МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра управления в технических системах

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
_____________ Е.И. Луковникова
«31» мая 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Б1.В.ДВ.05.02

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

27.03.04 Управление в технических системах

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Управление и информатика в технических системах

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 27.03.04 Управление в технических системах от 20.10.2015 г № 1171 и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» от 01.04.2019 г № 196 для заочной формы обучения набора 2019 года

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к научно- исследовательской и проектно- конструкторскому видам профессиональной деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Формирование у обучающихся знаний об обработке и представлении экспериментальных данных.

Задачи дисциплины

Сформировать у обучающихся знания, умения, навыки использования математической логики и теории вычислимости, оказывающих наибольшее влияние на теорию и практику современного программирования.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	**2**	**3**
ОПК-2	способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат	**Знать:** -Способность выявлять естественнонаучную сущность процесса, -Физико-математические закономерности процессов, -Способы оценки данных. **Уметь:** -Получать необходимую информацию, обрабатывать ее, - Использовать полученные знания на практике, **Владеть:** - Достаточным уровнем понимания материала, и способностью выявлять сущность проблем, -Соответствующим физико-математическим аппаратом для решения практических задач.
ПК-2	способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления	**Знать:** - Основные приемы обработки данных, -Методы обработки данных, -Способы представления экспериментальных данных. **Уметь:** - Проводить вычислительные эксперименты с использованием

		стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления **Владеть:** -Способностью применять стандартные программные средства с целью получения математических моделей

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.02 Математическая логика относится к вариативной части.

Дисциплина Математическая логика базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин: Математика, Математические модели и методы..

Основываясь на изучении перечисленных дисциплин, Математическая логика представляет основу для изучения дисциплин: Автоматизация технологических процессов и производств, Метрология и измерительная техника.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	***Курс***	***Семестр***	***Трудоемкость дисциплины в часах***						***Контрольная работа***	***Вид промежуточной аттестации***
			Всего часов (с экз.)	***Аудиторных часов***	***Лекции***	***Лабораторные работы***	***Практические занятия***	***Самостоятельная работа***		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Очная	3	5	180	68	17	34	17	112	-	Экзамен
Заочная	2	-	180	15	5	5	5	165	-	Экзамен
Заочная(ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	*Трудо-емкость (час.)*	*в т.ч. в интерактивной, активной, иннова-циионной формах, (час.)*	*Распределение по семестрам, час*
			5
1	**2**	**3**	**4**
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	68	11	68
Лекции (Лк)	17	2	17
Лабораторные работы (ЛР)	34	7	34
Практические занятия (ПЗ)	17	2	17
Групповые (индивидуальные) консультации	+	-	+
II.Самостоятельная работа обучающихся (СР)	58	-	58
Подготовка к лабораторным работам	25	-	25
Подготовка к практическим занятиям	25	-	25
Подготовка к экзамену в течение семестра	8	-	8
III. Промежуточная аттестация экзамен	54	-	54
Общая трудоемкость дисциплины час.	180	-	180
зач. ед.	5	-	5

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для очной формы обучения:

№ раз-дела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоем-кость, (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*			
			учебные занятия			*Самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	*лабораторные работы*	*практические занятия*	
1	2	3	4	5	6	7
1.	**Основные понятия математической логики.**	**34**	**3**	**5**	**6**	**20**
1.1.	Элементы математической логики	8	1	1	-	6
1.2.	Логические операции	13	1	2	3	7
1.3.	Логические функции	13	1	2	3	7
2.	**Классическое исчисление высказываний.**	**41**	**7**	**6**	**3**	**25**
2.1.	Логические исчисления	12	2	2	-	8
2.2.	Алфавит языка логики высказывания	15	2	2	3	8
2.3.	Пропозициональные формулы	14	3	2	-	9
3.	**Аксиоматические и**	**51**	**7**	**23**	**8**	**13**

	алгебраические теории					
3.1.	Формальная арифметика	26	4	11	4	7
3.2.	Рекурсивные функции	25	3	12	4	6
	ИТОГО	**126**	**17**	**34**	**17**	**58**

- для заочной формы обучения:

№ раз-дела и темы	***Наименование раздела и тема дисциплины***	***Трудоем-кость, (час.)***	***Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)***			
			учебные занятия			***Самостоятельная работа обучающихся***
			лекции	***лабораторные работы***	***практические занятия***	
1	2	3	4	5	6	7
1.	**Основные понятия математической логики.**	**53**	**1**	**1**	**1**	**50**
1.1.	Элементы математической логики	15,5	-	0,5	-	15
1.2.	Логические операции	17	1	0,5	0,5	15
1.3.	Логические функции	20,5	-	-	0,5	20
2.	**Классическое исчисление высказываний.**	**57**	**1**	**2**	**1**	**53**
2.1.	Логические исчисления	16	-	1	-	15
2.2.	Алфавит языка логики высказывания	17,5	1	0,5	1	15
2.3.	Пропозициональные формулы	23,5	-	0,5	-	23
3.	**Аксиоматические и алгебраические теории**	**61**	**3**	**2**	**3**	**53**
3.1.	Формальная арифметика	23	1	1	1	20
3.2.	Рекурсивные функции	38	2	1	2	33
	ИТОГО	**171**	**5**	**5**	**5**	**156**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

РАЗДЕЛ 1.Основные понятия математической логики

Вид занятий в интерактивной форме: представление слайдов

1.1.Элементы математической логики.

Математическая логика – раздел науки, истоки которого восходят к Аристотелю (384 -322 г. до н. э.). Как математическая дисциплина начала формироваться в середине XIX в., благодаря работам английского логика и математика Дж. Буля (1815-1864).

Целью логики является анализ методов рассуждений, при этом логика, прежде всего, интересуется формой, а не содержанием рассуждений, то есть выясняет, следует истинность заключения из истинности посылок. Это время характеризовано кризисом в физике, обусловленным ломкой старых представлений о материальном объекте, не учитывающих, что всякий материальный объект неисчерпаем посвоим свойствам; кризисом в математике, обусловленных открытием порядков, то - есть рассуждений, приводящих к противоречиям. Известны и логические парадоксы.

1. Примером множеств являются множество всех студентов группы, множество преподавателей, множество всех людей. Объекты, из которых состоит множество, называются его элементами. Множество могут быть и элементами множеств. Например, множество студенческих групп в качестве элементов содержит множество студентов отдельных групп. Большинство множеств не являются элементами самих себя. Например, множество всех людей не являются элементом себя, так как само не человек. Однако множество всех множеств – элемент самого себя.

Рассмотрим теперь множество А всех таких множеств Х, что Х не есть элемент х. Согласно определению, если А есть элемент А, то А также и не есть элемент А, а если А не есть элемент А, то А есть элемент А. В любом случае А есть элемент А и А не есть элемент А. Этот парадокс открыт Б. Расселом в 1902г.

