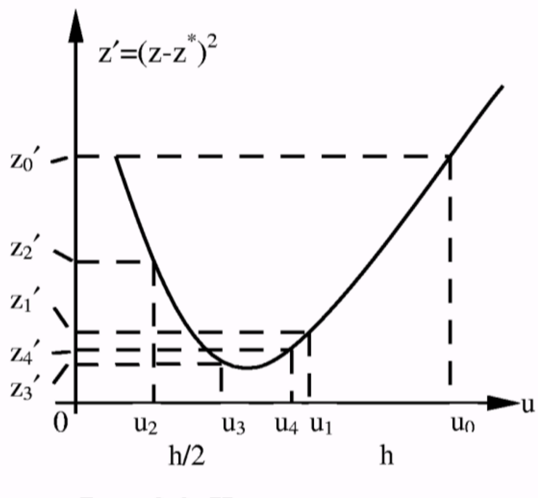


Рис. 3.2. Численные методы.

Пусть зависимость квадрата разности между измеренным выходом z и его желаемым значением z^* от управляющего сигнала и представлена на рис. 3.2. Зададим на-

ЗАДАЧА ОЦЕНКИ

Рассмотрим следующую задачу (рис. 3.3)

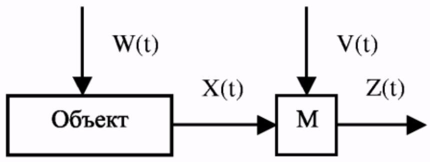


Рис. 3.3. Задача оценки.

Здесь w(t) и v(t) – действующие на объект и измеритель шумы (помехи).

Известные динамические соотношения, описывающие работу объекта (зависимости между w(t) и x(t)) и работу измерителя (зависимости между x(t), v(t) и z(t)). Помехи w(t) и v(t) заданы статистическими описаниями, методику составления которых будем рассматривать ниже. Сейчас же, для определенности, мы скажем, что это результат статистической обработки соответствующих сигналов, обеспечивающих исследователя по возможности полным представлением о их вероятностно-статистических свойствах.

В данной задаче (как и во всех последующих) четко проявляется необходимость выделения объекта и измерителя. Связано это с тем, что действие помех на измеритель может быть относительно просто описано. Измеритель – это ведь известный прибор в отличие от объекта. Поэтому в измеренном сигнале появляется возможность более точного оценивания воздействия, влияния помех именно на объект. В результате наблюдений за объектом зафиксированы также измерения z(t/T) в момент времени $t \le T$.

Необходимо оценить наилучшую в некотором смысле оценку выходного сигнала объекта x(t/T).

Еще раз подчеркнем, что при конкретизации задачи и задания конкретного критерия задача становится математически определенной.

Оценка выходного сигнала объекта может быть проведена в трех видах (рис. 3.4):

- когда выходной сигнал оценивается в момент времени окончания фиксации измерений t=T (задача фильтрации);

Последние две задачи в совокупности называют задачей прогнозирования (предсказания).

Рис. 3.4. Задачи фильтрации и прогнозирования.

Фильтрация.

В данном параграфе рассматривается одна из простейших математических схем, решающих задачу фильтрации. Основная его теория хорошо известна [23]. Поэтому, здесь мы лишь рассмотрим основные идеи фильтра Винера и его связь с изучаемой и иными учебными дисциплинами.

Особое внимание следует обратить на формулировку критерия оценки и условия, накладываемые на имеющиеся в системе сигналы.

Схема системы оптимальной фильтрации приведена на рис. 3.5.

Здесь x, y, z, v, $\tilde{x}$ - скаляры, $x(t)$ - желаемый сигнал, $\tilde{x}(t)$ - оценка сигнала, $\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x(t)$, $v(t)$ – помеха, $y(t)$ – оцениваемый сигнал, $z(t)$ - оцениваемый сигнал с помехой.

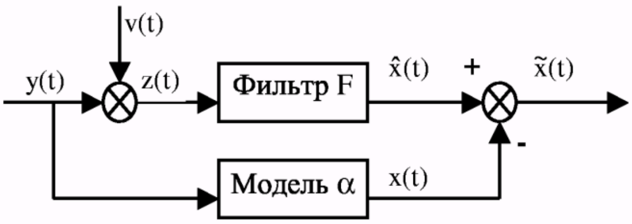


Рис. 3.5. Фильтр Винера.

Задача прогнозирования.

Проблемам прогнозирования, предсказания человек всегда уделял повышенное внимание. Мы не будем здесь рассматривать вопросы качественного прогнозирования. В литературе описано достаточно много различных количественных методов экстра- и интерполяции. Подробно и достаточно полно описаны условия их применения. Далее мы рассмотрим один такой метод. Его отличие от других состоит в том, что в тех весьма простых условиях его применимости он обладает максимально возможной точностью прогнозирования.

Метод этот называется именем академика Андрея Николаевича Колмогорова. Сам же автор обозначил его как метод экстраполяции и интерполяции случайных последовательностей [22].

В силу стационарности процесса x(t) справедливо $r(\tau)=r(-\tau)$.

Качество прогнозирования оценивается среднеквадратичным критерием

$$\varepsilon^2 = M\left[\left(\breve{x}(t) - x(t)\right)^2\right].$$

Не вызывает возражений и роль длины предыстории как параметра, управляющего точностью прогнозирования – с увеличением его повышается и точность предсказания.

Решение задачи интерполяции в принципе не отличается от выше изложенной экстраполяции. Разница лишь в том, что в качестве предыстории используются как предыдущие, так и последующие значения.

6.4 ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ

Схема задачи представлена на рис. 3.6.

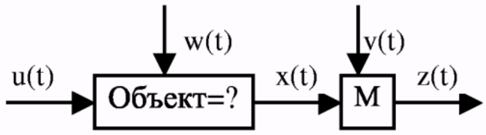


Рис. 3.6. Идентификация.

Исследователю известны статистические описания шумов w(t) и v(t), динамическое соотношение, описывающее измеритель (между x(t), v(t) и z(t)) и зафиксированы наблюдения за управляющим сигналом u(t) и измеренным выходом z(t).

Необходимо определить наилучшую в некотором смысле оценку характеристики объекта (динамическое соотношение между w(t), u(t) и x(t)).

Существующая и достаточно сильно развитая теория идентификации обеспечивает не только успешное решение этого класса прикладных задач, но и дает возможность исследования дополнительных, важных свойств объекта, таких как идентифицируемость, управляемость и т.д.

С точки зрения многих прикладных задач проблема определения соотношения между величинами может быть решена и посредством регрессионного анализа.

Кстати, отметим, что, зная измеренный выход z(t) и соотношение, описывающее измеритель, мы по этому соотношению можем вычислить выход объекта x(t).

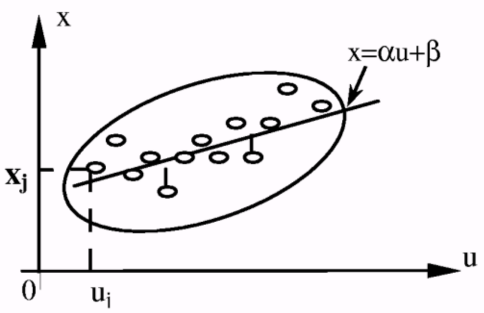


Рис. 3.7. Облако точек.

Совокупность пар (u_j, x_j) образует так называемое облако точек (рис. 3.7). Визуальный анализ этого облака точек, или, что предпочтительнее, исходя из физического смысла объекта исследования, можно предположить, что наилучшим описанием зависимости между u_j (независимая переменная) и x_j (зависимая переменная) будет некоторая функция x=f(u). Под наилучшим описанием может пониматься, например, минимум среднеквадратичной погрешности.

6.5 ЗАДАЧА СТОХАСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Схема задачи представлена на рис. 3.8

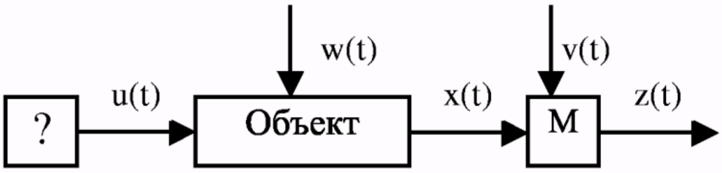


Рис. 3.8. Стохастическое управление.

В самых общих чертах аналитические и численные методы решения как задачи детерминированного, так и стохастического управления весьма похожи. Соответствующая литература дает наглядное представление о том, насколько сложны эти методы при необходимости учета помех – следует учесть и законы распределения вероятностей, и корреляционные свойства случайных воздействий. Это приводит к существенному снижению и усложнению разнообразия как аналитических, так и численных методов решения задачи стохастического управления и, соответственно, сужает множество реально решаемых прикладных задач.

Подробности практики таковы, что требуется исследовать не просто сложные и очень сложные системы, а именно стохастические системы. И недостаточное развитие аналитических методов изучения приводит к необходимости использования специального инструментария. Он должен обеспечивать возможность соединения разнородных математических описаний и обязательно максимально учитывать стохастические составляющие системы. И такого рода инструментарий, носящий название имитационного моделирования, рассматривается нами далее.

6.6 ЗАДАЧА АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Подзадача самообучения характерна тем, что обучаемая и обучающая системы представляют собой единое целое. Пример, когда самостоятельно изучают тот или иной вопрос, достаточно полно иллюстрирует самообучение. Вы сами определяете, по каким источникам, в какой последовательности и как изучать материал, сами контролируете его усвоение и сами вносите корректировки в процесс обучения.

Адаптация – это самообучение с возможностью изменения структуры самой системы – набора элементов и взаимосвязей между ними. В качестве примера приведем ящерицу, которая теряет свой хвост. Эта живая система после самооценки ситуации (самообучения) подключает ранее законсервированные элементы и связи в результате чего регенерируется утраченный орган и затем, по завершении этого действия, элементы и связи регенерации отключаются (адаптация).

7. ОБЩАЯ СХЕМА РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

7.1.ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

Исходной информацией при построении ММ процессов функционирования систем служат данные о назначении и условиях работы исследуемой (проектируемой) системы S. Эта информация определяет основную цель моделирования, требования к ММ, уровень абстрагирования, выбор математической схемы моделирования.

Понятие математическая схема позволяет рассматривать математику не как метод расчёта, а как метод мышления, средства формулирования понятий, что является наиболее важным при переходе от словесного описания к формализованному представлению процесса её функционирования в виде некоторой ММ.

При пользовании мат. схемой в первую очередь исследователя системы должен интересовать вопрос об адекватности отображения в виде конкретных схем реальных процессов в исследуемой системе, а не возможность получения ответа (результата решения) на конкретный вопрос исследования.

Агрегативные модели (системы) позволяют описать широкий круг объектов исследования с отображением системного характера этих объектов. Именно при агрегативном описании сложный объект расчленяется на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивая взаимодействие частей.

7.2.НЕПРЕРЫВНО ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ (Д - СХЕМЫ)

Рассмотрим особенности непрерывно детерминированного подхода на примере, используя в качестве ММ дифференциальные уравнения.

Дифференциальными уравнениями называются такие уравнения, в которых неизвестными будут функции одной переменной или нескольких переменных, причём в уравнение входят не только их функции но их производные различных порядков.

Если неизвестные - функции многих переменных, то уравнения называются — уравнения в частных производных. Если неизвестные функции одной независимой переменной, то имеют место обыкновенные дифференциальные уравнения.

7.3.ДИСКРЕТНО – ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ (F-СХЕМЫ)

ДДМ являются предметом рассмотрения теории автоматов (ТА). ТА - раздел теоретической кибернетики, изучающей устройства, перерабатывающие дискретную информацию и меняющего свои внутренние состояния лишь в допустимые моменты времени.

Конечный автомат имеет множество внутренних состояний и входных сигналов, являющихся конечными множествами. Автомат задаётся F- схемой: $F=<z,x,y,\varphi,\psi,z_0>$,

(1)

где z,x,y - соответственно конечные множества входных, выходных сигналов (алфавитов) и конечное множество внутренних состояний (алфавита). $z_0 \in Z$ - начальное состояние; $\varphi(z,x)$ - функция переходов; $\psi(z,x)$ - функция выхода. Автомат функционирует в дискретном автоматном времени, моментами которого являются такты, т.е. примыкающие друг к другу равные интервалы времени, каждому из которых соответствуют постоянные значения входного, выходного сигнала и внутреннего состояния. Абстрактный автомат имеет один входной и один выходной каналы.

В табличном способе задания используется таблицы переходов и выходов, строки которых соответствуют входным сигналам автомата, а столбцы - его состояниям. При этом обычно 1-ый столбец слева соответствует начальному состоянию z_0. На пересечении i-ой строки и j-ого столбца таблицы переходов помещается соответствующее значение $\varphi(z_k,x_i)$ функции переходов, а в таблице выходов - $\psi(z_k, x_i)$ функции выходов. Для F- автомата Мура обе таблицы можно совместить, получив т.н. отмеченную таблицу переходов, в которой над каждым состоянием z_k автомата, обозначающим столбец таблицы, стоит соответствующий этому состоянию, согласно (5), выходной сигнал $\psi(z_i)$.

При другом способе задания конечного автомата используется понятие направленного графа. Граф автомата представляет собой набор вершин, соответствующих различным состояниям автомата и соединяющих вершин дуг графа, соответствующих тем или иным переходам автомата. Если входной сигнал x_k вызывает переход из состояния z_i в состояние z_j, то на графе автомата дуга, соединяющая вершину z_i с вершиной z_j обозначается x_k. Для того, чтобы задать функцию переходов, дуги графа необходимо отметить соответствующими выходными сигналами. Для автоматов Мили эта разметка производиться так: если входной сигнал x_k действует на состояние z_i, то согласно сказанному получается дуга, исходящая из z_i и помеченная x_k; эту дугу дополнительно отмечают выходным сигналом $y=\psi(z_i, x_k)$. Для автомата Мура аналогичная разметка графа такова: если входной сигнал x_k, действуя на некоторое состояние автомата, вызывает переход в состояние z_j, то дугу, направленную в z_j и помеченную x_k, дополнительно отмечают выходным сигналом $y=\psi(z_j, x_k)$. На рис. 1 приведены заданные ранее таблицами F- автоматы Мили F1 и Мура F2 соответственно.

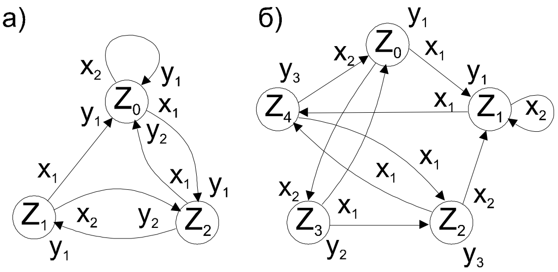


Рис. 1. Графы автоматов Мили (а) и Мура (б).

7.4.НЕПРЕРЫВНО-СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ (Q - СХЕМЫ)

К ним относятся системы массового обслуживания (англ. queuing system), которые называют Q- схемами.

Предмет ТМО — системы массового обслуживания (СМО) и сети массового обслуживания. Под СМО понимают динамическую систему, предназначенную для эффективного обслуживания случайного потока заявок при ограниченных ресурсах системы. Обобщённая структура СМО приведена на рисунке 3.1.

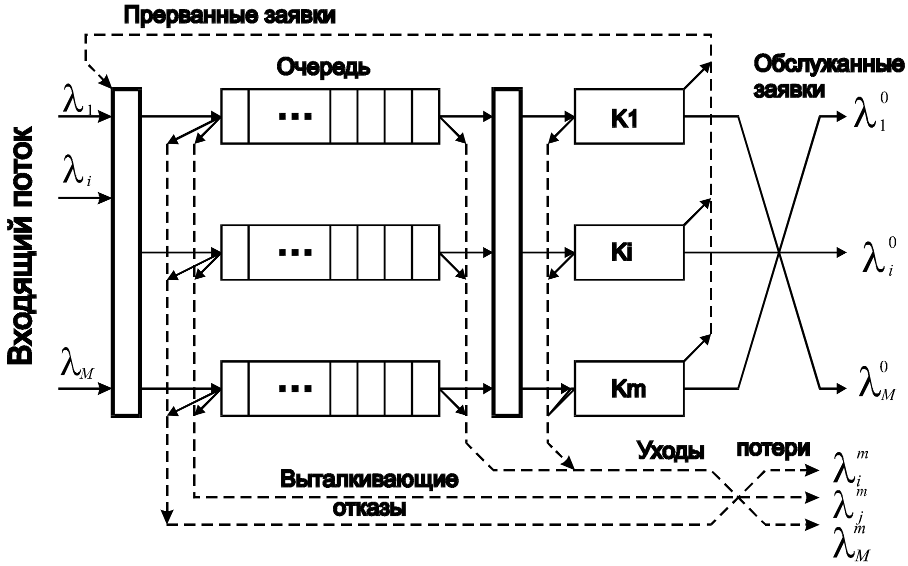


Рис. 3.1. Схема СМО.

Поступающие на вход СМО однородные заявки в зависимости от порождающей причины делятся на типы, интенсивность потока заявок типа i (i=1…M) обозначено λ_i. Совокупность заявок всех типов - входящий поток СМО.

Обслуживание заявок выполняется m каналами. Различают универсальные и специализированные каналы обслуживания. Для универсального канала типа j считается известными функции распределения $F_{ji}(\tau)$ длительности обслуживания заявок произвольного типа. Для специализированных каналов функции распределения длительности обслуживания каналов заявок некоторых типов являются неопределёнными, назначение этих заявок на данный канал.

8. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ

Несмотря на многообразие классов моделируемых систем и наличие широких возможностей реализации машинных моделей на современных ЭВМ, можно выделить основные закономерности перехода от построения концептуальной модели объекта моделирования до проведения машинного эксперимента с моделью системы, которые для целей эффективного решения пользователем практических задач моделирования рационально оформить в виде методики разработки и машинной реализации моделей. При этом наиболее существенным фактором, который следует учитывать уже при формализации и алгоритмизации моделей, является использование в качестве инструмента исследования аппаратно-программных средств вычислительной техники. В основе выделения этапов моделирования сложной системы лежит также необходимость привлечения для выполнения этой трудоемкой работы коллективов разработчиков различных специальностей (системщиков, алгоритмистов, программистов).