Семантический парадокс «лжеца» таков.

Некоторое лицо говорит: «Высказывание, которое я сейчас произнесу, ложно». Стоящее в кавычках высказывание не может быть без противоречия ни истинным, ни ложным. Этот парадокс был хорошо известен в древности (парадокс Эвбулида – IV в. до н.э.).

Так как логические рассуждения составляют скелет всей математики и теория множеств лежит в ее основе, то парадоксы побудили математиков к поиску решения проблем и были предложены различные аксиоматические теории.

Главная цель применение в логике математической символики заключалась в том, чтобы свести операции с логическими заключениями к формальным действиям над символами. При этом исходные положения записываются формулами, которые преобразуются по определенным законам, а полученные результаты истолковываются в соответствующих понятиях.

Логика нашла энергичные применение в вычислительной технике в теории преобразовании и передачи информации, в экономике, биологии, психологии и т.д.

Математическая логика разделяется на ряд отдельных разделов: двузначная, многозначная, пороговая, непрерывная, нечеткая, порядковая логики.

Объектом математической логики являются любые дискретные конечные системы, а ее главная задача – структурное моделирование таких систем.

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

В логике под высказыванием понимают предложение, относительно которого можно сказать, истинно оно или ложно в настоящее время.

Примеры: 1.Дон впадает в Азовское море. 2.Два больше трех. 3.Я лгу.

Первые два предложения являются высказываниями, первое из них – истинно, второе – ложно. Третье предложение не является высказыванием. Допустим, что это предложение истинно тогда в силу его смысла, оно должно быть ложным. Аналогично, из ложности этого предложения вытекает его истинность.

В алгебре высказываний не рассматривают внутреннюю структуру и содержание высказываний, а ограничиваются рассмотрением их свойства представляет истину или ложь.

Из высказываний путем соединения их различными способами можно составлять новые, более сложные высказывания. Для образования таких комбинаций будем использовать логические операции, основные из которых вводятся следующим образом.

1.2.Логические операции

Пусть даны два произвольных высказывания А и В.

1. Выражение АΛВ означает высказывание, истинное только тогда, когда А и В истинны. Такое высказывание называется конъюнкцией высказывания А и В. Символ Λ означает операцию, называемую конъюнкцией. В обычной речи этой операции соответствует соединение высказываний союзом «И», «А», «ДА». Будем считать, что если А, В истинны, то они соответственно принимают значение 1, ложно – 0.

Таблица истинности данной операции имеет вид Λ?&

А	В	АΛВ
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Логические операции называются конъюнкцией.

2. Выражение А ˅ В означает высказывание, истинное, когда, по крайне мере одно из высказывание А или В истинно.

Такое высказывание называется дизъюнкцией высказываний А и В. Символ ˅ означает операцию, называемой дизъюнкцией. В обычной речи этой операции соответствует соединение высказыванием связкой «ИЛИ».

Таблица истинности

А	В	А ˅ В
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

3. Выражение А>В означает высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда А истинно, а В ложно. Такое высказывание называется импликацией высказываний А и В. Символ > означает операцию, называемую импликацией. Читается «А влечет В» или «если А, то В»

Таблица истинности (А>В) = ($\overline{A} \vee$ В)

А	В	А>В
0	0	1

0	1	1
1	0	0
1	1	1

4. Выражение A~B означает высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда A и B оба истинны, или оба ложны. Такое высказывание называется эквивалентностью. В обычной речи этой операции соответствует соединение высказывания «тогда и только тогда, когда». ($AB \vee \overline{AB}$) = A~B

A	B	A~B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

5. Выражение A означает высказывание, которое истинно, когда A ложно и ложно, когда A – истинно.

Такое высказывание называется отрицательным высказыванием A. Черточка над буквой означает операцию, называемую отрицанием. В обычной речи этой операции соответствует образование нового высказывания с помощью частицы НЕ.

A	B
0	1
1	0

6. Операцией неравнозначности (равноименности) высказываний A,B называют составное высказывание, обозначаемое AB, которое истинно тогда и только тогда, когда значение истинности высказываний A,B противоположны и ложно в противном случае, что отражается таблицей истинности

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

В составленном высказывании порядок выполнения логических операций определяется круглыми скобками, а при их отсутствии сначала выполняется отрицание, а затем конъюнкция, далее дизъюнкция, а потом все остальное. При отсутствии скобок порядок операции совпадает с порядком их перечисления.

Например, определим значение истинности составного высказывания

$D=A\&(A\&B>\overline{C}) \vee \overline{A}\&B$

при A=0, B=1, C=1

A&B=0, A&B>C=1

A&(A&B>C)=0

$\overline{A}$ &B=1, D=1.

Рассмотрим обратную задачу. Пусть D=0. Необходимо найти хотя бы один набор значение высказываний A, B, C, при которых D=0.

В составленном высказывании «D» последней логической операции является дизъюнкция, поэтому составные высказывания

A&(A&B>C)=0

$\overline{A}$ &B=0.

Для того чтобы

A&(A&B> $\overline{C}$)=0 , необходимо чтобы или A=0 , или (A&B> $\overline{C}$)=0

Рассмотрим случай, когда

(A&B> $\overline{C}$)=0.

Последней операцией здесь является импликация, равная 0 в единственном случае, когда (A&B)=1, а $\overline{C}$ =0. Отсюда имеем C=1, A=1, B=1. Ясно, что при A=1, B=1 составное высказывание $\overline{A}$ &B=0. Таким образом требуемый набор значений A, B, C определен.

1.3.Логические функции.

Отличительной особенностью логических функций состоит в том, что они принимают значения в конечных множествах. Иначе говоря, область значений логической функции всегда представляет собой конечную совокупность чисел, символов, понятий, свойств и, вообще, любых объектов.

Если область значений функций содержит k различных элементов, то она называется k-значной функцией.

Переименуем элементы области значений функции числами 1, …,k (или обозначают буквами). Перечет всех символов, соответствующих области значений, называют алфавитом, а сами символы - буквами этого алфавита (латинского, русского или другого алфавита, порядковые числа или любые другие символы).

Логические функции могут зависеть от одной, двух и любого числа переменных (аргументов) $x_1, \ldots, x_n$.

В теоретико-множественном смысле логические функции n переменных $y=f(x_1, \ldots, x_n)$ представляет собой отображение множества наборов (n-мерных векторов, кортежей последовательностей) вида ($x_1, x_2, \ldots, x_n$) являющегося областью ее определения, на множество ее значений.

Если аргументы принимают значения из того же множества, что и сама функция, то ее называют однородной функцией.

Логическую функцию можно также рассматривать как операцию, заданную законом композиции

$X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n > N$, где $X_1, \ldots, X_n$ – множества, на которых определены аргументы $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$, …, $x_n \in X_n$.