8.1.МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ И МАШИННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

С развитием вычислительной техники наиболее эффективным методом исследования больших систем стало машинное моделирование, без которого невозможно решение многих крупных народнохозяйственных проблем. Поэтому одной из актуальных задач подготовки специалистов является освоение теории и методов математического моделирования с учетом требований системности, позволяющих не только строить модели изучаемых объектов, анализировать их динамику и возможность управления машинным экспериментом с моделью, но и судить в известной мере об адекватности создаваемых моделей исследуемым системам, о границах применимости и правильно организовать моделирование систем на современных средствах вычислительной техники [35, 43, 46].

Методологические аспекты моделирования. Прежде чем рассматривать математические, алгоритмические, программные и прикладные аспекты машинного моделирования, необходимо изучить общие методологические аспекты для широкого класса математических моделей объектов, реализуемых на средствах вычислительной техники. Моделирование с использованием средств вычислительной техники (ЭВМ, АВМ, ГВК) позволяет исследовать механизм явле-

Требования пользователя к модели. Сформулируем основные требования, предъявляемые к модели *M* процесса функционирования системы *S*.

1. Полнота модели должна предоставлять пользователю возможность получения необходимого набора оценок характеристик системы с требуемой точностью и достоверностью.

2. Гибкость модели должна давать возможность воспроизведения различных ситуаций при варьировании структуры, алгоритмов и параметров системы.

3. Длительность разработки и реализации модели большой системы должна быть по возможности минимальной при учете ограничений на имеющиеся ресурсы.

4. Структура модели должна быть блочной, т. е. допускать возможность замены, добавления и исключения некоторых частей без переделки всей модели.

5. Информационное обеспечение должно предоставлять возможность эффективной работы модели с базой данных систем определенного класса.

6. Программные и технические средства должны обеспечивать эффективную (по быстродействию и памяти) машинную реализацию модели и удобное общение с ней пользователя.

7. Должно быть реализовано проведение целенаправленных (планируемых) машинных экспериментов с моделью системы с использованием аналитико-имитационного подхода при наличии ограниченных вычислительных ресурсов.

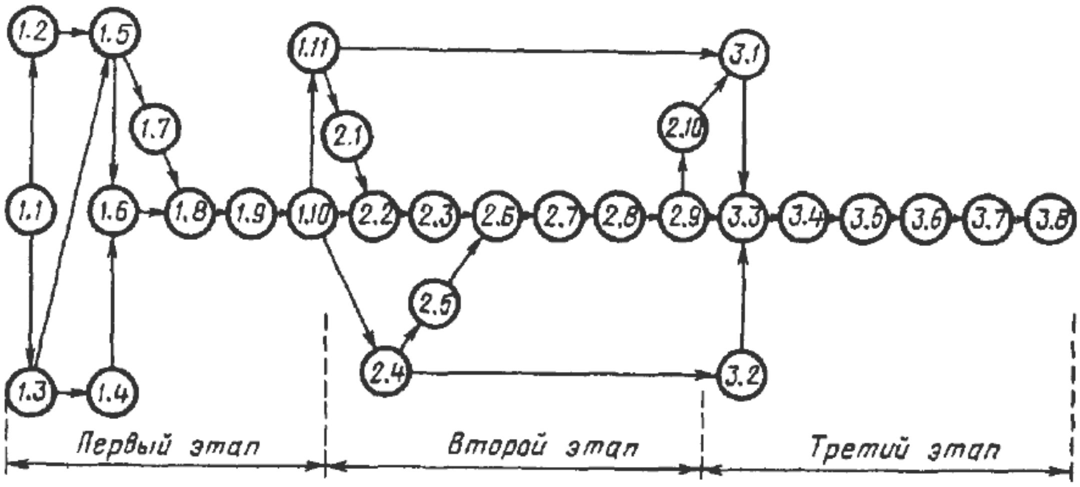


Рис. 3.1. Взаимосвязь этапов моделирования систем

го графика, показанного на рис. 3.1. Перечислим эти подэтапы: 1.1 — постановка задачи машинного моделирования системы; 1.2 — анализ задачи моделирования системы; 1.3 — определение требований к исходной информации об объекте моделирования и организация ее сбора; 1.4 — выдвижение гипотез и принятие предположений; 1.5 — определение параметров и переменных модели; 1.6 — установление основного содержания модели; 1.7 — обоснование критериев оценки эффективности системы; 1.8 — определение процедур аппроксимации; 1.9 — описание концептуальной модели системы; 1.10 — проверка достоверности концептуальной модели; 1.11 — составление технической документации по первому этапу; 2.1 — построение логической схемы модели; 2.2 — получение математических соотношений; 2.3 — проверка достоверности модели системы; 2.4 — выбор инструментальных средств для моделирования; 2.5 — составление плана выполнения работ по программированию; 2.6 — спецификация и построение схемы программы; 2.7 — верификация и проверка достоверности схемы программы; 2.8 — проведение программирования модели; 2.9 — проверка достоверности программы; 2.10 — составление технической документации по второму этапу; 3.1 — планирование машинного эксперимента с моделью системы; 3.2 — определение требований к вычислительным средствам; 3.3 — проведение рабочих расчетов; 3.4 — анализ результатов моделирования системы; 3.5 — представление результатов моделирования; 3.6 — интерпретация результатов моделирования; 3.7 — подведение итогов моделирования и выдача рекомендаций; 3.8 — составление технической документации по третьему этапу.

Таким образом, процесс моделирования системы S сводится к выполнению перечисленных подэтапов, сгруппированных в виде трех этапов. На этапе построения концептуальной модели M_x и ее формализации проводится исследование моделируемого объекта с точки зрения выделения основных составляющих процесса его

8.2.ПОСТРОЕНИЕ КОНЦЕПТУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ И ИХ ФОРМАЛИЗАЦИЯ

На первом этапе машинного моделирования — построения *концептуальной модели* M_x системы S и ее формализации — формулируется модель и строится ее формальная схема, т. е. основным назначением этого этапа является переход от содержательного описания объекта к его математической модели, другими словами, процесс формализации. Моделирование систем на ЭВМ в настоящее время — наиболее универсальный и эффективный метод оценки характеристик больших систем. Наиболее ответственными и наименее формализованными моментами в этой работе являются проведение границы между системой S и внешней средой E, упрощение описания системы и построение сначала концептуальной, а затем формальной модели системы. Модель должна быть адекватной, иначе невозможно получить положительные результаты моделирования, т. е. исследование процесса функционирования системы на неадекватной модели вообще теряет смысл. Под адекватной моделью будем понимать модель, которая с определенной степенью приближения на уровне понимания моделируемой системы S разработчиком модели отражает процесс ее функционирования во внешней среде E.

Переход от описания к блочной модели. Наиболее рационально строить модель функционирования системы по блочному принципу. При этом могут быть выделены три автономные группы блоков такой модели. Блоки первой группы представляют собой имитатор воздействий внешней среды E на систему S; блоки второй группы являются собственно моделью процесса функционирования исследуемой системы S; блоки третьей группы — вспомогательными и служат для машинной реализации блоков двух первых групп, а также для фиксации и обработки результатов моделирования.

Рассмотрим механизм перехода от описания процесса функционирования некоторой гипотетической системы к модели этого процесса [29, 35]. Для наглядности введем представление об описа-

Таким образом, формализации процесса функционирования любой системы S должно предшествовать изучение составляющих его явлений. В результате появляется содержательное описание процесса, которое представляет собой первую попытку четко изложить закономерности, характерные для исследуемого процесса, и постановку прикладной задачи. Содержательное описание является исходным материалом для последующих этапов формализации: построения формализованной схемы процесса функционирования системы и математической модели этого процесса. Для моделирования процесса функционирования системы на ЭВМ необходимо преобразовать математическую модель процесса в соответствующий моделирующий алгоритм и машинную программу.

Подэтапы первого этапа моделирования. Рассмотрим более подробно основные подэтапы построения концептуальной модели M_x системы и ее формализации (см. рис. 3.1).

1.1. Постановка задачи машинного моделирования системы. Дается четкая формулировка задачи исследования конкретной системы S и основное внимание уделяется таким вопросам, как: а) признание существования задачи и необходимости машинного моделирования; б) выбор методики решения задачи с учетом имеющихся ресурсов; в) определение масштаба задачи и возможности разбиения ее на подзадачи.

Необходимо также ответить на вопрос о приоритетности решения различных подзадач, оценить эффективность возможных математических методов и программно-технических средств их решения. Тщательная проработка этих вопросов позволяет сформулировать задачу исследования и приступить к ее реализации. При этом возможен пересмотр начальной постановки задачи в процессе моделирования.

1.2. Анализ задачи моделирования системы. Проведение анализа задачи способствует преодолению возникающих в дальнейшем трудностей при ее решении методом моделирования. На рассматриваемом втором этапе основная работа сводится именно к проведению анализа, включая: а) выбор критериев оценки эффективности процесса функционирования системы S; б) определение эндогенных и экзогенных переменных модели M; в) выбор возможных методов идентификации; г) выполнение предварительного анализа содержания второго этапа алгоритмизации модели системы и ее машинной реализации; д) выполнение предварительного анализа содержания третьего этапа получения и интерпретации результатов моделирования системы.

1.3. Определение требований к исходной информации об объекте моделирования и организация ее сбора. После постановки задачи моделирования системы S определяются требования к информации, из которой получают качественные и количественные исходные данные, необходимые для решения этой задачи. Эти данные помогают глубоко разобраться в сущности задачи, методах ее решения. Таким образом, на этом подэтапе проводится: а) выбор необходимой информации о системе S и внешней среде E; б) подготовка априорных данных; в) анализ имеющихся экспериментальных данных; г) выбор методов и средств предварительной обработки информации о системе.

При этом необходимо помнить, что именно от качества исходной информации об объекте моделирования существенно зависят как адекватность модели, так и достоверность результатов моделирования.

1.4. Выдвижение гипотез и принятие предположений. Гипотезы при построении модели системы S служат для заполнения «пробелов» в понимании задачи исследователем. Выдвигаются также гипотезы относительно возможных результатов моделирования системы S, справедливость которых проверяется при проведении машинного эксперимента. Предположения предусматривают, что некоторые данные неизвестны или их нельзя получить. Предположения могут выдвигаться относительно известных данных, которые не отвечают требованиям решения поставленной задачи. Предположения дают возможность провести упрощения модели в соответствии с выбранным уровнем моделирования. При выдвижении гипотез и принятии предположений учитываются следующие факторы: а) объем имеющейся информации для решения задач; б) подзадачи, для которых информация недостаточна; в) ограничения на ресурсы времени для решения задачи; г) ожидаемые результаты моделирования.

Таким образом, в процессе работы с моделью системы S возможно многократное возвращение к этому подэтапу в зависимости от полученных результатов моделирования и новой информации об объекте.

1.5. Определение параметров и переменных модели. Прежде чем перейти к описанию математической модели, необходимо определить параметры системы h_k, $k=\overline{1, n_H}$, входные и выходные переменные x_i, $i=\overline{1, n_X}$, y_j, $j=\overline{1, n_Y}$, воздействия внешней среды v_l, $l=\overline{1, n_V}$. Конечной целью этого подэтапа является подготовка к построению математической модели системы S, функционирующей во внешней среде E, для чего необходимо рассмотрение всех параметров и переменных модели и оценка степени их влияния на процесс функционирования системы в целом. Описание каждого параметра и переменной должно даваться в следующей форме: а) определение и краткая характеристика; б) символ обозначения и единица измерения; в) диапазон изменения; г) место применения в модели.

1.6. Установление основного содержания модели. На этом подэтапе определяется основное содержание модели и выбирается метод построения модели системы, которые разрабатываются на основе принятых гипотез и предположений. При этом учитываются следующие особенности: а) формулировка задачи моделирования системы; б) структура системы S и алгоритмы ее поведения, воздействия внешней среды E; в) возможные методы и средства решения задачи моделирования.

1.7. Обоснование критериев оценки эффективности системы. Для оценки качества процесса функционирования моделируемой системы S необходимо выбрать некоторую совокупность критериев оценки эффективности, т. е. в математической постановке задача сводится к получению соотношения для оценки эффективности как функции параметров и переменных системы. Эта функция представляет собой поверхность отклика в исследуемой области изменения параметров и переменных и позволяет определить реакцию системы. Эффективность системы S можно оценить с помощью интегральных или частных критериев, выбор которых зависит от рассматриваемой задачи.

1.8. Определение процедур аппроксимации. Для аппроксимации реальных процессов, протекающих в системе S, обычно используются три вида процедур: а) детерминированную; б) вероятностную; в) определения средних значений.

При детерминированной процедуре результаты моделирования однозначно определяются по данной совокупности входных воздействий, параметров и переменных системы S. В этом случае отсутствуют случайные элементы, влияющие на результаты моделирования. Вероятностная (рандомизированная) процедура применяется в том случае, когда случайные элементы, включая воздействия внешней среды E, влияют на характеристики процесса функционирования системы S и когда необходимо получить информацию о законах распределения выходных переменных. Процедура определения средних значений используется тогда, когда при моделировании системы интерес представляют средние значения выходных переменных при наличии случайных элементов.

1.9. Описание концептуальной модели системы. На этом подэтапе построения модели системы: а) описывается концептуальная модель M_x в абстрактных терминах и понятиях; б) дается описание модели с использованием типовых математических схем; в) принимаются окончательно гипотезы и предположения; г) обосновывается выбор процедуры аппроксимации реальных процессов при построении модели. Таким образом, на этом подэтапе проводится подробный анализ задачи, рассматриваются возможные методы ее решения и дается детальное описание концептуальной модели M_x, которая затем используется на втором этапе моделирования.

1.10. Проверка достоверности концептуальной модели. После того как концептуальная модель M_x описана, необходимо проверить достоверность некоторых концепций модели перед тем, как перейти к следующему этапу моделирования системы S. Проверять достоверность концептуальной модели достаточно сложно, так как процесс ее построения является эвристическим и такая модель описывается в абстрактных терминах и понятиях. Один из методов проверки модели M_x — применение операций обратного перехода, позволяющий проанализировать модель, вернуться к принятым аппроксимациям и, наконец, рассмотреть снова реальные процессы, протекающие в моделируемой системе S. Проверка достоверности концептуальной модели M_x должна включать: а) проверку замысла модели; б) оценку достоверности исходной информации; в) рассмотрение постановки задачи моделирования; г) анализ принятых аппроксимаций; д) исследование гипотез и предположений.

Только после тщательной проверки концептуальной модели M_x следует переходить к этапу машинной реализации модели, так как ошибки в модели M_x не позволяют получить достоверные результаты моделирования.

1.11. Составление технической документации по первому этапу. В конце этапа построения концептуальной модели M_x и ее формализации составляется технический отчет по этапу, который включает в себя: а) подробную постановку задачи моделирования системы S; б) анализ задачи моделирования системы; в) критерии оценки эффективности системы; г) параметры и переменные модели системы; д) гипотезы и предположения, принятые при построении модели; е) описание модели в абстрактных терминах и понятиях; ж) описание ожидаемых результатов моделирования системы S.

Составление технической документации — обязательное условие успешного проведения моделирования системы S, так как в процессе разработки модели большой системы и ее машинной реализации принимают участие на различных этапах коллективы специалистов разных профилей (начиная от постановщиков задач и кончая программистами) и документация является средством обеспечения их эффективного взаимодействия при решении поставленной задачи методом моделирования.

8.3.АЛГОРИТМИЗАЦИЯ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ И ИХ МАШИННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

На втором этапе моделирования — этапе алгоритмизации модели и ее машинной реализации — математическая модель, сформированная на первом этапе, воплощается в конкретную машинную модель. Этот этап представляет собой этап практической деятельности, направленной на реализацию идей и математических схем в виде машинной модели $M_м$ процесса функционирования системы S. Прежде чем рассматривать подэтапы алгоритмизации и машинной реализации модели, остановимся на основных принципах построения моделирующих алгоритмов и формах их представления [4, 36, 37, 53].

Принципы построения моделирующих алгоритмов. Процесс функционирования системы S можно рассматривать как последовательную смену ее состояний $\vec{z}=z(z_1(t),\ z_2(t),\ \ldots,\ z_k(t))$ в k-мерном пространстве. Очевидно, что задачей моделирования процесса фукционирования исследуемой системы S является построение функций z, на основе которых можно провести вычисление интересующих характеристик процесса функционирования системы. Для этого должны иметься соотношения, связывающие функции z с переменными, параметрами и временем, а также начальные условия $\vec{z}^{\,0}=z(z_1(t_0), z_2(t_0), \ldots, z_k(t_0))$ в момент времени $t=t_0$.

Рассмотрим процесс функционирования некоторой детерминированной системы S_D, в которой отсутствуют случайные факторы, т. е. вектор состояний такой системы можно определить из (2.3) как $\vec{z}=\Phi(\vec{z}^{\,0},\ \vec{x},\ t)$. Тогда состояние процесса в момент времени $t_0+j\Delta t$

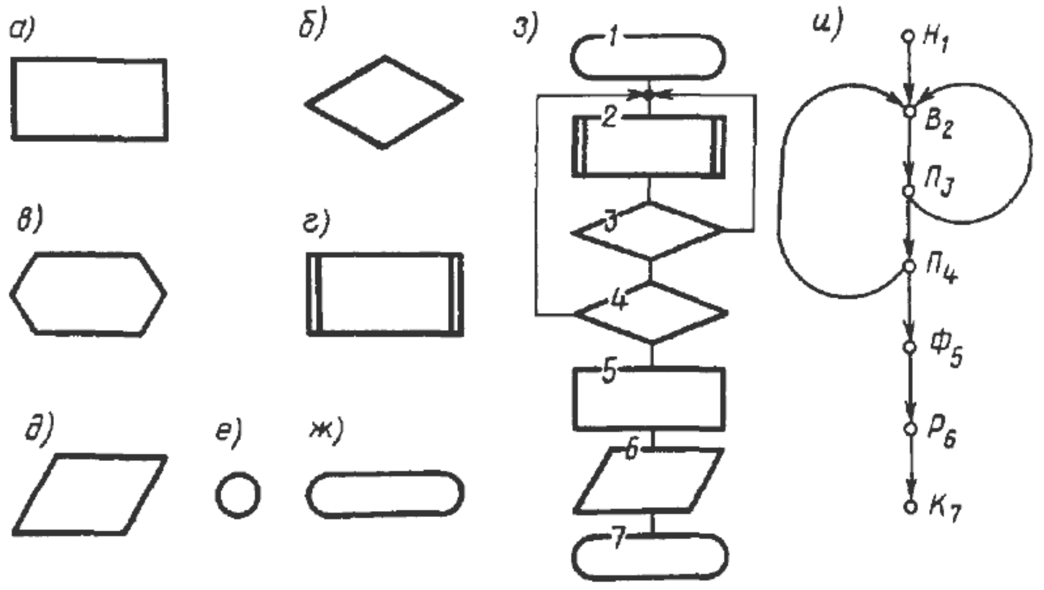


Рис. 3.3. Символы и схемы моделирующих алгоритмов

Пример изображения схемы моделирующего алгоритма показан на рис. 3.3, *з*.