Если $X_1= X_2=\ldots= X_n=N$, и однородная функция, рассматриваемая как закон композиции $N^n>N$, определяет n-местную операцию на конечном множестве N.

Областью определения однородной функции $y=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ служит множество наборов ($x_1, \ldots, x_n$), называемых словами, где каждый из аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ заменяется буквами k-ичного алфавита (0,1, ..., (k-1)). Количество n букв в данном слове определяет его длину.

Очевидно, число всевозможных слов длины n в k-ичном алфавите равно k^n. Так как каждому такому слову имеется возможность представить одно из k значений множества N, то общее количество однородных функций от n переменных выражается числом k^{k^n} .

Если буквами алфавита служат числа от 0 до (k-1), то каждое слово **($x_1, x_2, \ldots, x_n$)** символически представляется упорядоченной последовательностью **n** таких чисел и рассматривается как запись n-разрядного числа в позиционной системе счисления с основанием k, то есть

$$q=\sum_{i=1}^{n} x_i k^{n-1}$$

или $x_1k^{n-1}+x_2k^{n-2}+\ldots+x_{n-1}k^1+x_nk^0=q$.
Числа q=0,1,…,k^n-1 служат номерами слов и тем самым на множестве всех слов вводится естественная упорядоченность. Аналогично номерами функций можно считать k^n разрядные числа в той же системе счисления.
Различны слова длины n в данном алфавите образуется как n-перестановки с повторениями.
Так в трехзначном алфавите (0,1,2) словами длины 4 будут всех четырехразрядные числа с основанием k=3, т.е. 0000, 0001,0002,0010, 0011, …, 2221, 2222 которые соответствуют десятичным числам от 0 до $80=2\bullet3^3+2\bullet3^2+2\bullet3^1+2\bullet3^0$.
Поставить каждому такому числу в соответствии одну из букв алфавита {0,1,2}, получим некоторую функцию четырех переменных
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$,

причем количество таких функций выразится числом $3^{3^4}=3^{81}$.
Наиболее простым и важнейшим классом однородных функций являются двузначные (булевы) функции (иногда ее называют переключательной). Функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n)$ принимает два значения 0,1 и зависит от переменных $x_i \in \{0,1\}$, $i=\overline{1,n}$.
Областью определения булевой функции служит совокупность всевозможных n-мерных наборов из 0 и 1, а для ее задания достаточно указать, какие значения функции соответствуют каждому из этих наборов, т.е. осуществить табличные значения функции.

$x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n$	$f(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n)$
0 0 … 0 0	$f(0, 0, \ldots, 0, 0)$
0 0 … 0 1	$f(0, 0, \ldots, 0, 1)$
… … … … …	… … …… … … …
1 1 … 1 0	$f(1, 1, \ldots, 1, 0)$
1 1 … 1 1	$f(1, 1, \ldots, 1, 1)$

Каждому набору $\alpha=(\alpha_1, \ldots,\alpha_n)$ $\alpha_i \in \{0,1\}$ становится в соответствии число
$N=\alpha_1 2^{n-1}+\ldots+\alpha_{n-1}2+\alpha_n$.
Наборам (0, 0, …, 0, 0), (0, 0, …, 0, 1), …, (1, 1, …, 1, 1) соответствуют числа 0,1, …, 2^{n-1}.
Легко видеть, что число n-мерных наборов из 0 и 1 равно 2^n.
Если зафиксировать n переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, то разные функции от переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ задаются разными таблицами. Число различных таблиц равно числу всех функций от переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Число булевых функций от n переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ равно 2^{2^n}.
Познакомимся с другими способами задания булевой функции.
Сначала познакомимся с функцией одной и двух переменных, которые иногда называют «элементарными» функциями».
ФУНКЦИИ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ И ИХ ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА.

Рассмотрим множество векторов $\overline{X}=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, пусть координаты этих векторов принимают значения 0 или 1. Таким образом, множество X состоит из 2^n различных векторов.

Совокупность координат некоторого фиксированного вектора $\overline{X}^*$ из множества $\overline{X}$ будем называть двоичным набором или просто набором.
Сопоставим каждому вектору X число 0 или 1, т.е. произведем однозначное отображение X на множество Y={0,1}.

РАЗДЕЛ 2 Классическое исчисление высказываний

2.1.Логическим исчислением, или просто *исчислением*, называется формальная система, в которой определены алфавит, правила построения формул, некоторое множество аксиом и правил вывода. Аксиомы и правила вывода позволяют строить новые формулы, которые являются общезначимыми, т.е. также являются аксиомами или теоремами. *Правила вывода применяются непосредственно к формулам, а не к таблицам истинности*. Исчисление высказываний может включать много аксиом и мало правил вывода, тогда оно образует аксиоматическую формальную систему или *классическое исчисление высказываний.*

Логика высказываний, или пропозициональная логика (*propositio* — «высказывание»), или исчисление высказываний—изучает сложные, образованные изпростых, и их взаимоотношения. В отличие от логики предикатов, внутренняя структура простых высказываний не рассматривается, а учитывается лишь, с помощью каких союзов и в каком порядке простые высказывания сочленяются в сложные.

Несмотря на свою важность и широкую сферу применения, логика высказываний является простейшей логикой и имеет очень ограниченные средства для исследования суждений.

Логика высказываний является теорией тех логических связей высказываний, которые не зависят от внутреннего строения (структуры) простых высказываний.

Логика высказываний исходит из следующих двух допущений:

1) всякое высказывание является либо истинным, либо ложным (принцип двузначности);

2) истинностное значение сложного высказывания зависит только от истинностных значений входящих в него простых высказываний и характера их связи.

На основе этих допущений ранее были даны строгие определения логических связок «и», «или», «если, то» и др. Эти определения формулировались в виде таблиц истинности и назывались табличными определениями связок. Соответственно, само построение логики высказываний, опирающееся на данные определения, называется табличным её построением.

Язык логики высказываний (пропозициональный язык) искусственный язык, предназначенный для анализа логической структуры сложных высказываний.

2.2.Алфавит языка логики высказываний

Исходные символы, или алфавит языка логики высказываний, разделены на следующие три категории:

· пропозициональные буквы (пропозициональные переменные):
$p, q, r, s, t, p_1, q_1, r_1, s_1, t_1, \ldots$

· логические знаки (логические союзы): $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$;

· технические знаки: (— левая скобка,) — правая скобка.

· Других знаков в алфавите языка логики высказываний нет.

Пропозициональные переменные

Пропозициональная переменная — переменная, которая в пропозициональных формулах служит для замены собой элементарных логических высказываний.

2.3.Пропозициональные формулы

Роль структурных образований, аналогичных элементарным и сложным высказываниям, играют в этом языке формулы. Пропозициональная формула — конечная последовательность знаков алфавита, построенная по изложенным ниже правилам и образующая законченное выражение языка логики высказываний.