Обычно схема является наиболее удобной формой представления структуры моделирующих алгоритмов. В ряде случаев используются и другие формы представления моделирующих алгоритмов, например форма *граф-схем* (рис. 3.3, *и*). Здесь H_i — начало, K_i — конец, B_i — вычисление, $Ф_i$ — формирование, $П_i$ — проверка условия, C_i — счетчик, P_i — выдача результата, $i=\overline{1,\ g}$, где g — общее число операторов моделирующего алгоритма. В качестве пояснения к граф-схеме алгоритма в тексте дается раскрытие содержания операторов, что позволяет упростить представление алгоритма, но усложняет работу с ним.

Моделирующие алгоритмы могут быть также представлены в виде операторных схем [4]. Обозначения операторов на такой схеме соответствуют обозначениям для граф-схем. Для рассмотренного примера операторная схема алгоритма имеет вид

$$H_1^{3,\,4}B_2П_3П_4Ф_5P_6K_7.$$

Более подробно с формой представления логической структуры моделирующих алгоритмов и машинных программ познакомимся при рассмотрении имитационных моделей процессов функционирования различных систем и способов их реализации на ЭВМ.

Подэтапы второго этапа моделирования. Рассмотрим подэтапы, выполненные при алгоритмизации модели системы и ее машинной реализации, обращая основное внимание на задачи каждого подэтапа и методы их решения.

2.1. Построение логической схемы модели. Рекомендуется строить модель по блочному принципу, т. е. в виде некоторой совокупности стандартных блоков. Построение модели систем S из таких

8.4.ПОЛУЧЕНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

На третьем этапе моделирования — этапе получения и интерпретации результатов моделирования — ЭВМ используется для проведения рабочих расчетов по составленной и отлаженной программе. Результаты этих расчетов позволяют проанализировать и сформулировать выводы о характеристиках процесса функционирования моделируемой системы S.

Особенности получения результатов моделирования. При реализации моделирующих алгоритмов на ЭВМ вырабатывается информация о состояниях процесса функционирования исследуемых систем $z(t) \in Z$. Эта информация является исходным материалом для определения приближенных оценок искомых характеристик, получаемых в результате машинного эксперимента, т. е. критериев оценки. *Критерием оценки* будем называть любой количественный показатель, по которому можно судить о результатах моделирования системы. Критериями оценки могут служить показатели, получаемые на основе процессов, действительно протекающих в системе, или получаемых на основе специально сформированных функций этих процессов [4, 29, 35].

В ходе машинного эксперимента изучается поведение исследуемой модели M процесса функционирования системы S на заданном интервале времени $[0, T]$. Поэтому критерий оценки является в общем случае векторной случайной функцией, заданной на этом же интервале:

$$\vec{q}(t) = (q_1(t), q_2(t), \ldots, q_n(t)).$$

Часто используют более простые критерии оценки, например вероятность определенного состояния системы в заданный момент времени $t^* \in [0, T]$, отсутствие отказов и сбоев в системе на интервале $[0, T]$ и т. д. При интерпретации результатов моделирования вычисляются различные статистические характеристики закона распределения критерия оценки.

Рассмотрим общую схему фиксации и обработки результатов моделирования системы, которая приведена на рис. 3.4. Будем рассматривать гипотетическую модель M, предназначенную для исследования поведения системы S на интервале времени $[0, T]$. В общем случае критерием интерпретации результатов моделирования является нестационарный случайный n-мерный процес $\vec{q}(t)$, $0 \leqslant t \leqslant T$. Полагаем для определенности, что состояние моделируемой системы S проверяется каждые Δt временных единиц, т. е. используется «принцип Δt». При этом вычисляют значения $\vec{q}(j\Delta t)$, $j=\overline{0,\ k}$, критерия $\vec{q}(t)$. Таким образом, о свойствах случайного процесса $\vec{q}(t)$ судят по свойствам случайной последовательности $\vec{q}(j\Delta t)$, $j=\overline{0,\ k}$, или, иначе говоря, по свойствам m-мерного вектора вида

$$\vec{q}=(\vec{q}(0), \vec{q}(\Delta t), ..., \vec{q}\ [(k-1)\Delta t],$$
$$\vec{q}(T)),\ m=n(k+1),\ T=k\Delta t.$$

Процесс функционирования системы S на интервале $[0, T]$ моделируется N-кратно с получением независимых реализаций $\vec{q}_i$, $i=\overline{1,\ N}$, вектора $\vec{q}$. Работа модели на интервале $[0, T]$ называется *прогоном модели*.

На схеме, изображенной на рис. 3.4, обозначено: $I \equiv i$; $J \equiv j$; $K \equiv k$; $N \equiv N$; $T \equiv t$; $DT \equiv \Delta t$; $Q \equiv q$.

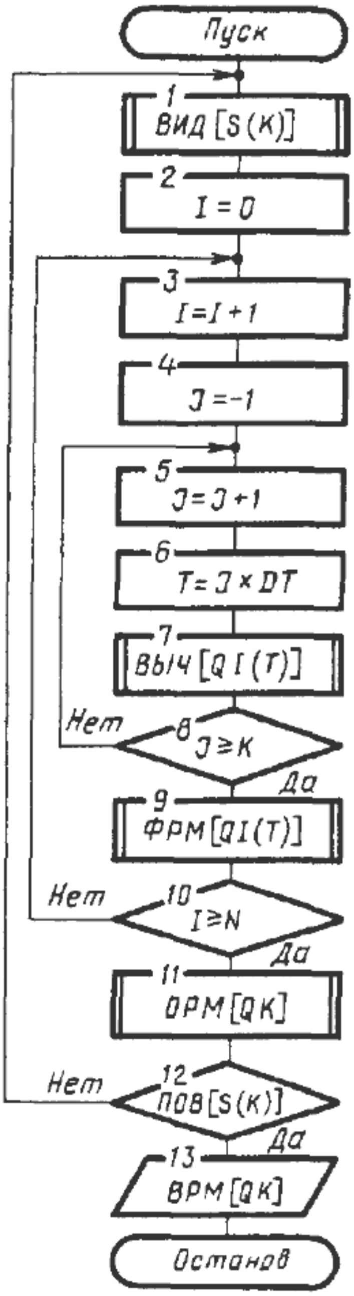


Рис. 3.4. Алгоритм фиксации и обработки результатов моделирования системы

В общем случае алгоритмы фиксации и статистической обработки данных моделирования содержат три цикла. Полагаем, что имеется машинная модель $M_м$ системы S.

Внутренний цикл (блоки *5 — 8*) позволяет получить последовательность $\vec{q}_i(t)=\vec{q}(j\Delta t)$, $j=\overline{0,\ k}$ в моменты времени $t=0$, Δt, $2\Delta t$, $\cdots$, $k\Delta t=T$. Основной блок *7* реализует процедуру вычисления последовательности $\vec{q}_i(t)$: ВЫЧ $[QI(T)]$. Именно в этом блоке имитируется процесс функционирования моделируемой системы S на интервале времени $[0, T]$.

Промежуточный цикл (блоки *3 — 10*), в котором организуется N-кратное повторение прогона модели, позволяющее после соответствующей статистической обработки результатов судить об оценках характеристик моделируемого варианта системы. Окончание моделирования варианта системы S может определяться не только заданным числом реализаций (блок *10*), как это показано на схеме, но и заданной точностью результатов моделирования. В этом цикле содержится блок *9*, реализующий процедуру фиксации

3.4. Анализ результатов моделирования системы. Чтобы эффективно проанализировать выходные данные, полученные в результате расчетов на ЭВМ, необходимо знать, что делать с результатами рабочих расчетов и как их интерпретировать. Эти задачи могут быть решены на основании предварительного анализа на двух первых этапах моделирования системы S. Планирование машинного эксперимента с моделью $M_м$ позволяет вывести необходимое количество выходных данных и определить метод их анализа. При этом необходимо, чтобы на печать выдавались только те результаты, которые нужны для дальнейшего анализа. Также необходимо полнее использовать возможности ЭВМ с точки зрения обработки результатов моделирования и представления этих результатов в наиболее наглядном виде. Вычисление статистических характеристик перед выводом результатов из ЭВМ повышает эффективность применения машины и сводит к минимуму обработку выходной информации после ее вывода из ЭВМ.

3.5. Представление результатов моделирования. Как уже отмечалось, необходимо на третьем этапе моделирования уделить внимание форме представления окончательных результатов моделирования в виде таблиц, графиков, диаграмм, схем и т. п. Целесообразно в каждом конкретном случае выбрать наиболее подходящую форму, так как это существенно влияет на эффективность их дальнейшего употребления заказчиком. В большинстве случаев наиболее простой формой считаются таблицы, хотя графики более наглядно иллюстрируют результаты моделирования системы S. При диалоговых режимах моделирования наиболее рациональными средствами оперативного отображения результатов моделирования являются средства мультимедиа технологии.

3.6. Интерпретация результатов моделирования. Получив и проанализировав результаты моделирования, их нужно интерпретировать по отношению к моделируемому объекту, т. е. системе S. Основное содержание этого подэтапа — переход от информации, полученной в результате машинного эксперимента с моделью $M_м$, к информации применительно к объекту моделирования, на основании которой и будут делаться выводы относительно характеристик процесса функционирования исследуемой системы S.

3.7. Подведение итогов моделирования и выдача рекомендаций. Проведение этого подэтапа тесно связано с предыдущим вторым этапом (см. п. 3.3). При подведении итогов моделирования должны быть отмечены главные особенности, полученные в соответствии с планом эксперимента над моделью $M_м$ результатов, проведена проверка гипотез и предположений и сделаны выводы на основании этих результатов. Все это позволяет сформулировать рекомендации по практическому использованию результатов моделирования, например на этапе проектирования системы S.

3.8. Составление технической документации по третьему этапу. Эта документация должна включать в себя: а) план проведения

9. ПОНЯТИЕ АГРЕГАТИВНОЙ МОДЕЛИ

9.1.ПОНЯТИЕ АГРЕГАТ В ТЕОРИИ СИСТЕМ

Пусть T – фиксированное подмножество действительных чисел (множество рассматриваемых моментов времени), X,U,Y,Z – множества любой природы. Элементы указанных множеств назовем: tОT – моментом времени; *xОX;* входным сигналом; *uОU*- управляющим сигналом; yОY – выходным сигналом; zОZ состоянием. Состояния, входные, управляющие и выходные сигналы, рассматриваемые как функции времени, обозначим z(t), *x*(t), u(t) и y(t).

Под агрегатом будем понимать объект <T,X,U,Y,Z,H,G> (11.1), где H,G – операторы (вообще говоря, случайные). Операторы переходов и выходов H и G реализуют функции z(t) и y(t). Структура этих операторов собственно и выделяет агрегаты среди прочих систем.

Предположение 1. Будем предполагать, что за конечный интервал времени в агрегат поступает конечное число входных и управляющих сигналов и вырабатывается конечное число выходных сигналов.

Операторы переходов. Наряду с состоянием z(t) будем рассматривать также точки z(t+0). Договоримся считать, что для любого t_1>t момент (t+0)О(t,t_1]. Вид оператора H зависит от того, содержит ли рассматриваемый интервал времени моменты т.н. особых состояний агрегата или не содержит. Под особыми состояниями будем понимать его состояния в момент получения входного либо управляющего сигналов или выдачи выходного сигнала. Все остальные состояния агрегата будем называть неособыми.

Предположение 2. Из особых состояний агрегат может переходить в новое состояние скачком.

Пусть z(t*) – некоторое особое состояние агрегата, а u_s – последний управляющий сигнал u_sОU. Примем следующие обозначения для операторов, являющихся частными видами оператора H и определяющих состояние агрегата в момент t*+0. Если t* - момент поступления входного сигнала *x*, то

z(t*+0)=Vў[z(t*),*x*,u_s] (11.2)

Аналогично, если t* - момент поступления управляющего сигнала u, то

z(t*+0)=Vўў[z(t*),u] (11.3)

При одновременном поступлении *x* и u

z(t*+0)=V [z(t*),*x*,u] (11.4)

Наконец, если t* - момент выдачи выходного сигнала y, то

z(t*+0)=W[z(t*),u_s] (11.5)

В интервале между особыми состояниями, значение z(t) определяется при помощи операторов U, вид которых в общем случае зависит от особого состояния, являющегося для данного интервала времени начальным состоянием:

z(t*+0)= U_{t*} [t,z(t*+0),u_s] (11.6)

Здесь t* - момент особого состояния, являющегося исходным для данного интервала времени. Естественно, замечания о том, что H является случайным оператором, без изменений переносится на его частные виды U,Vў,Vўў,V и W.

Оператор выходов. Во множестве Z состояний z(t) агрегата выделим класс подмножеств {Z_y}, обладающих следующими свойствами. Выходной сигнал y выдается в момент tў в тех случаях, когда: 1) z(tў)ОZ_y; z(tў-0)ПZ_y и 2) z(tў+0)ОZ_y, но z(t')ПZ_y. Тогда, оператор G можно представить в виде совокупности 2 операторов: Gў, вырабатывающего выходной сигнал

y=Gў[z(tў),u_s] (11.7)

и Gўў, проверяющего для каждого t принадлежность z(t) к одному из подмножеств Z_y. Заметим, что в общем случае, оператор Gў является случайным оператором. Это значит, что данным t,z(t),u ставится в соответствие не одно определенное значение выходного сигнала, а некоторое множество значений y с соответствующим распределением вероятностей, задаваемых оператором Gў.

В некоторых случаях в качестве одной составляющих z(t), например z_1(t), можно рассматривать время, оставшееся до выдачи выходного сигнала. Тогда оператор Gўў проверяет неравенство z_1(t)>0.

Процесс функционирования агрегата. Агрегат функционирует следующим образом. В начальный момент времени t_0 заданы начальное состояние агрегата z_0 и начальное значение управляющего сигнала u_0.

9.2.МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АГРЕГАТА

Целью моделирования в любом случае является получение характеристик, определяемых состояниями системы. Для этого необходимо фиксировать в процессе моделирования достаточно полную информацию о состояниях системы в соответствующие моменты модельного времени. Применительно к агрегату это означает, что необходимо получать значения состояний z(t) для некоторых моментов времени интервала исследования (0,T). Выше было показано, что вид оператора H, решающего эту задачу, зависит от того, поступают или нет входные и управляющие сигналы в течение рассматриваемого интервала времени. Моменты поступления x и u играют значительную роль с точки зрения построения моделирующего алгоритма. В частности, мы будем рассматривать моделирование как последовательную цепь переходов из одного особого состояния агрегата в другое, причисляя условно к особым состояниям и z(0). Вид моделирующего алгоритма существенно зависит от того, известны ли заранее моменты поступления *x*и u и вообще моменты последующих особых состояний. С этой точки зрения следует иметь в виду два случая. Первый связан с рассмотрением агрегата, для которого законы поступления входных и управляющих сигналов заданы. В этом случае, очевидно, для моделирования агрегата, кроме описания самого агрегата, необходимо иметь исчерпывающее описание входных и управляющих сигналов, как воздействий внешней среды. Второй случай - рассмотрение агрегата, для которого входные и управляющие сигналы вырабатываются в процессе моделирования как выходные сигналы других агрегатов. Рассмотрим более подробно первый случай.

Итак, изучаем процесс функционирования агрегата в интервале времени (0, T). Совокупности входных и управляющих сигналов, поступающих в агрегат в течение интервала времени (0, T), считаем известными. Весьма важным является вопрос о способах ввода в модель входных и управляющих сигналов. Возможные варианты:

1. Входные и управляющие сигналы записываются в памяти машины в виде таблицы, содержащей для всех моментов значения параметров сигналов. Данные из таблицы автоматически выбираются по ходу моделирования (если не очень много сигналов и их параметров).

2. Генерирование сигналов при помощи случайных чисел. Моменты поступления сигналов в агрегат представляются в виде потока однородных событий, задаваемого соответствующим законом распределения интервалов времени между последовательными моментами. Другие параметры сигнала следует при этом задавать условным законом распределения при условии, что момент поступления сигнала задан. Тогда моделирование совокупности сигналов сводится к моделированию потока однородных событий и реализаций случайного вектора, заданного условным законом распределения.

Существенные особенности возникают лишь в том случае, когда входной (или управляющий) сигнал приходит от нескольких источников. Чтобы учесть такого рода обстоятельства, необходимо к подалгоритмам модели, формирующей входные и управляющие сигналы, построить дополнительный подалгоритм – сортировщик, который будет располагать сигналы, вырабатываемые различными источниками, в единую последовательность по времени. Перейдем к рассмотрению структуры моделирующего алгоритма. Введем следующие операторы:

Ф1 – формирование очередного момента Дi поступления в агрегат управляющего сигнала;

P2 – проверка условия Дi d T, где T – граница интервала (0, T) изучения агрегата;

F3 – подстановка вместо Дi величины T+b (b>0);

A4 – запоминание величины Дi ;

P5 – проверка условия i > 1;

P6 – проверка условия tj < Дi, где tj – момент поступления входного сигнала, и определение tвх = min (Дi, tj);

Ф7 – формирование очередного момента tj поступления в агрегат входного сигнала;

P8 – проверка условия tj < T;

A9 – запоминание величины tj;

F10 – подстановка вместо tj величины T+b (b>0);

F11 – формирование признака j = 0 – «ближайшим сигналом будет управляющий сигнал», $t_{вх}$ = Дi ;

F12 – формирование признака j = 1 – «ближайшим сигналом будет входной сигнал», tвх = tj ;

Ф13 – формирование оператора U_{t0} для определения состояний z(t) агрегата в промежутках между особыми состояниями;

A14 – определение ближайшего момента tвых выдачи выходного сигнала (реализация оператора G");

P15 – проверка условия tвых d tвх, где под tвх понимается меньшее из Дi и tj ;

Ф16 – определение состояния агрегата в момент tвых (реализация оператора Ut0);

Ф17 – формирование выходного сигнала y (реализация оператора G');

Ф18 – формирование состояния z(tвых + 0) после выдачи выходного сигнала (реализация оператора W);

P19 – проверка принадлежности состояния z(tвых + 0) подмножеству Zy (реализация оператора G");

P20 – проверка условия tвх < T;

Ф21 – определение состояния агрегата z(tвх) в момент tвх (реализация оператора Ut0);

P22 – проверка условия j > 0 (ближайшим сигналом является входной сигнал);

Ф23 – формирование управляющего сигнала g;

Ф24 – определение состояния z(Дi + 0) агрегата после управляющего сигнала (реализация оператора V");

P25 – проверка принадлежности состояния z(Дi + 0) подмножеству Zy (реализация оператора G");

Ф26 – формирование входного сигнала x;

Ф27 – определение состояния z(tj + 0) агрегата после входного сигнала (реализация оператора V');

P28 – проверка принадлежности состояния z(tj + 0) подмножеству Zy (реализация оператора G");

F29 – подстановка вместо t_0 момента t_{oc} последнего особого состояния (tвх, tвых или t=0);

Ф30 – определение состояния агрегата z(T) в момент T окончания моделирования (реализация оператора Ut0);

A31 – фиксация результатов, полученных при моделировании данной реализации процесса;

К32 – счетчик количества N реализаций (выполняет операцию N= N+1);

P33 – проверка условия N<N*, где N* - заданное количество реализаций;

F34 - переход к моделированию очередной реализации;

A25 – обработка результатов моделирования;

Я36 – выдача.

При перечислении операторов использованы следующие обозначения:

A – вычислительные операторы;

Ф – операторы формирования реализаций случайных процессов;

F – операторы формирования неслучайных величин;

P – логические операторы;

Я – оператор, означающий окончание вычислений.

9.3.КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫЕ АГРЕГАТЫ

Как показывает анализ моделирующих алгоритмов, можно добиться их существенных упрощений, если рассматривать объекты чуть более частные, чем агрегат общего вида, но сохраняющие такую важную его особенность, как возможность описания достаточно широкого класса реальных систем. Практически удобным для формализации чрезвычайно широкой совокупности разнообразных процессов и явлений материального мира являются так называемые кусочно-линейные агрегаты (КЛА), к описанию которых мы и приступим.

Для поставленных здесь задач достаточно считать, что на агрегат не поступают управляющие сигналы u, а поступают лишь входные сигналы *x* (не ограничивает общности, в качестве *x*можно рассматривать входной сигнал в широком смысле ($\bar{x}$)). Итак, мы рассматриваем агрегат как объект, который в каждый момент времени tхарактеризуется внутренним состоянием z(t), имеет вход и выход. На вход агрегат в изолированные моменты времени могут поступать сигналы, с выхода могут сниматься выходные сигналы. Класс кусочно-линейных агрегатов выделяется с помощью конкретизации структуры множеств Z,X,Y а также операторов H и G. Опишем данную конкретизацию.

9.4.ПРОЦЕСС ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КЛА

Опишем сначала динамику КЛА, т.е. процесс изменения внутренних состояний во времени, в предположении отсутствия поступления *x*. В предыдущей терминологии, определим действия оператора U. Пусть в начальный момент времени t_0 агрегат находится в состоянии $z(t_0)=(n,z^{(n)}(0))$, где $z^{(n)}(0)$- внутренняя точка многогранника $Z^{(n)}$. Тогда при $t>t_0$ точка $z^{(n)}(t)$ перемещается внутри многогранника $Z^{(n)}$ до тех пор, пока не достигнет его границы. Пусть это произойдет в момент t_1, который назовем «опорным». Тогда при t_0<tJt_1, Dt=t-t_0 «движение» агрегата описывается следующими законами:

n(t)=n=const(11.27),

данному значению n соответствует вектор $a^{(n)}$размерности ||n|| и

$z^{(n)}(t)=z^{(n)}(0)$+DtЧ$a^{(n)}$. (11.28)

Значение опорного момента t_1 определяется траекторией z(t), вернее её некоторыми параметрами и может быть найдено из соотношения

t_1=*inf*{t:$z^{(n)}(0)+(t-t_0)a^{(n)}$П$Z^{(n)}$, t>$t_0$}, (11.29)

Динамика КЛА описана полностью. В виде КЛА могут быть формализованы многие реальные процессы: процессы передачи и обмена данными в сетях связи, системы массового обслуживания и материально-технического снабжения, процессы автомобильного движения на дорогах, разнообразные дискретные производственные процессы, вычислительные системы и т.д. При этом всюду основные состояния агрегата указывают на качественно различные состояния моделируемых объектов. Дополнительные же координаты характеризуют происходящие количественные изменения и часто носят сугубо вспомогательный характер, «вбирая» в себя необходимую информацию о предыстории модели. Следует отметить, что представление реальных систем в форме КЛА неоднозначно, поскольку неоднозначно могут быть выбраны состояния агрегатов. Выбор же состояний определяется как целями исследования, так и стремлением уменьшить размерность задачи. При этом всегда приходится идти на компромисс между точностью описания и полнотой получаемой информации с одной стороны и простотой модели – с другой.

9.5.ПРИМЕРЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИСТЕМ В ВИДЕ КЛА

Пример 1. Вероятностный автомат. Рассмотрим конечный асинхронный вероятностный автомат Мура, т.е. такой, который не имеет «жесткой» тактности, а изменяет свое состояние всякий раз, когда поступает входной сигнал. Синхронный автомат получается, если потребовать, чтобы входные сигналы поступали в моменты t=1,2,… Пусть Z_a – конечное множество внутренних состояний автомата, X_a – его входной (конечный) алфавит, Y_a – его выходной (конечный) алфавит. Для определенности будем считать, что

Z_a={1,2,…N}, X_a={1,2,..K}, Y_a={1,2,..M}.

Динамика автомата описывается следующим образом. Если в момент t состояние автомата $z_a(t)=i$и поступил входной сигнал, $x_a(t)$=k, то состояние $z_a(t+0)$=j выбирается случайно с вероятностью $p_{ij}^{(k)}$, $p_{ij}^{(k)}$ i0,

$$\sum_{j=1}^{N} p_{ij}^{(k)} = 1$$

при любом k, 1JkJK. Выходной сигнал y_aOY_a, выдаваемый в этот момент, является однозначной функцией «нового» состояния j: y_a=m=Ф(j), где Ф- некоторая детерминированная функция с областью определения Z_a и множеством значений Y_a. Представим этот автомат в виде кусочно-линейного агрегата. В качестве множества входных сигналов X КЛА возьмем X_a, а в качестве выходных сигналов Y – множество Y_a. За множество Iосновных состояний КЛА выберем Z_a и будем считать ||n||=0 при всех nOI, т.е. вектор дополнительных координат $z^{(n)}$ не определяется. При таком выборе состояния КЛА не определяются многогранники $Z^{(n)}$, отпадают вопросы о движении внутри многогранника, выходе на границу и связанного с ним распределения P_1.

Все движение рассматриваемого КЛА состоит из скачков состояния при поступлении входных сигналов, причем ввиду отсутствия вектора дополнительных. координат речь идет лишь о скачках основного состояния n. Т.о., требуется задать лишь распределение P_2. Оно совпадает с рассмотренным выше распределением $p_{ij}^{(k)}$. Содержание же выходного сигнала, выдаваемого в момент поступления входного, определяется только функцией Ф. Вообще, если предположить, что $||n||=0$, $||l||=0$, $||m||=0$ " n,a,m, то легко видеть, что КЛА превращается в вероятностный автомат весьма общего вида.

10. ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

10.1.ОСНОВНОЙ ПОДХОД К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Существует большое разнообразие типов и классов моделей. Ни один из способов классификации не дает полную картину и не отражает всех свойств используемых моделей, т.к. характеризует только отдельные признаки модели.

Рассмотрим основные типы моделей, разделяющиеся по основным системным признакам:

- физические (натурные) и математические (символьные);
- одномерные и многомерные;
- статические и динамические;
- детерминированные и стохастические;
- линейные и нелинейные;
- дискретные и непрерывные;
- стационарные и нестационарные;
- сосредоточенные и распределенные;
- характеристики типа «вход - выход» и описание в пространств состояний;
- структурированные и агрегированные;
- параметрические и непараметрические.

Одномерными называют объекты, имеющие один вход и один выход, многомерные (многосвязные) объекты имеют несколько входов и несколько выходов.

Объект называется динамическим, если его выходное воздействие зависит не только от входного воздействия в текущий момент времени, но и от предыдущих значений входа. Это означает, что объект обладает инерционностью (памятью). Математические модели динамических объектов задают его поведение во времени.

Объект называется статическим, если его реакция на входное воздействие не зависит от предыстории, от поведения системы в прошлом, а также от предыдущих значений входа. Статические системы обладают мгновенной реакцией на входное воздействие. Статические модели описывают процессы, не изменяющиеся во времени, т.е. поведение объекта в установившихся режимах.

10.2.СТАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Статическая характеристика объекта – это зависимость между входными и выходными сигналами в установившемся режиме. Аналитически, в общем случае, уравнение модели статического объекта имеет вид нелинейной функции многих переменных:

$$y = f(u). \tag{2.4}$$

Во многих практических случаях общую нелинейную функцию (2.4) удается параметризовать некоторым вектором a, тогда эта зависимость принимает вид

$$y = f(u, a), \tag{2.5}$$

и задача идентификации сводится к определению неизвестных параметров a. Частным случаем параметрических моделей [57] являются модели, линейные относительно оцениваемых параметров:

$$y = a_0 + \sum_i a_i f_i(u), \tag{2.6}$$

где $f_i(u) = f_i(u_1, u_2, ... u_n)$ - заданная система векторных линейно независимых функций.

Моделью статического линейного многомерного объекта с n входами и m выходами является система линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} y_1 = a_{10} + a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + ... + a_{1n}u_n; \\ .... \\ y_m = a_{m0} + a_{m1}u_1 + a_{m2}u_2 + ... + a_{mn}u_n, \end{cases} \tag{2.7}$$

где a_{ij} - неизвестные параметры модели, подлежащие определению.

В векторной форме система (2.7) имеет вид

$$y = a_0 + Au, \tag{2.8}$$

где u и y - вектора входных и выходных воздействий; a_0 и A - соответственно вектор и матрица коэффициентов модели, подлежащие идентификации.

Для моделей статических объектов часто применяют разложения по ортогональным семействам функций на заданном интервале наблюдения, где в качестве ортогональных полиномов, применяются полиномы Фурье, Чебышева, Лагерра и др.

10.3.ЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ НЕПРЕРЫВНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Линейные динамические непрерывные модели в теории управления могут быть заданы в следующих формах [6, 18]:

а) Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y(t) =$$

$$= b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \ldots + b_0 u(t), \qquad (2.9)$$

где $a_i, b_j,\ i = 0,1,...n;\ j = 0,1,...m$ - параметры модели, подлежащие идентификации. Для большинства реальных физически реализуемых систем управления $m \le n$.

Для описания конкретного переходного процесса к дифференциальному уравнению (2.9) добавляются условия однозначности – начальные условия, - задающие значения выходной величины и ее $n-1$ производных в нулевой момент времени $\frac{d^i y(0)}{dt^i}$, $i = 0,1,...n-1$.

б) Передаточные функции

Если к дифференциальному уравнению (2.9) задать нулевые начальные условия, то, применяя преобразование Лапласа, получают передаточную функцию линейного объекта в следующем виде:

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i p^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i p^i}, \qquad (2.10)$$

где p - комплексная переменная – параметр преобразования Лапласа.

При описании объектов, обладающих транспортным запаздыванием τ, в общем случае, дифференциальное уравнение (2.9) принимает вид:

$$a_n \frac{d^n y(t-\tau)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t-\tau)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y(t-\tau) =$$

$$= b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \ldots + b_0 u(t), \qquad (2.11)$$

а передаточная функция, соответственно, определяется выражением:

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i p^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i p^i} \cdot e^{-p\tau}. \qquad (2.12)$$

в) Уравнения в пространстве состояний

Динамические процессы, наряду с дифференциальным уравнением n-го порядка (2.9), также можно описать системой n обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} u_j, \quad i = 1,2,\ldots n. \qquad (2.13)$$

Вводя в описание вектор состояний системы, представим модель в пространстве состояний в следующей матричной форме:

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x_0,\ t \ge t_0 \\ &y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t), \end{aligned} \qquad (2.14)$$

где $x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \ldots \quad x_n(t)]^T$ - вектор состояний размерностью n; $u(t) = [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \ldots \quad u_m(t)]$ - вектор входов размерностью m; $y(t) = [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \ldots \quad y_p(t)]^T$ - вектор выходов размерностью p; $A(t)$– матрица динамики системы размерностью $[n \times n]$; $B(t)$ – распределительная матрица размерностью $[n \times m]$; $C(t)$ – выходная матрица (матрица наблюдений) размерностью $[p \times n]$; $D(t)$– матрица «вход-выход» размерностью $[p \times m]$.

Наиболее распространенной формой математической модели линейной динамической системы в пространстве состояний является система двух векторных уравнений (2.14). Первое уравнение - дифференциальное - задает поведение системы во времени, второе - алгебраическое – устанавливает связь выходной величины с вектором состояний и со входом.

С учетом воздействия внешней среды, при наличии входной аддитивной помехи $v(t)$ и погрешностей измерения $\eta(t)$ базовая формулировка модели имеет вид:

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t) + V(t)v(t); \quad x(t_0) = x_0;\ t \ge t_0; \\ &y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) + \eta(t), \end{aligned} \tag{2.15}$$

где, помимо рассмотренных ранее обозначений, также присутствуют:

$v(t)$– k-мерный вектор случайных воздействий - помех; $V(t)$ - матрица размерностью $[n \times k]$, описывающая канал прохождения помехи; $\eta(t)$– p- мерный вектор шумов измерения.

Воздействия $v(t)$ и $\eta(t)$, как правило, полагаются гауссовскими случайными процессами в виде белого шума.

Рассмотренная модель (2.15) может быть представлена следующей структурной схемой в пространстве состояний:

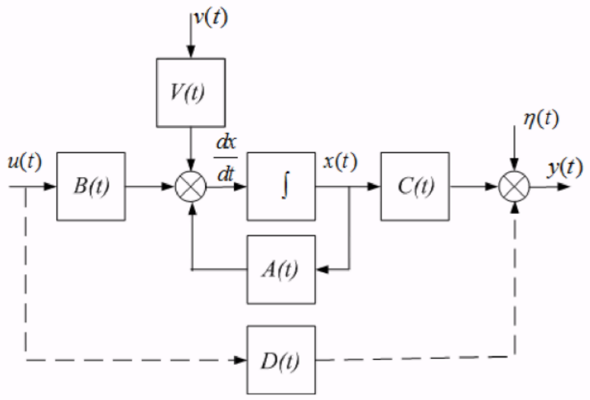


Рисунок 2.1
Структурная схема линейной динамической системы в пространстве состояний при учете воздействий внешней среды
$\int$ – матричный интегратор

10.4.ЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ДИСКРЕТНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Структурное представление модели (2.22) приведено на рисунке 2.2.

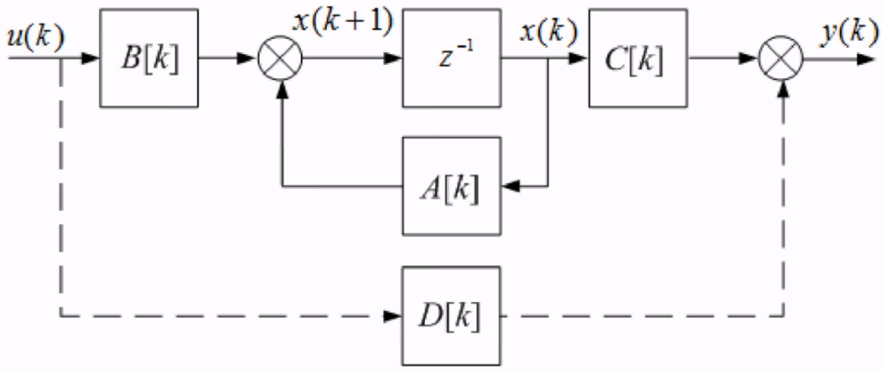


Рисунок 2.2
Дискретная модель объекта в пространстве состояний

б) Авторегрессионные модели со скользящим средним

При анализе стохастических систем исходные данные являются результатом цифровой обработки отдельных реализаций случайного процесса. В соответствии с этим, в современной теории цифровых систем получили широкое распространение цифровые параметрические стохастические модели авторегрессии и скользящего среднего (АРСС-модели). Эти модели используются для изучения временных рядов, определения статистических характеристик этих рядов и широко применяются в управлении, экономике, при обработке звуковых сигналов [4, 12, 15, 28, 53]. Они достаточно просты, удобны в приме-

При использовании АРСС-моделей предполагают, что система подвержена влиянию внешних помех типа белого шума $e(k)$, действие которых можно отобразить аддитивной случайной составляющей выходного сигнала $y(k)$, соответствующей прохождению белого шума через фильтр с некоторой передаточной функцией $W_{\phi}(z^{-1}) = \dfrac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})}$ [25, 26, 27, 49]. Структурная схема такой модели может быть представлена в следующей форме:

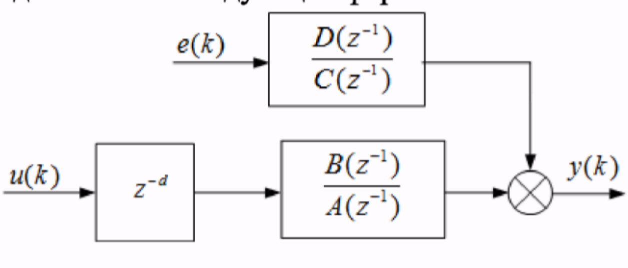


Рисунок 2.3
Структурная схема полной модели дискретного объекта управления

10.6.НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Класс нелинейных динамических систем по сравнению с линейными значительно шире, т.к. в этих системах протекают многообразные явления и процессы, нехарактерные для линейных систем. Вследствие этого для описания таких систем становится неприменим математический аппарат теории линейных систем. Поэтому при решении задачи получения математических моделей нелинейных систем используются следующие два основных подхода [64]. Один подход заключается в получении приближенного математического описания линеаризованной модели, в определенном смысле эквивалентной исходной нелинейной модели, с помощью методов линеаризации: гармонической, статистической, малых приращений. Наиболее применим такой подход для объектов, имеющих гладкие характеристики, и процессов, протекающих при небольших отклонениях и возмущениях относительно номинальных режимов функционирования.