Заглавные латинские буквы A, B, … употребляются для обозначения формул. Индуктивное определение формулы логики высказываний:
· пропозициональная переменная есть формула;
· если A — произвольная формула, то $\neg A$ — тоже формула;
· если A и B — произвольные формулы, то $(A \to B)$, $(A \wedge B)$, $(A \leftrightarrow B)$, $(A \vee B)$ и $(A \dot{\vee} B)$ — тоже формулы;
· Других формул в языке логики высказываний нет.

Относительно любой последовательности знаков алфавита языка логики высказываний можно решить, является она формулой или нет. Если эта последовательность может быть построена в соответствии с определением формулы, то она формула, если нет, то не формула.

Язык логики высказываний можно рассматривать как множество пропозициональных формул.

Для формул логики высказываний можно определить понятие интерпретации как приписывание каждой пропозициональной переменной истинностного значения («истина» или «ложь», хотя исчисление высказываний никак не ограничивает множество возможных значений при интерпретации: например, можно задать интерпретацию как отображение в множество $\{0, 1, \ldots, k\}$, где $k \in N$.

Соглашения о скобках

Поскольку в построенных по определению формулах оказывается слишком много скобок, иногда и не обязательных для однозначного понимания формулы, математики приняли соглашения о скобках, по которым некоторые из скобок можно опускать. Записи с опущенными скобками восстанавливаются так:
· Если опущены внешние скобки, то они восстанавливаются.
· Если рядом стоят две конъюнкции или дизъюнкции (например, $A \wedge B \wedge C$), то в скобки заключается сначала самая левая часть (то есть две подформулы со связкой между ними). (Говорят также, что эти связки левоассоциативны.)
· Если рядом стоят разные связки, то скобки расставляются согласно приоритетам: $\neg, \wedge, \vee$ и $\to$ (от высшего к низшему).

Когда говорят о длине формулы, имеют в виду длину подразумеваемой (восстанавливаемой) формулы, а не сокращённой записи. (Следовательно, длина формулы языка PL – это число символов в ее записи, включая скобки, в том числе, внешние.)

Например, запись $A \vee B \wedge \neg C$ означает формулу $(A \vee (B \wedge (\neg C)))$, а её длина равна 12.

РАЗДЕЛ 3Аксиоматические и алгебраические теории

3.1.Формальная арифметика

формулировка арифметики в виде формальной(аксиоматической) системы (см. Аксиоматический метод). Язык Ф. а. содержит константу 0, числовыепеременные, символ равенства, функциональные символы +, •, '
(прибавление 1) и логические связки (см. Логические операции). Постулатами Ф. а. являются аксиомы (См. Аксиома) и правила вывода (См. Правиловывода) исчисления предикатов (классического или интуиционистского в зависимости от того, какая Ф. а. рассматривается), определяющие равенства для арифметических операций:

$a + 0 = a$, $a + b' = (a + b)$,

$a \cdot 0 = 0$, $a \cdot b' = (a \cdot b) + a$,

аксиомы Пеано:

$\rceil(a' = 0)$, $a' = b' \to a = b$,

$(a = b \;\&\; a = c) \to b = c$, $a = b \to a' = b'$

и схема аксиом индукции:

$A(0) \;\&\; \forall x\, (A(x) \to A(x')) \to \forall x a(x)$.

Средства Ф. а. достаточны для вывода теорем элементарной теории чисел. В настоящее время, по-видимому, неизвестно ни одной содержательной теоретико-
числовой теоремы, доказанной без привлечениясредств анализа, которая не была бы выводима в Ф. а. В Ф. а. изобразимы Рекурсивные функции идоказуемы их определяющие равенства. Это позволяет, в частности, формулировать суждения о конечныхмножествах. Более того, Ф. а. эквивалентна аксиоматической теории множеств (См. Аксиоматическаятеория множеств) Цермело –
Френкеля без аксиомы бесконечности: в каждой из этих систем может бытьпостроена модель другой.

Ф. а. удовлетворяет условиям обеих теорем Гёделя о неполноте. В частности, имеются такиеполиномы P, Q от 9 переменных, что формула $\forall x_1 ... \forall x_9$ ($P \neq Q$) невыводима, хотя и выражает истинноесуждение, а именно непротиворечивость Ф. а. Поэтому неразрешимость диофантова уравнения P -
Q = 0недоказуема в Ф. а. Непротиворечивость Ф. а. доказана с помощью трасфинитной индукции до ординала ε_0(наименьшее решение уравнения $\omega^{\varepsilon} = \varepsilon$). Поэтому схема индукции до ε_0 недоказуема в Ф. а., хотя тамдоказуема схема индукции до любого ординала $\alpha < \varepsilon_0$. Класс доказуемо рекурсивных функций Ф. а.
(т. е. частично рекурсивных функций, общерекурсивность которых может быть установлена средствами Ф. а.) совпадает с классом ординально рекурсивных функций с ординалами $< \varepsilon_0$.

Не все теоретико-
числовые предикаты выразимы в Ф. а.: примером является такой предикат Т, что длялюбой замкнутой арифметической формулы A имеет место T ([A]) $\leftrightarrow A$, где [A] – номер формулы A *в*некоторой фиксированной нумерации, удовлетворяющей естественным условиям. Присоединение к Ф. а. символа T с аксиомами типа

T ([A & B]) $\leftrightarrow$ T ([A]) & T ([B]),

выражающими его перестановочность с логическими связками, позволяет доказать непротиворечивостьФ. а. Похожая конструкция (но уже внутри Ф. а.) доказывает, что схему индукции нельзя заменить никакимконечным множеством аксиом. Ф. а. корректна и полна относительно формул вида $\exists x_1$...
$\exists x_k$ ($P = Q$); замкнутая формула из этого класса доказуема тогда и только тогда, когда она истинна. Так как этот класссодержит алгоритмически неразрешимый предикат, отсюда следует, что проблема выводимости в Ф. а. алгоритмически неразрешима.

При задании Ф. а. в виде генценовской системы осуществима нормализация выводов, причёмнормальный вывод числового равенства состоит только из числовых равенств. На этом пути было полученопервое доказательство непротиворечивости Ф. а. Нормальный вывод формулы с кванторами можетсодержать сколь угодно сложные формулы. Полная подформульность достигается после замены схемыиндукции на со-
правило, позволяющее вывести $B \to \forall x A(x)$ из $B \to A(0)$, $B \to A(1)$,... Понятие ω-
вывода (т. е. вывода с ω-правилом) высоты $< \varepsilon_0$ выразимо в Ф. а., поэтому переход к ω-
выводам позволяет устанавливатьв Ф. а. многие метаматематические теоремы, в частности полноту относительно формул вида $\exists x_1 ... \exists x_k$ ($P = Q$) и ординальную характеристику доказуемо рекурсивных функций.

3.2.Рекурсивные функции.

Всякий алгоритм однозначно ставит в соответствие исходным данным (в случае если определен на них) определенный результат. Поэтому с каждым алгоритмом однозначно связана функция, которую он вычисляет. Исследование этих вопросов привело к созданию в 30-х годах прошлого века теории рекурсивных функций. В этой теории, как и вообще в теории алгоритмов принят конструктивный, финитный подход, основной чертой которого является то, что все множество исследуемых объектов (в данном случае функций) строится из конечного числа исходных объектов – базиса – с помощью простых операций, эффективная вычислимость которых достаточна очевидна. Операции над функциями будем называть *операторами*.

Будем рассматривать только числовые функции, т.е. функции, аргументы и значения которых принадлежат множеству натуральных чисел N(в теории рекурсивных функций полагаютN=0, 1, 2, …). Иначе говоря, числовой-местной функцией $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется функция, определенная на некотором подмножестве $N \subseteq N^n$ с натуральными значениями. Если область определения совпадает с множеством N^n, т.е. $f\colon N^n \to N$, то говорят, что функцияfвсюду определенная, в противном случае – частично определенная.

Например:

$f(x, y) = x + y$ –всюду определенная двуместная функция.

$f(x, y) = x - y$ –частично определенная функция (она определена при $x \geq y$).

Рекурсивным определением функции принято называть такое определение, при котором значения функции для данных аргументов определяются значениями функции для более простых аргументов (уже вычисленных) или значениями более простых функций.

Простейшим примером рекурсивного определения являются числа Фиббоначи, представляющие собой последовательность чисел $f(n)$, удовлетворяющих условиям

$f(0) = 1, \quad f(1) = 1, \quad f(n+2) = f(n) + f(n+1)$,

т.е. числа 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 … Каждое последующее число является суммой двух предыдущих чисел.

Определим теперь конкретный набор средств, с помощью которых будут строиться вычислимые функции.

Примитивно-рекурсивные функции

Очевидно, что к вычислимым функциям следует отнести все константы, т.е. 0 и все натуральные числа 1, 2, 3 …

Однако в прямом включении бесконечного множества констант в базис нет необходимости. Для этого достаточно нуль функции $0(x)=0$ и функции следования $S(x)=x+1$, чтобы получить весь натуральный ряд. Кроме того, в базис следует включить семейство $\{I_m\}$ функций проектирования (или введения фиктивных переменных)

$I_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_m \quad m = \overline{1,n}$.

Следующие всюду определенные числовые функции назовем простейшими:

1. $0(x)=0$ – нуль-функция.
2. $S(x)=x+1$– функция следования.
3. $I_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_m$, где $m = 1, \dots, n$ – проектирующая функция.

Все эти функции вычислимы в интуитивном смысле.

Определим теперь операторы. Они обладают тем свойством, что, применяя их к функциям, вычислимым в интуитивном смысле, получаем функции, также вычислимые в интуитивном смысле.

1. Оператор суперпозиции. Суперпозиция является мощным средством получения новых функций из уже имеющихся. Напомним, что суперпозицией называется любая подстановка функций в функции. Оператором суперпозиции P^n_m называется подстановка в функцию отmпеременных m функций от n одних и тех же переменных. Например, для функций $h(x_1, x_2, \dots, x_m), g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$P^n_m(h, g_1, g_2, \dots, g_m) = h(g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5\text{-}1)$$

В этом случае говорят, что n-местная функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ получена с помощью оператора суперпозиции из m-местной функции $h(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ и n-местных функций $g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, если
$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = h(g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n))$.

2. <u>Оператор примитивной рекурсии.</u> Оператор примитивной рекурсии $\boldsymbol{R}_n$ определяет $(n+1)$-местную функцию f через n-местную функцию g и $(n+2)$-местную функцию h следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} f(x_1,\ldots,x_n,0) &= g(x_1,x_2,\ldots x_n); \\ f(x_1,\ldots,x_n,y+1) &= h(x_1,x_2,\ldots,x_n,y,f(x_1,x_2,\ldots,x_n,y)) \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}2)$$

Пара равенств (2-2) называется схемой примитивной рекурсии.
Тот факт, что функция f определена схемой (5-2) выражается равенством $f(x_1, \ldots, x_n, y) = R_n(g, h)$. В случае, когда n=0, т.е. определяемая функция f является одноместной, схема (5-2) принимает более простой вид:
$f(0) = C; \quad f(y+1) = h(y, f(y))$; (5-3)
где C – константа.
Схемы (5-2) и (5-3) определяют f рекурсивно не только через другие функции g и h, но и через значения f в предшествующих точках: значение f в точке y+1 зависит от значения f в точке y. Для вычисления $f(x_1, x_2, \ldots, x_n, k)$ понадобится k+1 вычислений по схеме (5-2) для $y = 0, 1, \ldots, k$. Пример – вычисление n!.
Существенным в операторе примитивной рекурсии является то, что независимо от числа переменных в f рекурсия ведется только по одной переменной y, остальные n переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ на момент применения схем (5-2) и (5-3) зафиксированы и играют роль параметров.
Функция называется примитивно-рекурсивной, если она может быть получена из нуль-функции $0(x)$, функции следования $S(x)$ и проектирующей функции $\boldsymbol{I}^n_m$ с помощью конечного числа применений операторов суперпозиции и примитивной рекурсии.
Этому определению можно придать более формальный индуктивный вид.

1. Функции $0(x)$, $S(x)$ и $I^n_m(x)$ для всех натуральных n, m, где $m \le n$, являются примитивно рекурсивными.
2. Если $g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $h(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ примитивно рекурсивные, то $P^n_m(h, g_1, \ldots, g_m)$ – примитивно-рекурсивные функции для любых натуральных n, m.
3. Если $g_1(x_1, \ldots, x_n)$ и $h(x_1, \ldots, x_n, y, z)$ – примитивно рекурсивные функции, то $R_n(g, h)$ – примитивно-рекурсивная функция.
4. Других примитивно-рекурсивных функций нет.

Из такого индуктивного описания нетрудно извлечь процедуру, порождающую все примитивно-рекурсивные функции.
<u>Пример 1.</u> Покажем, что сложение, умножение, возведение в степень примитивно-рекурсивно:

1. Сложение $f_+(x, y) = x + y$ примитивно-рекурсивно:

$f_+(x, 0) = x = I^1_1(x)$;

$$f_+(x, y+1) = f_+(x, y) + 1 = S(f_+(x, y)).$$

Таким образом, $f_+(x, y) = R_1\left(I_1^1(x), h(x, y, z)\right)$, где $h(x, y, z) = S(z) = z + 1$.