При втором подходе математическая модель рассматривается как существенно нелинейная. В этом случае наиболее распространенными видами моделей являются следующие.

11. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ, ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

11.1.АНАЛОГОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Аналоговое моделирование является основой для исследования сложных систем управления, которые не могут быть выполнены традиционными методами. При аналоговом моделировании уравнение исследуемой системы отображается физическими методами из экспериментов, которые происходят в схеме, составленной из элементов аналоговых вычислительных машин (АВМ), и описываются теми же уравнениями. В большинстве случаев используются операционные усилители, резисторы и конденсаторы.

Процесс аналогового моделирования состоит из следующих этапов:

1. *Конкретизация условий задачи.* Прежде всего, целесообразно выяснить ожидаемый характер процесса, описываемого искомым решением. Характер процесса (сходящийся, расходящийся, колебательный) определяется устойчивостью или неустойчивостью системы, описываемой этим уравнением. Во всех случаях желательно иметь сведения о пределах изменения переменных величин и их производных.
2. *Приведение уравнения к виду, удобному для моделирования.* При моделировании дифференциальных уравнений задача сводится к получению выражений для старших производных.
3. *Составление структурной схемы.* Первый вариант схемы необходимо проанализировать для выяснения возможностей улучшения. Улучшения сводятся к минимизации числа вычислительных блоков, нагрузки каждого из них, а так же числа входов сумматоров и сумматоров – интеграторов; желательно избегать при аналоговом моделировании вхождения в конечную схему элемента дифференцирования.
4. *Масштабирование.* После составления окончательной структурной схемы необходимо получить параметры аналоговых элементов, которые должны быть положительными, так как диапазон изменения моделируемых величин велик, а диапазон изменения напряжения операционных элементов АВМ гораздо ниже.
5. *Набор и решение задачи.* Набор задачи означает коммутацию вычислительных блоков соответственно структурной схеме, установку коэффициентов передачи решающих усилителей, настройку блоков нелинейностей, ввод начальных условий.

6. *Фиксация решения.*

Подобие оригинала и модели заключается в сходственности их математических описаний, обеспечиваемой реализацией модели соединением вычислительных блоков согласно так называемой схеме набора. При составлении структурных схем следует стремиться к уменьшению числа вычислительных блоков, их входных цепей и разветвлений, исключению операций дифференцирования, устранению замкнутых контуров, не содержащих интеграторов. Соблюдение этих требований способствует повышению точности моделирования.

Для реализации любой из этих систем в аналоговом виде необходимо располагать некоторой исходной информацией, а именно:

- тип системы – линейная, нелинейная;
- порядок линейного звена;
- значения постоянных времени и коэффициентов передачи линейной части;
- тип нелинейности;
- параметры нелинейности;

После того как было проведено разбиение системы на звенья, можно приступать к составлению конечной схемы. Схема составляется по следующим правилам:

1. количество вычислительных блоков должно быть как можно меньшим;
2. все элементы должны быть одного или близкого по допускам и применению типа;
3. желательно использовать высокоточные электрические элементы;
4. нежелательно использовать бывшие в употреблении и просроченные элементы;
5. необходимо располагать звенья конечной схемы в порядке возрастания порядка постоянных времени, составляющих звено.

Эти правила являются основными для аналогового моделирования и помогают получить наиболее точную реализацию системы с наименьшей погрешностью.

11.2.ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ДИСКРЕТНОГО ЭКВИВАЛЕНТА ИНТЕГРАЛА ДЮАМЕЛЯ

Данный алгоритм основан на использовании интеграла Дюамеля (интеграла свертки):

$$y(t) = \int_0^{\infty} k(\tau) \times x(t-\tau) \times d\tau, \qquad (2.4)$$

Интеграл Дюамеля является сверткой входного сигнала $x(t)$ и весовой функции $k(\tau)$ объекта и характеризует количественную связь между входным и выходным сигналами $y(t)$ при известной весовой характеристике.

Выражение (2.4), используя теорему Котельникова-Шеннона, можно представить в дискретном виде:

$$y(i\Delta T) = \Delta T \times \sum_{j=0}^{i} k(j\Delta T) \times x((i-j)\Delta T), \qquad (2.5)$$

где $i = 0 \ldots N-1$.

Количество отсчетов определяется по формуле:

$$N = \frac{t}{\Delta T}, \qquad (2.6)$$

где t – необходимое время моделирования.

При исследовании динамических систем часто используется дискретный аналог тестовых сигналов:

- Импульсного сигнала:

$$\delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta T}, t = 0 \\ 0, t \neq 0 \end{cases}; \qquad (2.7)$$

- Или ступенчатого сигнала:

$$1(t)=\begin{cases}0, t<0\\ 1, t\geq 0\end{cases}. \qquad (2.8)$$

11.3.МОДЕЛИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРРЕНТНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Главный недостаток цифрового моделирования с помощью интеграла Дюамеля – необходимость иметь полную выборку входного сигнала для получения хотя бы одного отсчета выходного сигнала. В системах реального времени это неприемлемо, так как время обработки сигнала, как правило, ограничено. Применение метода Z-преобразования позволяет строить алгоритмы моделирования с минимальной задержкой на обработку входной информации.

Метод Z-преобразований позволяет:

- разработать специализированный алгоритм для универсальной ЭВМ;
- разработать структуру специального вычислителя для обработки сигнала по заданной передаточной функции (осуществить так называемый синтез цифровых фильтров).

Основной характеристикой линейных динамических систем является передаточная функция системы

$$W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}, \qquad (3.1)$$

При переходе к дискретным системам либо дискретным методам моделирования аналоговых систем, возникает задача построения дискретного аналога передаточной функции, в частности, при применении метода Z-преобразования — системной функции:

$$W(Z)=\frac{Y(Z)}{X(Z)}, \qquad (3.2)$$

Необходимо отметить, что сущность цифровых методов моделирования состоит в замене процессов в непрерывных линейных системах процессами в эквивалентных дискретных линейных системах, поведение которых можно описать рекуррентными разностными уравнениями. Для одной и той же непрерывной линейной системы при разных интервалах дискретизации ΔT будут получены разные дискретные аналоги и соответственно разные рекуррентные разностные уравнения.

Следует отметить, что для получения дискретного аналога для моделирования системы могут использоваться различные методы Z-преобразования в зависимости от способа численного интегрирования. Наиболее упрощенным способом определения эквивалентной дискретной передаточной функции является замена оператора Лапласа.

Основным законом, определяющим состояние физической системы, является интегратор, который не позволяет мгновенно изменяться выходной величине.

$$\frac{dy(t)}{dt}=f(t)\to\frac{y(p)}{f(p)}=\frac{1}{p};$$

$$y(t)=\int_0^t f(\tau)d\tau .$$

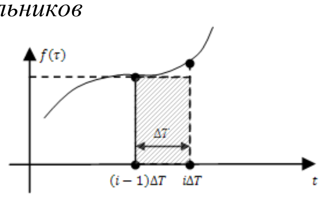
Но использование интегратора основано на физике перехода от непрерывной к дискретной передаточной функции.

Если рассматривать численные методы интегрирования, то суть их заключается в том, что значение интеграла вычисляется через дискретные значения интегрируемой переменной, в зависимости от метода или способа интегрирования.

$$y(i\Delta T)=y((i-1)T)+\int_{(i-1)T}^{i\Delta T} f(\tau)d\tau .$$

В зависимости от способа вычисления второго слагаемого разностное уравнение будет выглядеть по-разному.

Метод 1 – Метод нижних прямоугольников



Заменяем криволинейную трапецию прямоугольником с ординатой, равной начальному значению функции *y(t)* на интервале $((i-1)\Delta T; i\Delta T)$:

$$f((i-1)\Delta T)\cdot\Delta T=\int_{(i-1)\Delta T}^{i\Delta T} f(\tau)d\tau ,$$

откуда следует:

$$y(i\Delta T) = y((i-1)\Delta T) + \Delta T \cdot f((i-1)\Delta T).$$

Подвергаем обе части z-преобразованию $z^{-k}F(z) \div \to f((i-k)\Delta T)$

$$Y(z) = Y(z) \cdot z^{-1} + \Delta T \cdot z^{-1} F(z).$$

Отсюда дискретная передаточная функция интегратора:

$$\frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{\Delta T \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{\Delta T}{z-1}.$$

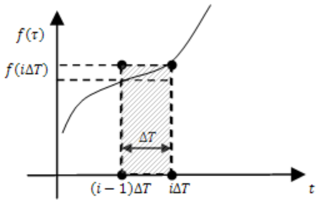
Считая ΔT достаточно малым, получаем:

$$\frac{Y(p)}{F(p)} \approx \frac{Y(z)}{F(z)} \quad \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{\Delta T}{z-1}$$

Дискретный интегратор называется *дигратором.* Идеальная передаточная функция дигратора $\frac{z}{z-1}$, а мы получили $\frac{\Delta T}{z-1}$, поэтому получаем:

$$p \approx \frac{z-1}{\Delta T}. \qquad (3.12)$$

Метод 2 – Метод верхних прямоугольников:



Заменяем криволинейную трапецию прямоугольником с ординатой, равной конечному значению функции *y(t)* на интервале $((i-1)\Delta T; i\Delta T)$:

$$f(i\Delta T) \cdot \Delta T = \int_{(i-1)\Delta T}^{i\Delta T} f(\tau) d\tau,$$

откуда следует:

$$y(i\Delta T) = y((i-1)\Delta T) + f(i\Delta T) \cdot \Delta T.$$

Подвергаем обе части z-преобразованию:

$$Y(z) = Y(z) \cdot z^{-1} + \Delta T \cdot F(z).$$

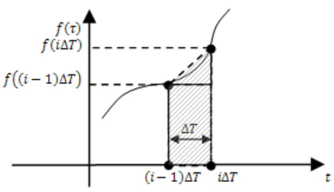
Отсюда дискретная передаточная функция интегратора:

$$\frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{\Delta T}{1 - z^{-1}} = \frac{\Delta T \cdot z}{z-1} \approx \frac{1}{p}.$$

Считая ΔT достаточно малым, получаем:

$$p \approx \frac{z-1}{\Delta T \cdot z}. \qquad (3.13)$$

Метод 3 – Метод трапеций:



Метод трапеций наиболее точный. Заменяем криволинейную трапецию на прямоугольную в интервале $((i-1)\Delta T; i\Delta T)$:

$$\frac{\Delta T}{2} \cdot \left(f((i-1)\Delta T) + f(i\Delta T) \right) = \int_{(i-1)\Delta T}^{i\Delta T} f(\tau) d\tau,$$

откуда следует:

$$y(i\Delta T) = y((i-1)\Delta T) + \frac{\Delta T}{2} \cdot \left(f((i-1)\Delta T) + f(i\Delta T) \right).$$

Подвергаем обе части z-преобразованию:

$$Y(z)=Y(z)\cdot z^{-1}+\frac{\Delta T}{2}\cdot F(z)\cdot\left(z^{-1}+1\right).$$

Отсюда дискретная передаточная функция интегратора:

$$\frac{Y(z)}{F(z)}=\frac{\Delta T}{2}\cdot\frac{\left(1+z^{-1}\right)}{1-z^{-1}}=\frac{\Delta T}{2}\cdot\frac{z+1}{z-1}\approx\frac{1}{p};$$

$$p\approx\frac{2}{\Delta T}\cdot\frac{z-1}{z+1}. \qquad (3.14)$$

Формулы (3.12), (3.13) и (3.14) являются билинейными преобразованиями и называются формулами Гастена.

11.4.ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

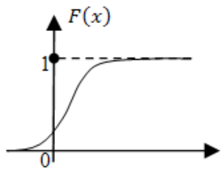
Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное заранее неизвестное значение.

Если в ряде наблюдений случайные величины занимают отдельное изолированное друг от друга значение, которое можно перечислить, называются *случайными дискретными значениями*.

Случайные величины, которые заранее не могут быть перечислены и которые непрерывно занимают весь промежуток, называются *случайными непрерывными величинами.*

Всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайных величин называют *законом распределения случайной величины*. Количественный закон распределения выражается в двух формах:

Вероятность события используется как для непрерывной, так и для дискретной случайной величины. Вероятность события, которая зависит от некоторой переменной, называется *функцией распределения случайной величины.*

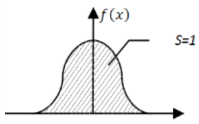


$F(-\infty)=0;$

$F(+\infty)=1;$

$F(x)=p(x\in X)$, где p – вероятность события.

Для непрерывной случайной величины наиболее часто используется производная от функции распределения, которая называется плотностью распределения случайной величины.



$f(x)=F(x);$

$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)=1.$

Закон распределения, выраженный в одной из этих форм, дает исчерпывающую характеристику случайной величины с вероятностной точки зрения.

Для того чтобы экспериментально определить закон распределения, а именно плотность распределения строят *гистограмму случайной величины*.

Построение гистограммы осуществляем следующим образом:

1. Весь диапазон изменения величины разбивается на ряд одинаковых по величине интервалов. Количество интервалов определяем выражением $n=E\{1+3{,}22\lg N\}$, где $E\{\cdot\}$- целая часть числа, N – количество значений полученных в ходе наблюдений.
2. Определяется ширина интервалов: $\Delta y=\dfrac{y_{\max}-y_{\min}}{n}$, где $y_{\max}$ и $y_{\min}$ - максимальное и минимальное значение последовательности соответственно.
3. Каждая величина последовательности или выборки попадает в один интервал j с вероятностью $P_j=\dfrac{H_j}{N}$, где H_j - количество попаданий в интервал. $\left(\sum\limits_{j=1}^{n}P_j=1\right)$.
4. Строится гистограмма по полученным значениям вероятности каждого интервала.

При решении практических задач знание законов распределения является недостижимым, а иногда просто неудобным. В этих случаях указывают отдельные характеристики, которые и определяют основные черты закона распределения. Наиболее распространенными являются математическое ожидание и дисперсия.

Математическое ожидание – это сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятность их появления

$$M[x] = m_x = \sum_i x_i \cdot p_i.$$

Характеризует среднее значение случайной величины на числовой оси, около которого группируются все возможные значения случайной величины.

Для непрерывной случайной величины математическое ожидание определяется по формуле:

$$M[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx.$$

Если имеется выборка непрерывных случайных величин, полученная в ходе эксперимента, то математическое ожидание определяют как выборочное среднее по формуле:

$$m_x = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i}{N}, \qquad (5.1)$$

где x_i – наблюдаемое значение в ходе эксперимента, N - количество значений.

Дисперсия определяет рассеивание значений случайной величины около ее математического ожидания

$$D[x] = D_x = M\left[(x - m_x)^2\right] \qquad (5.2)$$

Для дискретных случайных величин:

$$D_x = \sum_i (x_i - m_x)^2 \cdot p_i.$$

Для непрерывных случайных величин:

$$D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - m_x)^2 \cdot f(x) \cdot dx.$$

Для выборочных значений случайной величины, полученных в ходе эксперимента:

$$D_x = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m_x)^2}{N}.$$

Так как дисперсия характеризуется величиной второго порядка, то удобнее пользоваться характеристикой, которая имеет размерность равную размерности случайной величины. Для этого используют *среднее квадратичное отклонение*

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}. \qquad (5.3)$$

11.5.МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С РАВНОМЕРНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Все методы моделирования случайных сигналов основаны на преобразовании по определённым алгоритмам простейших случайных сигналов. Одним из простейших случайных сигналов является случайная величина, равномерно распределённая в интервале [0,1]. Известны три способа моделирования простейших случайных сигналов:

1. Аппаратный - с использованием датчика случайных чисел - внешнего устройства ЭВМ;
2. Табличный - с занесением в память ЭВМ таблиц случайных чисел и выборка их по мере необходимости;
3. Программный - вычисление последовательности случайных чисел по рекуррентным формулам.

Требования, предъявляемые к алгоритму получения случайных чисел:

1. Последовательность псевдослучайных чисел должна хорошо аппроксимировать последовательность случайных чисел заданного закона распределения.
2. Слабая корреляция между числами.
3. Простота алгоритма.

Существуют три *конгруэнтных* метода получения непрерывных псевдослучайных последовательностей с равномерным законом распределения:

1. Мультипликативный (умножение):

$$x[i] = a \cdot x[i-1] \cdot (\bmod m); \qquad (5.4)$$

2. Аддитивный (сложение):

$$x[i] = (x[i-2] + x[i-1]) \cdot (\bmod m); \qquad (5.5)$$

3. Смешанный:

$$x[i] = (a \cdot x[i-1] + c) \cdot (\bmod m). \qquad (5.6)$$

Здесь *a, c, m* - неотрицательные целые числа, которые вместе с *x(0)* являются начальными значениями получения псевдослучайной последовательности. От этих чисел зависит качество получаемой псевдослучайной последовательности. В правых частях формул записана операция округления по модулю m, результат которой равен остатку от деления округляемых чисел на m. В общем случае алгоритм получения псевдослучайной последовательности по данным методам состоит из следующих этапов:

1. Выбираем в качестве *x(0)* нечетное число в пределах [0;m-1].
2. Вычисляется значение $a = 8t \pm t$, где t – любое положительное число. Если используется аддитивный метод, то выбирается $x(1) \in (0; m-1]$, как целое положительное число.
3. В зависимости от выбранного метода рассчитывается следующее случайное значение.
4. Этап 3 повторяется до тех пор, пока не будет найдено необходимое количество случайных значений.
5. Все полученные значения делим на величину $m-1$.

11.6.МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН ЗАДАННЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Пусть необходимо получить значения случайной величины распределенной в интервале *(a,b)* с заданной плотностью вероятности *f(x)*. Стандартный метод моделирования основан на том, что интегральная функция распределения любой непрерывной случайной величины равномерно распределена в интервале *(0,1)*

$$F(y) = \int_a^y f(x) \cdot dx. \qquad (5.7)$$

Тогда случайную величину заданным законом распределения *f(x)* можно определить следующим образом:

1. Получаем равномерно распределенную случайную величину γ в интервале *(0,1)*;
2. Полагаем, что $\gamma = F(\tau) = \int_0^\tau f(x)dx$;
3. Решая уравнение $\tau = F^{-1}(\gamma)$, находим искомое значение τ.

Такой способ получения случайной величины называется методом обратных функций.

В качестве примера рассмотрим получение случайной величины со следующим законом распределения

$$p(\tau) = \lambda \cdot e^{-\tau \cdot \lambda},$$

где λ - параметр распределения.

Следуя указанной методике, получаем

$$\gamma = \int_0^\tau \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} dx;$$

$$\gamma = 1 - e^{-\lambda \cdot \tau}.$$

Отсюда $\tau = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1-\gamma)$.

Так как величина $1-\gamma$ распределена точно так же, как и γ, то последнюю формулу можно переписать в виде

$$\tau = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \gamma.$$

Следует отметить, что не всегда возможно так легко разрешить получаемые уравнения. Чаще всего аналитическое решение не существует, и тогда приходиться прибегать к численному решению уравнения $\tau = F^{-1}(\gamma)$. Может оказаться и так, что алгоритм численного решения указанного уравнения будет достаточно сложным или требовать заметных затрат времени на вычисления. В этом заключается главный недостаток данного метода.

Моделирование нормально распределенной случайной величины X может быть осуществлено на основании *центральной предельной теоремы* теории вероятностей. Эта теорема утверждает, что закон распределения суммы независимых случайных величин стремится к нормальному при увеличении числа слагаемых. Для практического использования можно считать, что случайная величина $X = \sum_{i=1}^n \gamma_i$ распределена нормально при $n \ge 8$ с математическим ожиданием $M[x] = \frac{n}{2}$ и средним квадратичным отклонением $\sigma = \sqrt{\frac{n}{12}}$.

Так как моделирование любого нормального распределения с параметрами (m, σ) может быть осуществлено по следующей формуле:

$$\tau = m + \sigma \cdot \eta,$$

Где η - распределена нормально с параметрами (0,1), то нормально распределенные случайные величины с параметрами (0,1) можно вычислить по следующей приближенной формуле:

$$\eta = \left(\frac{12}{n}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i - \frac{1}{2} \cdot n\right).$$

11.7.АНАЛИЗ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При обработке результатов статистического моделирования или при обработке каких-либо ошибок, погрешности, навязок часто возникает следующая задача:

1. Экспериментальное определение эмпирического закона распределения случайной величины;
2. Проверка однородности распределения случайной величины;
3. Сравнение средних значений;
4. Вычисление коэффициентов связи случайной величины.

Эти задачи с точки зрения математической статистики являются типовыми задачами по проверке статистических гипотез.

Задача определения эмпирического закона распределения случайной величины является наиболее общей из перечисленных задач и при решении требует большого числа реализаций. По результатам эксперимента (моделирования) находят значение выборочного закона распределения $F_Э(x)$ или функции плотности $f_Э(x)$.

И при этом выдвигают нулевую гипотезу H_0, что полученное эмпирическое распределение согласуется с каким-либо теоретическим распределением. Проверяют эту гипотезу с помощью статистических критериев согласия при заданном уровне значимости α - вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы H_0. Чаще всего используют уровень значимости $\alpha = 0{,}05$. Это значит, что в 5 случаях из 100 неправильно приняли гипотезу.

Для принятия или опровержения гипотезы выбирают некоторую случайную величину u, которая характеризует степень расхождения теоретического и эмпирического законов распределения.

Если эта величина $u \le u_T$, то гипотеза H_0 не опровергается. Квантиль u_T выбирается из таблиц в зависимости от вида распределения и критерия согласия по уровню значимости α и по количеству степеней свободы *k*.

Критерий Колмогорова основан на выборе качества меры расхождения величины $D = \max[F_Э(x) - F(x)]$. Далее вычисляется $\delta = D \cdot \sqrt{N}$, где N – количество реализаций или количество отсчетов случайной или псевдослучайной величины. Если вычисленное значение $\delta \le \delta_T$, то гипотеза H_0 принимается и считается, что эмпирический закон распределения $F_Э(x)$ совпадает с теоретическим $F(x)$ при заданном уровне значимости.

Критерий согласия Пирсона основан на определении в качестве меры расхождения следующей величины

$$u = \chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{H_i - N \cdot P_i}{N \cdot P_i}, \qquad (5.8)$$

где H_i - количество значений случайной величины, которая попала в i-тый интервал при построении экспериментального закона распределения, n – количество интервалов, P_i – теоретическое значение вероятности попадания в i-тый интервал.

По уровню значимости α и по количеству степеней свободы $k=N-L-1$, где $L=1$, определяют теоретическое значение χ_T^2.

Если $\chi_T^2 > \chi^2$, то нулевая гипотеза о виде распределения не опровергается.

Схема проверки гипотезы совпадения теоретического и эмпирического закона распределения с помощью критерия χ^2 будет следующей:

1. Строится гистограмма псевдослучайной последовательности;
2. Определяется теоретическое значение вероятности попадания в каждый интервал:
   $$P_{TEOP.i} = \int_{x_i}^{x_i+\Delta x} f(z)dz, \qquad (5.9)$$ где $f(z)$- теоретический закон распределения, x_1 и Δx берется из пункта 1.
3. По формуле определяем экспериментальное значение
   $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(H_i - N \cdot P_{TEOP,i}\right)^2}{N \cdot P_{TEOP,i}}. \qquad (5.10)$$
4. По таблицам распределения χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$ и числа степеней свободы $k = N-2$ определяют теоретический квантиль, то есть χ_T^2.
5. Если выполняется условие $\chi_T^2 \ge \chi^2$, то с вероятностью 95% это распределение является применимым для описания полученной в ходе эксперимента случайной величины.

Также существуют и другие критерии для анализа экспериментальных данных случайной величины. Это критерий Смирнова об однородности функций распределения, критерий Стьюдента об однородности средних значений, критерий Фишера о проверке принадлежности двух выборок случайных величин к одной генеральной совокупности.

11.8.КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

С помощью корреляционного анализа можно установить, насколько тесна связь между двумя и более случайными величинами. Такой анализ сводится к оценке разброса значений относительно среднего значения. Существование такой связи можно выразить с помощью коэффициента корреляции:

$$r_{xy} = \frac{M\left[x - M[x]\right] \cdot M\left[y - M[y]\right]}{\sqrt{D[x] \cdot D[y]}},$$

где $M[x]$ - математическое ожидание, $D[x]$ – дисперсия.

Пусть результаты моделирования получены при N значений, тогда эту формулу можно представить в виде:

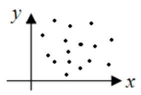
$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1}\left(x_i - m_x\right)\cdot\left(y_i - m_y\right)}{\left(\sum_{i=0}^{N-1}\left(x_i - m_x\right)^2 \cdot \sum_{i=0}^{N-1}\left(y_i - m_y\right)^2\right)^{1/2}}, \qquad (5.11)$$

где x_i и y_i - это случайные последовательности, полученные в ходе эксперимента, либо с помощью моделирования.

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot y_i - N \cdot m_x \cdot m_y}{\left(\left(\sum_{i=0}^{N-1} x_i^2 - N \cdot m_x^2\right)\cdot\left(\sum_{i=0}^{N-1} y_i^2 - N \cdot m_y^2\right)\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

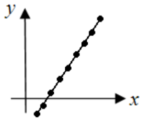
Рассмотрим случаи:

1. Если $r_{xy} = 0$:



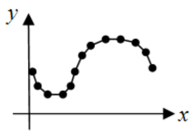
Это свидетельствует о взаимной независимости двух случайных величин.

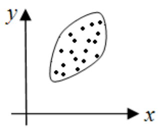
2. Если $\left|r_{xy}\right| = 1$:



Имеется функциональная линейная зависимость.

3. Если $\left|r_{xy}\right| \in (0,1)$:





Это свидетельствует либо о наличии линейной корреляции с рассеиванием, либо о наличии нелинейной связи.

Из-за влияния числа реализаций на оценку коэффициента корреляции необходимо убедиться в том, что коэффициент корреляции действительно отражает наличие значимой зависимости между исследуемыми переменными. Для этого определяют доверительные интервалы для найденного коэффициента корреляции.

Истинное значение коэффициента корреляции при уровне значимости $\alpha = 1 - \beta$ заключено в следующих пределах:

$$thz_1 < r_{xy} < thz_2, \qquad (5.12)$$

где гиперболический тангенс определяется по формуле:

$$thz = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}, \qquad (5.13)$$

тогда

$$z_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \ln\frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}} \mp \frac{U_{\left(\frac{1+\beta}{2}\right)}}{\sqrt{N-3}} - \frac{r_{xy}}{2\cdot(N-1)}. \qquad (5.14)$$

При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$: $U_{\left(\frac{1+\beta}{2}\right)} = 1{,}96$.

Таким образом, если найденный коэффициент корреляции r_{xy} лежит в пределах доверительного интервала, то найденное значение коэффициента корреляции с вероятностью 95% отражает корреляционную зависимость. Относительно хорошая степень приближения нормального распределения при относительно малых значениях коэффициента корреляции позволяет получить критерий проверки гипотезы об отсутствии корреляционной связи между величинами:

$$t_{(N-2)} = \frac{|r_{xy}| \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \quad \text{при } r_{xy} \approx 0,$$

где $\hat{t}_{(N-2)}$ распределена по закону Стьюдента с количеством степеней свободы *N-2*. Если $\hat{t}_{(N-2)} \le t_{\alpha/(N-2)}$, где $t_{\alpha/(N-2)}$ определяется по таблицам Стьюдента при уровне значимости α и числа степеней свободы *k=N-2*, то гипотеза об отсутствии корреляционной связи принимается.

12. МЕТОДЫ УПРОЩЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Когда полученная математическая модель является сложной, т.е. неразрешимой, разработчик прибегает к ее упрощению и использованию более глубокой абстракции. В практических задачах исследования процессов функционирования сложных систем часто желателен обратный процесс — процесс расширения модели. При этом начинают с построения простой модели, а затем усложняют ее. Эволюционный характер процесса конструирования модели упрощает решение поставленной задачи. Сначала решаются более простые задачи с помощью простой модели, а затем ставятся более сложные задачи, что требуют достижения большего соответствия между моделью и реальным объектом, что приводит к усложнению модели.

В обеих случаях возникает необходимость упрощения математических моделей объекта.

Наиболее распространенными являются следующие методы упрощения моделей:

1) расчленение сложной системы на ряд более простых подсистем (декомпозиция);

2) выделение существенных свойств и воздействий и учет остальных в параметрической форме (метод макромоделирования);

3) линеаризация нелинейных процессов в некоторой области изменения переменных;

4) приведение систем с распределенными параметрами к системам с сосредоточенными параметрами (введение более жестких предположений и ограничений);

5) пренебрежение динамическими свойствами процессов.

12.1.ДЕКОМПОЗИЦИЯ

Рис. 1.4.

В общем случае конечной целью декомпозиции является разбиение пространства переменных объекта (рис.1.4.) $\{y_1, y_2,..., y_n, u_1, u_2,..., u_r, x_1, x_2,..., x_m, z_1, z_2,..., z_l\}$ на q подпространств меньших размерностей, в которых учитывается только связь данного выхода y_i с соответствующими переменными. Если любой выход имеет связь с остальными выходами, то декомпозиция практически невозможна. Если общая модель объекта имеет вид неявного выражения достаточно большой размерности

$$F(\vec{y},\vec{u},\vec{x},\vec{z}) = 0 \quad (1.33)$$

и выходы y_i с объекта не имеют связи между собой, то сложную модель (1.33.) можно представить в виде совокупности эквивалентных ей *n* более простых частных моделей для каждого из выходов

$$\vec{y} = \vec{F}(\vec{u},\vec{x},\vec{z}), \quad (1.34.)$$

где $\vec{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n)$

Благодаря проведенной декомпозиции системы значительно облегчается задача ее теоретического исследования.

12.2.МАКРОМОДЕЛИРОВАНИЕ

При использовании метода макромоделирования в исходном пространстве переменных оставляются (т.е. учитываются) только те из них, которые влияют на выходные переменные наиболее сильно. Остальные неучтенные воздействия могут быть учтены в параметрической форме путем изменения коэффициентов при учтенных переменных (в случае мультипликативных воздействий) либо путем в ведения свободных членов (для аддитивных воздействий).

При построении упрощенных моделей с учетом только существенных факторов широко используется метод адаптивной модели, т.е. модели, коэффициенты которой подстраиваются таким образом, чтобы некоторая мера расхождения (невязка) выходов модели и объекта принимала допустимые (минимальные) значения. Для этого используют критерии минимизации невязок. Те переменные, которые стабилизируются и не приводят к изменению выходных переменных, в модели не отражаются. Структура упрощенной модели, называемой макромоделью, может быть трехканальной с каналом управления *u* и каналами контролируемых x и неконтролируемых z воздействий, двухканальной и одноканальной (рис. 1.5.)

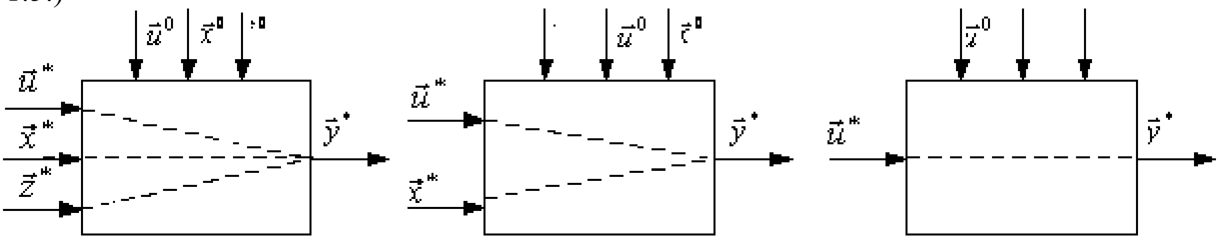


рис. 1.5

Учет возмущений $\vec{z}$ в двухканальных и $\vec{x}$ и $\vec{z}$ в одноканальных моделях производится параметрически засчет подстройки коэффициентов оставшихся каналов.

Полная математическая модель

$F(\vec{y},\vec{u},\vec{x},\vec{z}) = 0$. (1.35)

Трехканальная макромодель

$F(\vec{y}^*,\vec{u}^*,\vec{x}^*,\vec{z}^*,\vec{\alpha}) = 0$. (1.36)

Двухканальная макромодель

$F(\vec{y}^*,\vec{u}^*,\vec{x}^*,\vec{\alpha}) = 0$. (1.37)

Одноканальная макромодель

$F(\vec{y}^*,\vec{u}^*,\vec{\alpha}) = 0$, (1.38)

где $\vec{y}^* = (y_1, y_2, \dots, y_{n1}), \vec{u}^* = (u_1, u_2, \dots, u_{r1}), \vec{x}^* = (x_1, x_2, \dots, x_{m1}), \vec{z}^* = (z_1, z_2, \dots, z_{l1})$ - векторы контролируемых переменных, причем выполняются условия $n_1<n$, $m_1<m$, $r_1<r$, $l_1<l$, свидетельствующие о сокращении числа переменных в макромодели;

$\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots)$ - вектор настраиваемых коэффициентов;

$\vec{u}^0, \vec{x}^0, \vec{z}^0$ - векторы неконтролируемых переменных;

Рассмотрим в качестве примера идею одного из методов адаптации моделей (компенсационный метод)

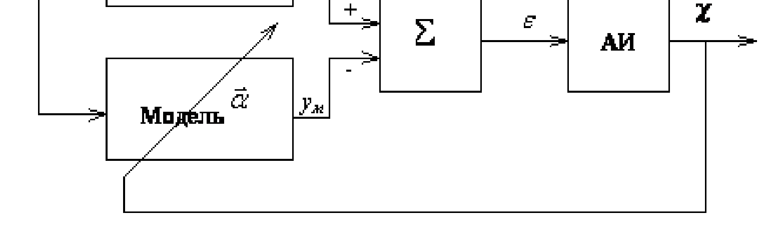


Рис. 1.6

На рис.1.6: $e = y - y_M$ сигнал рассогласования выходов объекта и модели;

АИ — алгоритм идентификации.

Алгоритм идентификации позволяет настраивать модель объекта по критерию минимума ошибки e путем изменения параметров a_1 a_2,... модели (a_i* оптимальное значение параметра a_i).

Приведенная выше схема работает хорошо, если на ее выход подаётся сигнал без помех. При наличии шума на входе ставится задача подавления помех, которую обычно решают с помощью дифференциальных схем, содержащих полосовые фильтры (дифференциальный метод).

12.3.ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

Линеаризация исходной нелинейной модели облегчает решение конкретной задачи исследования. Поэтому для упрощения моделирования и исследования, когда это возможно, желательно заменить нелинейное уравнение приближенным линейным, решение которого с достаточной степенью точности описывает свойство исходной нелинейной системы. Процесс замены нелинейной модели линейной называется линеаризацией.

Если дифференциальное уравнение объекта нелинейно из-за нелинейности его статической характеристики, то для линеаризации уравнения необходимо заменить нелинейную статическую характеристику $y = F(x)$ линейной функцией $y = a_0 + a_1x$.

Основное содержание идеи линеаризации состоит в том, что различие в решениях нелинейных уравнений и их линеаризованного представления не столь существенны, чтобы приводить к недопустимым ошибкам в смысле требований к точности решения поставленной задачи.