2. Умножение $f_\times(x, y) = x \times y$ примитивно-рекурсивно:

$$f_\times(x, 0) = 0$$

$$f_\times(x, y+1) = f_\times(x, y) + x = f_+(x, f_\times(x, y)).$$

3. Возведение в степень $f_{\exp}(x, y) = x^y$ примитивно-рекурсивно:

$$f_{\exp}(x, 0) = 1;$$

$$f_{\exp}(x, y+1) = x^y \cdot x = f_\times(x, f_{\exp}(x, y)).$$

4.3. Лабораторные работы

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Наименование лабораторной работы*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1	**3.**	Арифметические основы цифровой техники	23	Работа в малых группах (3час.)
2	**2.**	Кодирование чисел	6	Работа в малых группах (2час.)
3	**1.**	Логические основы цифровой техники	5	Работа в малых группах (2час.)
		ИТОГО	**34**	**7**

4.4. Практические занятия

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Наименование тем практических занятий*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1	**1.**	Логические операции.	3	разбор конкретных ситуаций(2час.)
2	**1.**	Логические функции	3	-
3	**2.**	Алфавит языка логики высказываний	3	-
4	**3.**	Формальная арифметика	4	-
5	**3.**	Рекурсивные функции.	4	-
		ИТОГО	**17**	**2**

4.5. Контрольные мероприятия: курсовой проект (курсовая работа), контрольная работа, РГР, реферат

учебным планом не предусмотрено

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ КФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Компетенции / ***№, наименование разделов дисциплины***	***Кол-во часов***	***Компетенции***		***Σ комп.***	***$t_{ср}$, час***	***Вид учебных занятий***	***Оценка результатов***
		ОПК	***ПК***				
		2	**2**				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1.Основные понятия математической логики.	34	+	-	1	34	Лк,ПЗ,ЛР, СРС	Экзамен
2.Классическое исчисление высказываний.	41	-	+	1	41	Лк,ПЗ,ЛР, СРС	Экзамен
3.Аксиоматические и алгебраические теории	51	-	+	1	51	Лк,ПЗ,ЛР, СРС	Экзамен
всего часов	**126**	**34**	**92**	**2**	**63**		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак, И.Перфильева, И.Мочкорж; Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	*Наименование издания*	*Вид занятия* (*Лк, ЛР, ПЗ,кр*)	*Количество экземпляров в библиотеке,* **шт.**	*Обеспеченность,* **(экз./чел.)**
1	**2**	**3**	**4**	**5**
	Основная литература			
1.	Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.	Лк, ПЗ, ЛР	26	1
2.	Поздняков, С. Н. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. - Москва : Академия, 2008. - 448 с.	Лк, ЛР	10	1
	Дополнительная литература			
3.	Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учеб.пособие для вузов / В. И. Игошин. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Академия, 2007. - 304 с.	ЛР, ПЗ	20	1
4.	Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 416 с.	ЛР, ПЗ	6	0,5

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.Электронный каталог библиотеки БрГУ
http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.
2. Электронная библиотека БрГУ
http://ecat.brstu.ru/catalog .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»
http://e.lanbook.com .
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"
http://window.edu.ru .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru .
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) https://uisrussia.msu.ru/ .
8. Национальная электронная библиотека НЭБ http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search /.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ/практических работ

Лабораторная работа №1

Арифметические основы цифровой техники

Цель работы:

Изучить позиционные системы счисления, получить практические навыки по переводу чисел из одной системы счисления в другую, выполнить арифметические действия над двоичными числами.

Задание:

1. Изучить позиционные системы счисления
2. Получить практические навыки по переводу чисел из одной системы счисления в другую
3. Выполнить арифметические действия над двоичными числами

Вид занятий в интерактивной форме: выполнить задание в группе из 2-3 человек.

Порядок выполнения:

Приводятся определения позиционных, непозиционных систем счисления(СС), основания системы счисления. Рассматриваются методики перевода в десятичную СС, из десятичной в любую другую СС, перевод из двоичной в восьмеричную и шестнадцатеричную и наоборот, арифметические действия в двоичной СС.

Форма отчетности:

Отчет набирается на компьютере и сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Номер варианта
2. Цель работы
3. Задание
4. Поэтапное выполнение всех заданий варианта

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе/ семинару/практическому занятию

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в третьем разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

Дополнительная литература

1. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учеб.пособие для вузов / В. И. Игошин. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Академия, 2007. - 304 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что такое СС?
2. В чем отличие позиционных СС от непозиционных? Приведите примеры таких СС?
3. Что называется основанием позиционной СС?
4. Каковы общие правила перевода чисел в десятичную СС?
5. Каковы общие правила перевода чисел в другие СС?
6. Каковы общие правила перевода чисел из двоичной СС в восьмеричную и шестнадцатеричную?
7. Как выполняются арифметические действия в двоичной СС

Лабораторная работа №2
Кодирование чисел

Цель работы:

Освоить методы представления чисел со знаком в кодированном виде. Получить практические навыки по выполнению сложения и вычитания двоичных числе в прямом, обратном и дополнительном кодах и в коде 8421

Задание:

1. Освоить перевод двоичных числе со знаком в прямой, обратный и дополнительный код
2. Изучить арифметические действия с кодированными числами.
3. Изучить перевод десятичных числе в код 8421 и арифметические действия над ними.

Вид занятий в интерактивной форме: выполнить задание в группе из 2-3 человек.

Порядок выполнения:

Приводятся определение кодирование чисел. Провидятся примеры кодировки в прямой, обратный и дополнительный коды. Изучаются сложения и вычитание в соответствующих кодировках. Приводиться определение кодировки 8421. Изучаются основные закономерности при переводе десятичных чисел в кодировку 8421.

Форма отчетности:

Отчет набирается на компьютере и сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Номер варианта
2. Цель работы
3. Задание
4. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
5. Заключение.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе/ семинару/практическому занятию

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным во втором разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

Дополнительная литература

1. Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 416 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что такое кодирование чисел?
2. Каковы правила сложения чисел в обратном и дополнительном кодах?
3. Каковы правила вычитания чисел в обратном и дополнительном кодах?
4. Что такое обращение и дополнение чисел?
5. Каковы правила обращения и взятия дополнения двоичных чисел?
6. Каким образом представляются десятичные числа в коде 8421?
7. Каковы правила сложения и вычитания чисел в коде 8421?

Лабораторная работа №3
Логические основы цифровой техники

Цель работы:

Познакомиться с основными понятиями алгебры логики. Изучить основные операции булевой алгебры. Получить практические навыки в построение таблиц истинности и булевых выражений. Изучить основные законы и соотношения булевой алгебры. Получить практические навыки по преобразованию и упрощению булевых выражений методами непосредственных преобразований и карт Карно.

Задание:

1. Построить таблицу истинности по заданной булевой функции.
2. По заданной таблице истинности построить булевы выражения: в форме канонической суммы минтермов, в форме канонического произведения макстермов.
3. Используя основные законы и соотношения булевой алгебры, выполнить эквивалентные преобразования булевых выражений.
4. Минимизировать булевые функции заданные в форме канонической суммы минтермов, используя метод непосредственных преобразований и метод Вейча-Карно.

Вид занятий в интерактивной форме: выполнить задание в группе из 2-3 человек.

Порядок выполнения:

Приводятся определение логики, математической логики, алгебры логики. Приводятся примеры основных логических операций. Дается определение таблице истинности и способы работы с ней. Приводиться сводная таблица основных законов и следствий булевой алгебры с приведенными примерами их использования. Дается определение конъюктивной нормальной форме (произведение макстермов) и дизъюктивной нормальной форме (сумме минтермов). Приводиться определения метода Вейча-Карно и способа его применения для минирования булевых функций.

Форма отчетности:

Отчет набирается на компьютере и сдается в печатном виде. В отчете должны присутствовать:

1. Номер варианта
2. Цель работы
3. Задание
4. Поэтапное выполнение всех заданий варианта
5. Заключение.

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе/ семинару/практическому занятию

Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в первом разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Поздняков, С. Н. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. - Москва : Академия, 2008. - 448 с.

Дополнительная литература

1. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учеб.пособие для вузов / В. И. Игошин. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Академия, 2007. - 304 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что является объектом исследования в алгебре логики?
2. Что такое конъюнкция, дизъюнкция, инверсия?
3. Каковы правила построения таблицы истинности по булевому выражению?
4. Какие эквивалентные преобразования можно производить с помощью законов и соотношений булевой алгебры?
5. В чем сущность метода непосредственных преобразований и метода Вейча-Карно?
6. Что такое карты Карно?

Практическое занятие № 1.
Логические операции.

Цель работы:
Изучить логические операции, решить задачи.
Вид занятий в интерактивной форме: выполнить задание и разобрать конкретный пример.
Задание:
Пример 1.
Например, определим значение истинности составного высказывания
$D=A\&(A\&B>\overline{C}) \vee \overline{A}\&B$
при A=0, B=1, C=1
$A\&B=0$, $A\&B>C=1$
$A\&(A\&B>C)=0$
$\overline{A}\&B=1$, $D=1$.
Пример 2.
Рассмотрим обратную задачу. Пусть D=0. Необходимо найти хотя бы один набор значение высказываний A, B, C, при которых D=0.
Задания для самостоятельной работы:
Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическим занятиям:
Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в первом разделе данной дисциплины.

Основная литература
1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

Дополнительная литература
1. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учеб.пособие для вузов / В. И. Игошин. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Академия, 2007. - 304 с.

Практическое занятие № 2
Логические функции.

Цель работы:
Изучить виды функций, способы задания булевой функции, решить задачи.
Задание: в соответствии с вариантом, выданным преподавателем, решить задачи.
Задания для самостоятельной работы:
Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическим занятиям:
Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным во втором разделе данной дисциплины.

Основная литература
1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

Дополнительная литература
1. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учеб.пособие для вузов / В. И. Игошин. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Академия, 2007. - 304 с.

Практическое занятие № 3
Алфавит языка логики высказываний

Цель работы:
Изучить символы логики высказываний, технические знаки, решить задачи.
Задание: в соответствии с вариантом, выданным преподавателем, решить задачи.

Задания для самостоятельной работы:
Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическим занятиям:
Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным во втором разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

Дополнительная литература

1. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учеб.пособие для вузов / В. И. Игошин. - 3-е изд., стереотип. - Москва : Академия, 2007. - 304 с.

Практическое занятие № 4
Формальная арифметика

Цель работы:
Изучить основные теории формальной арифметики, решить задачи.
Задание: в соответствии с вариантом, выданным преподавателем, решить задачи.
Задания для самостоятельной работы:
Предусмотрены вариантом студента.
Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическим занятиям:
Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в третьем разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

Дополнительная литература

1. Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 416 с.

Практическое занятие № 5
Рекурсивные функции.

Цель работы:
Изучить виды функций, рекурсивное определение функций, решить задачи.
Задание:
Пример 1.
Покажем, что сложение, умножение, возведение в степень примитивно-рекурсивно:
Сложение $f_+(x,y)=x+y$ примитивно-рекурсивно:
$f_+(x,0)=x=I_1^1(x)$;
$f_+(x,y+1)=f_+(x,y)+1=S(f_+(x,y))$.
Таким образом, $f_+(x,y)=R_1(I_1^1(x),h(x,y,z))$, где $h(x,y,z)=S(z)=z+1$.
Пример 2.
Покажем, что умножение $f_\times(x,y)=x\times y$ примитивно-рекурсивно:
$f_\times(x,0)=0$
$f_\times(x,y+1)=f_\times(x,y)+x=f_+(x,f_\times(x,y))$.
Пример 3.
Покажем, что возведение в степень $f_{\exp}(x,y)=x^y$ примитивно-рекурсивно: $f_{\exp}(x,0)=1$;
$f_{\exp}(x,y+1)=x^y\cdot x=f_\times(x,f_{\exp}(x,y))$.

Задания для самостоятельной работы:
Предусмотрены вариантом студента.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическим занятиям:
Ознакомиться с теоретическим материалом, представленным в третьем разделе данной дисциплины.

Основная литература

1. Новак, В. Математические принципы нечеткой логики : учебное пособие / В.Новак,И.Перфильева,И.Мочкорж;Пер.с англ. - Москва : Физматлит, 2006. - 352 с.

Дополнительная литература

1. Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 416 с.

.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

-Microsoft Imagine Premium
-ОС Windows 7 Professional
-Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level
-Антивирусное программное обеспечение KasperskySecurity

При реализации дисциплины применяются инновационные технологии обучения, активные и интерактивные формы проведения занятий, указанные в разделах 4.3, 4.4.