Возможна линеаризация нелинейной функции $F(\vec{x})$ при помощи секущей плоскости в многомерном пространстве, описываемой линейным уравнением

$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 +... + a_mx_m$,

коэффициенты которого определяются методом наименьших квадратов (МНК) так, чтобы получить хорошее приближение исходной и линеаризованной модели в некоторой области возможных изменений переменных.

Применение МНК к вычислению коэффициентов линеаризации существенным образом влияет на процедуру составления линейных уравнений. При таком подходе достаточно задаться структурой линеаризованного уравнения, т.е указать состав переменных, от которых должна зависеть исследуемая величина. Отсюда легко усматривается преимущество применения МНК для целей линеаризации: далеко не всегда можно дать точный вид функциональной связи между переменными в нелинейном виде. Для статистического подхода этого не требуется, достаточно знать даже не все, а лишь в основном определяющие переменные для описания свойств реального объекта. Это позволяет отказаться от процедуры построения нелинейных уравнений с последующим их преобразованием, так как можно сразу же отыскивать линейную связь между требуемыми по условию задачи переменными объектами.

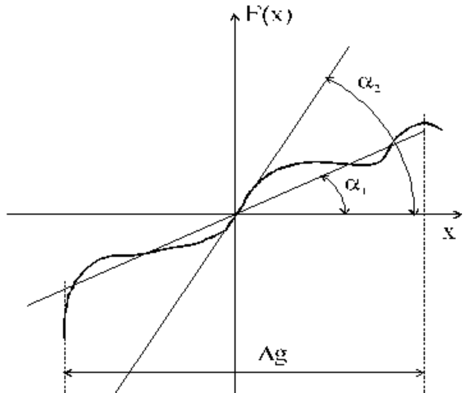


Рис 1.7

На рисунке 1.7 показана геометрическая интерпретация рассматриваемых способов линеаризации, где приняты следующие обозначения: a_1 - угол наклона секущей на интервале D_g (линеаризация МНК); a_2 - угол наклона касательной в точке x = 0 (линеаризация разложением в ряд Тейлора).

Из рис. 1.7 хорошо видно, что при использовании МНК обнаруживается возможность дать оценку допустимого диапазона линеаризации. Основой для этого служит свойство МНК определять наилучшие значения искомых коэффициентов линейной модели в принятом диапазоне.

Упрощение модели с распределенными параметрами. Характеристики состояния объекта могут зависеть не только от времени, но и от пространственных координат. Из множества объектов с распределёнными параметрами можно выделить объекты, параметры которых приводимы к сосредоточенным. Это такие объекты, для которых достаточно знать значения входных и выходных переменных в конечном числе фиксированных точек пространства. Например, линейные объекты с распределёнными параметрами структурно могут быть представлены в виде многомерного линейного объекта с сосредоточенными параметрами. Тогда процессы в таких объектах будут описаны совокупностью математических моделей, определяющих изменения только во времени исследуемых выходных величин объектов в каждой фиксированной точке пространства.

4.3. Лабораторные работы

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Наименование лабораторной работы*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1	**11.**	Аналоговое моделирование линейной динамической системы.	6	Работа в малых группах (3 часа)
2	**11.**	Моделирование линейной динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля.	6	Работа в малых группах (1 час)
3	**11.**	Моделирование линейной динамической системы с помощью рекуррентных разностных уравнений.	6	-
4	**11.**	Моделирование линейной динамической системы в пространстве состояния.	6	Работа в малых группах (3 часа)
		ИТОГО	**24**	**7**

4.4. Практические занятия

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Наименование практической работы*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1	**4.**	Математические модели линейных систем автоматического управления.	6	-
2	**7.**	Анализ точности систем автоматического управления.	6	-
3	**10.**	Исследование устойчивости систем автоматического управления.	12	Работа в малых группах (6 часов)
		ИТОГО	**24**	**6**

4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа (для заочной и формы заочной ускоренной обучения)

Цель: Закрепить теоретические знания в области статистического моделирования псевдослучайных последовательностей, познакомиться с получением равномерной распределенной псевдослучайной последовательности, используя метод обратных функций для заданного закона распределения, научиться определять основные статистические характеристики псевдослучайных последовательностей.

Структура: Каждое индивидуальное задание предполагает выполнение студентом следующих разделов:

1. Характеристики случайных величин
2. Моделирование случайных величин с равномерным законом распределения
3. Моделирование непрерывных случайных величин заданным законом распределения
4. Анализ обработки результатов статистического моделирования
5. Корреляционный анализ результатов моделирования

Основная тематика: Статистическое моделирование псевдослучайных последовательностей.

Рекомендуемый объем: Пояснительная записка объемом 15 - 20 страниц должна содержать титульный лист, задание, описание выполняемых действий по каждому разделу и полученные результаты.

График контрольных мероприятий

Выдача заданий и приём кр проводится в соответствии с календарным учебным графиком

Оценка	**Критерии оценки контрольной работы**
Зачтено	Во время защиты контрольной работы студент демонстрирует знание всех основных определений и продемонстрировал уверенное умение использовать методов выделения основных атрибутов и сущностей из предметной области, и способностью самостоятельно высказать мысль на научно-техническом языке.
Не зачтено	Во время защиты контрольной работы студент показал не полное понимание материала и навыков владения практическими приемами.

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Компетенции / *№, наименование разделов дисциплины*	*Кол-во часов*	*Компетенции*			*Σ комп.*	$t_{ср}$*, час*	*Вид учебных занятий*	*Оценка результатов*
		ОПК	*ПК*					
		5	*2*	*5*				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1. Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем.	5	+	+	+	3	1,7	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
2. Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.	5	+	+	+	3	1,7	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
3. Основные положения теории подобия.	5	+	+	+	3	1,7	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
4. Этапы математического моделирования.	11	+	+	+	3	3,6	Лк, ПЗ, СРС	ЭКЗАМЕН
5. Примеры построения и основные требования к математическим моделям.	5	+	+	+	3	1,7	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
6. Цели и задачи исследования математических моделей систем.	5	+	+	+	3	1,7	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
7. Общая схема разработки математических моделей.	11	+	+	+	3	3,7	Лк, ПЗ, СРС	ЭКЗАМЕН
8. Формализация процесса функционирования системы.	5	+	+	+	3	1,7	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
9. Понятие агрегативной модели.	4	+	+	+	3	1,3	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
10. Формы представления математических моделей.	17	+	+	+	3	5,6	Лк, ПЗ, СРС	ЭКЗАМЕН
11. Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.	41	+	+	+	3	13,6	Лк, ЛР, СРС	ЭКЗАМЕН, контрольная работа
12. Методы упрощения математических моделей.	3	+	+	+	3	1	Лк, СРС	ЭКЗАМЕН
всего часов	**117**	**39**	**39**	**39**	**3**	**39**		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Поршнев, С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB : учебное пособие / С. В. Поршнев. - 2-е изд., испр. . - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 736 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Моделирование систем : учебное пособие / И. А. Елизаров [и др.]. - Старый Оскол : ТНТ, 2015. - 136 с.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	***Наименование издания***	***Вид заня-тия***	***Количество экземпляров в библиотеке,* шт.**	***Обеспечен-ность,* (экз./ чел.)**
1	**2**	**3**	**4**	**5**
Основная литература				
1	Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 7-е изд. - М. : Юрайт, 2013. - 343 с. - (Бакалавр. Базовый курс).	Лк, кр, ПЗ, ЛР	15	1
2	Советов, Б. Я. Моделирование систем. Практикум : учеб. пособие для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Высшая школа, 2005. - 295 с.	Лк, кр, ПЗ, ЛР	25	1
Дополнительная литература				
3	Дьяконица, С. А. Моделирование систем [Электронный ресурс] : метод. указания к лабораторным работам / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2010. - 106 с. - Б. ц. (http://ecat.brstu.ru/catalog/Учебные%20и%20учебно-методические%20пособия/Информатика%20-%20Вычислительная%20техника%20-%20Программирование/Дьяконица%20С.А.%20Моделирование%20систем.МУ.2010.pdf)	ЛР	Эр	1

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО - ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.Электронный каталог библиотеки БрГУ http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.
2. Электронная библиотека БрГУ http://ecat.brstu.ru/catalog .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань» http://e.lanbook.com .
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru .

7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) https://uisrussia.msu.ru/ .
8. Национальная электронная библиотека НЭБ
http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search /.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ/практическим работам

Лабораторная работа №1

Аналоговое моделирование линейной динамической системы

Цель работы:

Выработать практические навыки работы в исследовании линейных динамических систем, получить опыт работы с такими программными комплексами как Matlab, Simulink, научиться аналитическим методом определять выражения для весовой и переходной характеристик.

Задание:

1. Получить весовые и переходные характеристики по передаточной функции с помощью универсальных формул.
2. Произвести аналоговое моделирование динамических систем.
3. Реализовать аналоговую модель.

Порядок выполнения:

Запустить программу Matlab. Рассчитать весовую и переходную характеристики. С помощью пакета Simulink построить аналоговую схему и провести моделирование.

Форма отчетности:

Отчет набирается на компьютере и сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Номер варианта
2. Цель работы
3. Задание
4. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
5. Вывод.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в одиннадцатом разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 7-е изд. - М. : Юрайт, 2013. - 343 с. - (Бакалавр. Базовый курс).

Дополнительная литература

1. Дьяконица, С. А. Моделирование систем [Электронный ресурс] : метод. указания к лабораторным работам / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2010. - 106 с. - Б. ц.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что такое моделирование?
2. Какая правильная последовательность процесса аналогового моделирования?
3. Виды электрических схем реализации звеньев?

Лабораторная работа №2

Моделирование линейной динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля

Цель работы:

Выработать практические навыки работы в моделировании линейной динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля линейных динамических систем; научиться определять приемлемый интервал дискретизации для моделирования системы.

Задание:

1. С помощью Matlab построить АЧХ заданной передаточной функции динамической системы и определить приемлемый интервал дискретизации для моделирования системы.
2. С помощью Matlab построить реакцию системы на импульс, ступеньку и сумму трех синусоид с частотами $f_1 = \dfrac{1}{3\Delta T_0}$, $f_2 = \dfrac{1}{4\Delta T_0}$, $f_3 = \dfrac{1}{6\Delta T_0}$.
3. С помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля и полученной весовой характеристики получить реакцию системы на ступеньку и сумму трех синусоид с частотами $f_1 = \dfrac{1}{3\Delta T_0}$, $f_2 = \dfrac{1}{4\Delta T_0}$, $f_3 = \dfrac{1}{6\Delta T_0}$.
4. Сделать вывод о проделанной работе.

Порядок выполнения:

Запустить программу Matlab. Рассчитать АЧХ передаточной функции. Поручить реакции системы на различные входные сигналы.

Форма отчетности:

Отчет набирается на компьютере и сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Номер варианта
2. Цель работы
3. Задание
4. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
5. Вывод.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в одиннадцатом разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем. Практикум : учеб. пособие для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Высшая школа, 2005. - 295 с.

Дополнительная литература

1. Дьяконица, С. А. Моделирование систем [Электронный ресурс] : метод. указания к лабораторным работам / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2010. - 106 с. - Б. ц.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Какие условия необходимы и достаточны при дискретизации непрерывной временной функции $x(t)$ с использованием теоремы Котельникова-Шеннона Какая правильная последовательность процесса аналогового моделирования?
2. С какими интервалами дискретизации можно проводить цифровое моделирование системы с амплитудно – частотной характеристикой?
3. Что характеризует интеграл Дюамеля (интеграл свертки) ?

Лабораторная работа №3

Моделирование линейной динамической системы с помощью рекуррентных разностных уравнений

Цель работы:

Приобрести навыки в моделировании линейной динамической системы с помощью рекуррентных разностных уравнений. Используя приближенные методы z-преобразования, получить дискретные аналоги непрерывной передаточной функции, на основании которых вывести разностные уравнения тремя методами.

Задание:

1. Для заданной линейной динамической системы с помощью Matlab построить реакцию системы на импульс, ступеньку и гармонический сигнал (сумма трех синусоид).
2. Используя приближенные методы Z-преобразования получить дискретные аналоги непрерывной передаточной функции.
3. На основе дискретных передаточных функций получить разностное уравнение.
4. С помощью разностных уравнений построить реакции системы на ступеньку, импульс и гармонический сигнал.
5. Сделать вывод о проделанной работе.

Порядок выполнения:

Запустить программу Matlab. Получить дискретные аналоги непрерывной передаточной функции. Поручить реакции системы на различные входные сигналы.

Форма отчетности:

Отчет набирается на компьютере и сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Номер варианта
2. Цель работы
3. Задание
4. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
5. Вывод.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в одиннадцатом разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 7-е изд. - М. : Юрайт, 2013. - 343 с. - (Бакалавр. Базовый курс).

Дополнительная литература

1. Дьяконица, С. А. Моделирование систем [Электронный ресурс] : метод. указания к лабораторным работам / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2010. - 106 с. - Б. ц.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. В чём суть метода Z-преобразования?
2. Как выглядит эквивалентной дискретной передаточной функции при использовании численного интегрирования по методу нижних прямоугольников?
3. Как выглядит эквивалентной дискретной передаточной функции при использовании численного интегрирования по методу трапеций?

Лабораторная работа №4

Моделирование линейной динамической системы в пространстве состояния

Цель работы:

Приобрести практические навыки в моделировании линейной динамической системы в пространстве состояния, научиться представлению заданной модели линейной динамической системы в виде передаточной функции моделью в пространстве состояния двумя способами.

Задание:

1. Для заданной линейной динамической системы с помощью Matlab построить реакцию системы на импульс, ступеньку и гармонический сигнал.
2. Заданную модель линейной динамической системы в виде передаточной функции представить моделью в пространстве состояния двумя способами.
3. Смоделировать реакцию линейной динамической системы в пространстве состояния на импульс, ступеньку и гармонический сигнал при нулевых начальных условиях.
4. Сделать вывод о проделанной работе.

Порядок выполнения:

Запустить программу Matlab. Получить дискретные аналоги непрерывной передаточной функции. Поручить реакции системы на различные входные сигналы.

Форма отчетности:

Отчет набирается на компьютере и сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Номер варианта
2. Цель работы
3. Задание
4. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
5. Вывод.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в одиннадцатом разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем. Практикум : учеб. пособие для вузов /Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. -3-е изд., стереотип. - Москва : Высшая школа, 2005. -295с.

Дополнительная литература

1. Дьяконица, С. А. Моделирование систем [Электронный ресурс] : метод. указания к лабораторным работам / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2010. - 106 с. - Б. ц.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Какая схема называется канонической структурной схемой?
2. Последовательность процесса моделирования.
3. Что такое модель в пространстве состояния?

Практическое занятие №1

Математические модели линейных систем автоматического управления

Цель работы:

Ознакомиться с пакетом моделирования MATLAB. Освоить основные приемы моделирования систем автоматического управления.

Задание:

1. Познакомиться с основными моделями данных

Порядок выполнения:

Ознакомиться с пакетом прикладных программ MATLAB-Simulink.
В соответствии с вариантом задания построить схему моделирования линейной системы автоматического управления. Осуществить моделирование системы при двух видах входных воздействий: $u = 1(t)$ и $u = 2sint$. Начальные условия нулевые. На монитор выводить графики сигналов $y(t)$ и $u(t)$. Осуществить моделирование свободного движения системы с нулевыми и ненулевыми начальными условиями. Снять выходные характеристики $y(t)$ системы автоматического управления. Получить фазовый портрет.

Форма отчетности:

Отчет сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Цель работы
2. Задание
3. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
4. Вывод.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в третьем разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 7-е изд. - М. : Юрайт, 2013. - 343 с. - (Бакалавр. Базовый курс).

Дополнительная литература

1. Поршнев, С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB : учебное пособие / С. В. Поршнев. - 2-е изд., испр. . - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 736 с. + 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - (Учебники для вузов. Специальная литература)

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Составьте схему моделирования уравнения $y^{(1)}+3y=2u^{(1)}+5u$.
2. Назовите виды математических моделей?
3. Почему для моделирования динамических систем используются блоки интегрирования?
4. Поясните принцип составления модели вход – выход.

Практическое занятие №2
Анализ точности систем автоматического управления

Цель работы:

Исследование точности систем автоматического регулирования в различных типовых режимах.

Задание:

1. Определить ошибку возмущения

Порядок выполнения:

Исследовать систему с астатизмом нулевого порядка. Получить кривые переходного процесса для трех значений при подаче на вход системы сигнала и определить предельные значения установившейся ошибки. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия. Исследовать систему с астатизмом первого порядка.

Форма отчетности:

Отчет сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Цель работы
2. Задание
3. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
4. Вывод.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в третьем разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 7-е изд. - М. : Юрайт, 2013. - 343 с. - (Бакалавр. Базовый курс).

Дополнительная литература

1. Поршнев, С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB : учебное пособие / С. В. Поршнев. - 2-е изд., испр. . - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 736 с. + 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - (Учебники для вузов. Специальная литература)

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Чему равен коэффициент c_o для системы с нулевым порядком астатизма?
2. Определить связь коэффициента усиления разомкнутой системы с предельным значением установившейся ошибки по задающему воздействию.
3. Можно ли компенсировать ошибку от возмущения, повысив порядок астатизма по задающему воздействию?
4. Определить порядок астатизма системы автоматического управления

Практическое занятие №3
Исследование устойчивости систем автоматического управления

Цель работы:

Экспериментальное построение областей устойчивости линейных систем автоматического управления и изучение влияния на устойчивость системы ее параметров.

Задание:

1. Познакомиться с основными критериями устойчивости

Порядок выполнения:

Собрать схему модели системы в соответствии с вариантом задания.

Экспериментальным путем получить границу устойчивости системы *Ккр=f(T).* Выбрать точку на графике *Ккр=f(T).* Построить годограф Михайлова для системы с выбранными параметрами. Сравнить результаты эксперимента и расчета.

<u>Форма отчетности:</u>
Отчет сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Цель работы
2. Задание
3. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
4. Вывод.

<u>Задания для самостоятельной работы:</u>
Предусмотрены вариантом студента.

<u>Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию</u>
Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в третьем разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 7-е изд. - М. : Юрайт, 2013. - 343 с. - (Бакалавр. Базовый курс).

Дополнительная литература

2. Поршнев, С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB : учебное пособие / С. В. Поршнев. - 2-е изд., испр. . - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 736 с. + 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - (Учебники для вузов. Специальная литература)

<u>Контрольные вопросы для самопроверки</u>

1. Сформулировать критерии устойчивости Гурвица, Михайлова, Найквиста, логарифмический критерий.
2. Как по логарифмическому критерию устойчивости определить $K_{кр}$ и $\omega_{кр}$?
3. Как построить $K_{кр}(T)$, используя критерий устойчивости Гурвица?
4. Сформулируйте корневой критерий устойчивости.

9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы

Работа посвящена статистическому моделированию псевдослучайных последовательностей. Задание включает в себя следующие разделы:

1. Характеристики случайных величин
2. Моделирование случайных величин с равномерным законом распределения
3. Моделирование непрерывных случайных величин заданным законом распределения
4. Анализ обработки результатов статистического моделирования
5. Корреляционный анализ результатов моделирования

Расчет производиться каждым студентом индивидуально, по вариантам.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. ОС Windows 7 Professional
2. Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level
3. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.
4. MATLAB Academic new Product Concurrent Licenses
5. Simulink Academic new Product Concurrent Licenses

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Вид занятия	***Наименование аудитории***	***Перечень основного оборудования***	***№ ЛР или ПЗ***
1	**3**	**4**	**5**
ЛР	Дисплейные классы	Персональные компьютеры	ЛР 1-4
ПЗ	Дисплейные классы	Персональные компьютеры	ПЗ 1-3
кр	Дисплейные классы	Персональные компьютеры	
СР	ЧЗЗ	-	-

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-5 ПК-2 ПК-5	способность использовать основные приемы обработки и представления экспериментальных данных способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления способность осуществлять сбор и анализ исходных данных для расчета и проектирования систем и средств автоматизации и управления	1. Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем.	1.1. Введение. Современное состояние и общая характеристика проблемы моделирования систем.	Экзаменационный билет
			1.2. Основные понятия и определения моделирования систем.	
			1.3. Принципы классического и системного подходов в моделировании систем.	
		2. Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.	2.1. Классификация моделей систем.	Экзаменационный билет
			2.2. Классификация методов моделирования.	
			2.3. Теоретические основы моделировании систем.	
		3. Основные положения теории подобия.	3.1. Аналогия.	Экзаменационный билет
			3.2. Понятие подобия.	
			3.3. Подобие физических процессов.	
			3.4. Виды подобия.	
			3.5. Основные положения теории размерности.	
			3.6. Определение критериев подобия.	
		4. Этапы математического моделирования.	4.1. Основные этапы моделирования.	Экзаменационный билет
			4.2. Понятие о вычислительном эксперименте.	
			4.3. Оценка адекватности.	

			4.4. Оценка устойчивости и оценка чувствительности.	
		5. Примеры построения и основные требования к математическим моделям.	5.1. Обобщённая структура математической модели.	Экзаменационный билет
			5.2. Требования к математической модели.	
			5.3. Принципы системного подхода в моделировании.	
			5.4. Принципы построения математических моделей.	
		6. Цели и задачи исследования математических моделей систем.	6.1. Основные цели исследования математических моделей систем.	Экзаменационный билет
			6.2. Задача детерминированного управления.	
			6.3. Задача оценки.	
			6.4. Задача идентификации.	
			6.5. Задача стохастического управления.	
			6.6. Задача адаптивного управления.	
		7. Общая схема разработки математических моделей.	7.1. Основные подходы к построению математических моделей систем.	Экзаменационный билет
			7.2. Непрерывно - детерминированные модели (D-схемы).	
			7.3. Дискретно-детерминированные модели (F-схемы).	
			7.4. Непрерывно-стохастические модели (Q-схемы).	
		8. Формализация процесса функционирования системы.	8.1. Методика разработки и машинной реализации моделей систем.	Экзаменационный билет
			8.2. Построение концептуальных моделей систем и их формализация.	

			8.3. Алгоритмизация моделей систем и их машинная реализация.	
			8.4. Получение и интерпретация результатов моделирования систем.	
		9. Понятие агрегативной модели.	9.1. Понятие агрегат в теории систем.	Экзаменационный билет
			9.2. Моделирование процесса функционирования агрегата.	
			9.3. Кусочно-линейные агрегаты.	
			9.4. Процесс функционирования КЛА.	
			9.5. Примеры представления систем в виде КЛА.	
		10. Формы представления математических моделей.	10.1. Основной подход к представлению математических моделей.	Экзаменационный билет
			10.2. Статические модели.	
			10.3. Линейные динамические непрерывные параметрические модели.	
			10.4. Линейные динамические дискретные параметрические модели.	
			10.5. Нелинейные динамические модели.	
		11. Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.	11.1. Аналоговое моделирование.	Экзаменационный билет
			11.2. Исследование динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля.	
			11.3. Моделирование с помощью рекуррентных разностных уравнений.	
			11.4. Характеристики случайных процессов.	
			11.5. Моделирование	

			случайных величин с равномерным законом распределения.	
			11.6. Моделирование непрерывных случайных величин с заданным законом распределения.	
			11.7. Анализ обработки результатов статистического моделирования.	
			11.8. Корреляционный анализ результатов моделирования.	
		12. Методы упрощения математических моделей.	12.1. Декомпозиция.	Экзаменационный билет
			12.2. Макромоделирование.	
			12.3. Линеаризация.	
			12.2. Макромоделирование.	
			12.3. Линеаризация.	

2. Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	№ и наименование раздела
	Код	**Определение**		
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	ОПК-5	способность использовать основные приемы обработки и представления экспериментальных данных.	**1.** Модель и моделирование.	**1.** Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем.
			2. Классический подход	
			3. Классификация моделей по закону функционирования и характерным особенностям выражения свойств и отношений оригинала.	***2.*** Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.
			4. Основные требования, предъявляемые к таким моделям.	
			5. Аналогия.	***3.*** Основные положения теории подобия.
			6. Этапы математического моделирования.	**4.** Этапы математического моделирования.
			7. Этапы вычислительного эксперимента.	
			8. Способы представления	**5.** Примеры

			математической модели.	построения и основные требования к математическим моделям.
			9. Основные цели исследования математических моделей. **10.** Численные методы решения задачи детерминированного управления. **11.** Стохастическое управление.	**6.** Цели и задачи исследования математических моделей систем.
			12. Непрерывно - детерминированные модели.	**7.** Общая схема разработки математических моделей.
			13. Требования к модели, реализуемой на ЭВМ. **14.** Формализация концептуальных моделей.	**8.** Формализация процесса функционирования системы.
			15. Агрегат.	**9.** Понятие агрегативной модели.
			16. Статические модели. **17.** Нелинейные динамические модели.	**10.** Формы представления математических моделей.
			18. Аналоговое моделирование. **19.** Z-преобразование по методу верхних прямоугольников.	**11.** . Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.
			20. Декомпозиция.	**12.** Методы упрощения математических моделей.
2	ПК-2	способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления.	**1.** Оригинал **2.** Системный подход	**1.** Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем.
			3. Классификация моделей по основанию для преобразования свойств и отношений модели в свойства и отношения оригинала	**2.** Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.
			4. Подобие **5.** Критерии подобия	**3.** Основные положения теории подобия.
			6. Вычислительный эксперимент	**4.** Этапы математического

			7. Оценка адекватности модели	моделирования.
			8. Принципы системного подхода к моделированию	**5.** Примеры построения и основные требования к математическим моделям.
			9. Задача детерминированного управления	**6.** Цели и задачи исследования математических моделей систем.
			10. Прогнозирование	
			11. Адаптивное управление	
			12. Дискретно-детерминированные модели	**7.** Общая схема разработки математических моделей.
			13. Этапы компьютерного моделирования	**8.** Формализация процесса функционирования системы.
			14. Интерполяция результатов компьютерного моделирования	
			15. Процесс функционирования агрегата	**9.** Понятие агрегативной модели.
			16. Линейные динамические непрерывные параметрические модели	**10.** Формы представления математических моделей.
			17. Интеграл Дюамеля	**11.** Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.
			18. Z-преобразование по методу трапеции	
			19. Линеаризация	**12.** Методы упрощения математических моделей.
3	ПК-5	способность осуществлять сбор и анализ исходных данных для расчета и проектирования систем и средств автоматизации и управления.	**1.** Система и явление	**1.** Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем.
			2. Способы создания моделей	
			3. Классификация методов моделирования	**2.** Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.

			4. Виды подобия	**3.** Основные положения теории подобия
			5. Вычислительный алгоритм	**4.** Этапы математического моделирования.
			6. Оценка устойчивости модели	
			7. Принципы построения математической модели	**5.** Примеры построения и основные требования к математическим моделям.
			8. Структуа математической модели	
			9. Аналитические методы решения задачи детерминированного управления	**6.** Цели и задачи исследования математических моделей систем.
			10. Идентификация модели и объекта	
			11. Непрерывно- стохастические модели	**7.** Общая схема разработки математических моделей.
			12. Построение концептуальных моделей	**8.** Формализация процесса функционирования системы.
			13. Кусочно- линейные агрегаты	**9.** Понятие агрегативной модели.
			14. Процесс функционирования кусочно- линейного агрегата	
			15. Линейные динамические дискретные параметрические модели	**10.** Формы представления математических моделей.
			16. Z-преобразование по методу нижних прямоугольников	**11.** Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.
			17. Способы моделирования простейших случайных сигналов	
			18. Макромоделирование	**12.** Методы упрощения математических моделей.

4. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать (ОПК-5): - основные термины, используемые в научно-технической литературе по моделированию систем управления; (ПК-2): - принципы проектирования математических моделей и связи их элементов; (ПК-5): - вычислительные средства для проектирования устройств и систем управления. **Уметь** (ОПК-5): - собирать и анализировать информацию для формирования исходных данных для проектирования моделей; (ПК-2): - применять принципы и методы построения моделей, методы анализа, синтеза и оптимизации при создании и исследования средств и систем управления; (ПК-5): - применять принципы и методы построения моделей, методы анализа, синтеза и оптимизации при создании и исследования средств и систем управления. **Владеть** (ОПК-5): - навыками компьютерного моделирования систем управления; (ПК-2): - достаточным уровнем использования	**отлично**	Студент должен во время ответа показать знания: различных моделей, методов моделирования, основных терминов используемые в научно-технической литературе по моделированию систем управления. Студент должен иметь навыки владения: использования универсальных программных продуктов на ПК, понимания материала и способности высказывания мыслей на научно-техническом языке. Студент во время ответа должен продемонстрировать умения: использования навыков анализа основных понятий в теории моделирования систем управления.
	хорошо	Ответ содержит неточности. Дополнительные вопросы требуется, но студент с ними справляется отлично.
	удовлетворительно	Ответил только на один вопрос, либо слабо ответил на три вопроса. На дополнительные вопросы отвечает неуверенно.
	неудовлетворительно	На три вопроса студент отвечает неубедительно. На дополнительные вопросы преподавателя также не может ответить.

универсальных пакетов прикладных компьютерных программ; (ПК-5): - навыками работы с современными аппаратными и программными средствами исследования и проектирования систем управления.		

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина моделирование систем управления направлена на ознакомление с математическими моделями, и их практическим применением в современных системах автоматического управления; на получение теоретических знаний и практических навыков использования различных методов моделирования, и их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины моделирование систем управления предусматривает:

- лекции,
- лабораторные работы,
- практические занятия,
- контрольную работу,
- самостоятельную работу студента,
- экзамен.

В ходе освоения раздела 1 «Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделирование систем» студенты должны изучить: основные понятия и определения дисциплины и способы их применения.

В ходе освоения раздела 2 «Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем» студенты должны изучить: различные типы моделей и видов моделирования и основные функции требования к моделям.

В ходе освоения раздела 3 «Основные положения теории подобия» студенты должны изучить: что такое подобие, их виды, критерии и признаки подобия объектов и моделей.

В ходе освоения раздела 4 «Этапы математического моделирования» студенты должны изучить: основные этапы математического моделирования, вычислительный эксперимент и его этапы, методы оценки адекватности и устойчивости.

В ходе освоения раздела 5 «Примеры построения и основные требования к математическим моделям» студенты должны изучить: структуру математической модели, основные требования, предъявляемые к ней, принципы системного подхода к построению моделей.

В ходе освоения раздела 6 «Цели и задачи исследования математических моделей систем» студенты должны изучить: основные цели исследования математических моделей, методы решения задачи детерминированного, стохастического и адаптивного управления, идентификации и фильтрации.

В ходе освоения раздела 7 «Общая схема разработки математических моделей» студенты должны изучить: основные подходы к построению математических моделей систем управления.

В ходе освоения раздела 8 «Формализация процесса функционирования системы» студенты должны изучить: основные подходы к построению и реализации математических моделей на ЭВМ и обработку полученных результатов.

В ходе освоения раздела 9 «Понятие агрегативной модели» студенты должны изучить: понятие агрегата и принцип его формирования, процесс упрощения и функционирования агрегата.

В ходе освоения раздела 10 «Формы представления математических моделей» студенты должны изучить: основные подходы к представлению различных статических и динамических моделей.

В ходе освоения раздела 11 «Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование» студенты должны изучить: принципы аналогового моделирования, основные схемы реализации звеньев, методы цифрового моделирования, моделирование случайных величин, анализ результатов статистического моделирования.

В ходе освоения раздела 12 «Методы упрощения математических моделей» студенты должны изучить: основные методы упрощения сложных математических моделей.

В процессе проведения лабораторных работ происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков реализации представления о работе с математическими моделями систем управления и использования программы Matlab и пакета Simulink .

В процессе проведения практических работ происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков проектирования различных моделей систем.

При подготовке к экзамену рекомендуется особое внимание уделить следующим вопросам: классический и системный подход к построению математической модели, подобие, критерии адекватности и устойчивости математических моделей.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.

Приложение 2

АННОТАЦИЯ
рабочей программы дисциплины
Моделирование систем управления

1. **Цель и задачи дисциплины**

Целью изучение дисциплины является: формирование у студентов знаний и навыков по использованию основ математического моделирования, необходимых при проектировании, исследовании и эксплуатации систем автоматизации и управления.

Задачей изучения дисциплины является: освоение основных принципов и методов построения математических моделей объектов и систем управления, формирование навыков проведения вычислительных экспериментов.

2. **Структура дисциплины**

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк – 24 часов, ЛР – 24 часов, ПЗ – 24 часов, СРС – 45 часов.
Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 часов, 4 зачетных единицы.

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Введение. Предмет и задача курса. Общие сведения о моделировании систем.
2. Классификация моделей и виды моделирования. Примеры моделей систем.
3. Основные положения теории подобия.
4. Этапы математического моделирования.
5. Примеры построения и основные требования к математическим моделям.
6. Цели и задачи исследования математических моделей систем.
7. Общая схема разработки математических моделей.
8. Формализация процесса функционирования системы.
9. Понятие агрегативной модели.
10. Формы представления математических моделей.
11. Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.
12. Методы упрощения математических моделей.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующей компетенции:

ОПК-5 - способность использовать основные приемы обработки и представления экспериментальных данных;

ПК-2 - способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления;

ПК-5 - способность осуществлять сбор и анализ исходных данных для расчета и проектирования систем и средств автоматизации и управления.

4. Вид промежуточной аттестации: экзамен

Приложение 3

Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20___-20___ учебный год

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:
____
____

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

____
____
____

Протокол заседания кафедры №____ от «___» __________ 20 ____ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____________________ ________________________
(подпись) *(Ф.И.О.)*

Приложение 4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-5	способность использовать основные приемы обработки и представления экспериментальных данных.	4. Этапы математического моделирования.	Основные этапы моделирования	*Отчет по практическому занятию.*
			Оценка адекватности	*Отчет по практическому занятию*
			Оценка устойчивости и оценка чувствительности	*Отчет по практическому занятию*
		11. Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.	Аналоговое моделирование	*Отчеты по лабораторным работам.*
			Моделирование линейной динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля	*Отчеты по лабораторным работам.*
ПК-2	способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления.	7. Общая схема разработки математических моделей.	Основные подходы к построению математических моделей систем	*Отчет по практическому занятию.*
			Непрерывно - детерминированные модели (D-схемы)	*Отчет по практическому занятию.*
			Дискретно-детерминированные модели (F-схемы)	*Отчет по практическому занятию.*
		11. Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.	Исследование динамической системы с помощью дискретного эквивалента интеграла Дюамеля	*Отчеты по лабораторным работам.*
ПК-5	способность осуществлять сбор и анализ исходных данных для расчета и проектирования систем и средств автоматизации и управления.	10. Формы представления математических моделей.	Нелинейные динамические модели	*Отчет по практическому занятию.*
		11.Методы исследования математических моделей систем и процессов, имитационное моделирование.	Моделирование с помощью рекуррентных разностных уравнений	*Отчеты по лабораторным работам.*

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

<table>
<tr><th>Показатели</th><th>Оценка</th><th>Критерии</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Знать
(ОПК-5):
- основные термины, используемые в научно-технической литературе по моделированию систем управления;
(ПК-2):
- принципы проектирования математических моделей и связи их элементов;
(ПК-5):
- вычислительные средства для проектирования устройств и систем управления.
Уметь
(ОПК-5):
- использовать нормативную и правовую документацию, характерную для области моделирования систем;
(ПК-2):
- собирать и анализировать информацию для формирования исходных данных для проектирования моделей;
(ПК-5):
- применять принципы и методы построения моделей, методы анализа, синтеза и оптимизации при создании и исследования средств и систем управления.
Владеть
(ОПК-5):
- навыками компьютерного моделирования систем управления;
(ПК-2):
- достаточным уровнем использования универсальных пакетов прикладных компьютерных программ;
(ПК-5):
- навыками работы с современными аппаратными и программными средствами исследования и проектирования систем управления.</td><td>зачтено</td><td>Во время защиты лабораторных работ и практических работ студент ответил на поставленные преподавателем вопросы.</td></tr>
<tr><td>не зачтено</td><td>Во время защиты лабораторных работ и практических работ студент не смог дать ответы на поставленные преподавателем вопросы. Либо отчет имеет ряд замечаний.</td></tr>
</table>