11.ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Вид занятия	***Наименование аудитории***	***Перечень основного оборудования***	***№ ЛР,Лк,ПЗ***
1	**3**	**4**	**5**
Лк	Дисплейный класс	AMD Athlon 64 (5GHz/250Gb/2Gb/DD-RW), 2 ядра	Лк 1-8
ЛР	Дисплейный класс	AMD Athlon 64 (5GHz/250Gb/2Gb/DD-RW), 2 ядра	ЛР 1-3
ПЗ	Дисплейный класс	AMD Athlon 64 (5GHz/250Gb/2Gb/DD-RW), 2 ядра	ПЗ 1-5
СР	Читальный зал № 3	Оборудование 15-CPU 5000/RAM 2Gb/HDD (Монитор TFT 19 LG 1953S-SF);принтер HP LaserJet P3005	

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-2	способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат	**1.**Основные понятия математической логики.	1.1.Элементы математической логики 1.2.Логические операции 1.3.Логические функции	Экзаменационный билет
ПК-2	способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления	**2.**Классическое исчисление высказываний.	2.1.Логические исчисления 2.2. Алфавит языка логики высказывания 2.3.Пропозициональные формулы	Экзаменационный билет
		3.Аксиоматические и алгебраические теории	3.1. Формальная арифметика 3.2.Рекурсивные функции	Экзаменационный билет

2. Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	ОПК-2	способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат	1. Математическая логика. Цель логики. 2.Множество. Примеры. 3. Семантический парадокс. 4.Объекты математической логики. 5.Понятие высказывания. 6.Логические операции 7.Конъюнкция высказывания 8.Дизъюнкция высказываний 9.Импликация. 10.Истинное, ложное высказывания. 11.Эквивалентность, высказывание, отрицание. 12. Логические функции. 13. Алфавит, буквы алфавита 14.Однородная функция. Булевы функции. 15.Функции алгебры логики. Их основные функции.	**1.**Основные понятия математической логики.
2.	ПК-2	способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления	16.Логическое исчисление. 17. Логика высказываний. 18. Допущения логики высказываний. 19.Пропозициональные переменные. 20. Пропозициональные формулы. 21. Алфавит языка логики высказываний. 22.Соглашения о скобках 23. Интерпретация	**2.**Классическое исчисление высказываний.
			24.Аксиоматический метод 25.Формальная арифметика. 26.Аксиома. 27. Аксиомы Пеано. 28. Схема аксиом индукции. 29. Рекурсивные функции. 30.Операторы 31.Примитивно-рекурсивные функции 32.Виды функций. 33.Рекурсивное определение функции 34. Примитивно-рекурсивные функции 35.Операторы. Их свойства.	**3.**Аксиоматические и алгебраические теории

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

<table>
<tr><th>Показатели</th><th>Оценка</th><th>Критерии</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Знать
(ОПК-2):
-Способность выявлять естественнонаучную сущность процесса,
- Физико-математические закономерности процессов,
-Способы оценки данных.
(ПК-2):
- Основные приемы обработки данных,
-Методы обработки данных,
-Способы представления экспериментальных данных.
Уметь
(ОПК-2):
-Получать необходимую информацию, обрабатывать ее,
- Использовать полученные знания на практике.
(ПК-2):
- Проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления
Владеть
(ОПК-2):
- Достаточным уровнем понимания материала, и способностью выявлять сущность проблем,
-Соответствующим физико-математическим аппаратом для решения практических задач.
(ПК-2):
-Способностью применять стандартные программные средства с целью получения математических моделей</td><td>отлично</td><td>Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент демонстрирует:
– всестороннее систематическое знание программного материала;
– правильное выполнение практических заданий, направленных на применение программного материала;
– правильное применение основных положений программного материала.</td></tr>
<tr><td>хорошо</td><td>Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент демонстрирует:
– недостаточно полное знание программного материала;
– выполнение с несущественными ошибками практических заданий, направленных на применение программного материала;
– применение с несущественными ошибками основных положений программного материала.</td></tr>
<tr><td>удовлетворительно</td><td>Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент демонстрирует:
– частичное знание программного материала;
– частичное выполнение практических заданий, направленных на применение программного материала;
– частичное применение основных положений программного материала.</td></tr>
<tr><td>неудовлетворительно</td><td>Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент демонстрирует:
– существенные пробелы в знании программного материала;
– принципиальные ошибки при выполнении практических заданий, направленных на применение программного материала;
– невозможность применения основных положений программного материала.</td></tr>
</table>

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Математическая логика направлена на ознакомление с наукой математикой, и её практическим применением в измерительных системах; на получение теоретических знаний и практических навыков использования анализами обработки данных для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины информатика предусматривает:

– лекции,
– лабораторные работы,
– практические занятия.
– самостоятельную работу,
– экзамен.

В ходе освоения раздела 1 «Основные понятия математической логики» обучающиеся должны овладеть знаниями основ логики, логических функций, Булевой алгебры.

В ходе освоения раздела 2 «Классическое исчисление высказываний» обучающиеся должны знать основы алгебры логики, алгебры высказываний, алфавит языка логики высказываний.

В ходе освоения раздела 3 «Аксиоматические и алгебраические теории» обучающиеся должны знать: основные теоремы, функции алгебры логики.

В процессе проведения лабораторных работ происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков реализации представления о различных способах анализа и обработки данных, логических и арифметических основ цифровой техники.

В процессе проведения практических занятий вырабатывается умение использовать полученные знания на практике.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.

К экзамену допускаются студенты, которые выполнили и оформили все лабораторные работы, практические занятия.

По итогам выполненного задания преподаватель оценивает уровень знаний, умений, навыков. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, сформированных по итогам изучения дисциплины, представлено в разделе 3 Приложения 1 настоящей рабочей программы. Основными оценочными средствами при проведении промежуточной аттестации являются вопросы к экзамену.

Приложение 2

АННОТАЦИЯ
рабочей программы дисциплины
Математическая логика

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является: формирование у обучающихся знаний об обработке и представлении экспериментальных данных.

Задачей изучения дисциплины является: формирование у обучающихся знаний, умений, навыков использования математической логики и теории вычислимости, оказывающих наибольшее влияние на теорию и практику современного программирования.

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: лекций – 17 часов, лабораторные работы – 34 часов, практические занятия- 17 часов, самостоятельная работа студента – 58 часов,

Общая трудоемкость дисциплины составляет 180 часов, 5 зачетных единиц.

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Основные понятия математической логики.
2. Классическое исчисление высказываний.
3. Аксиоматические и алгебраические теории.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенции:
ОПК-2 - способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический.
ПК-2 - способность проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления

4.Вид промежуточной аттестации: экзамен

Приложение 3

Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20___-20___ учебный год

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:
____
____

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:
____
____
____

Протокол заседания кафедры №____ от «___» __________ 20 ____ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____________________ _______________________
(подпись) *(Ф.И.О.)*

Приложение 4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
1.	ОПК-2	**1.**Основные понятия математической логики.	1.1.Элементы математической логики. 1.2.Логические операции. 1.3.Логические функции.	Отчеты по лабораторным работам
2.	ПК-2	**2.**Классическое исчисление высказываний.	2.1.Логические исчисления. 2.2.Алфавит языка логики высказывания. 2.3.Пропозициональные формулы.	Отчеты по лабораторным работам
		3.Аксиоматические и алгебраические теории	3.1.Формальная арифметика. 3.2.Рекурсивные функции.	Отчеты по лабораторным работам

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать (ОПК-2): -Способность выявлять естественнонаучную сущность процесса, - Физико-математические закономерности процессов, -Способы оценки данных. (ПК-2): - Основные приемы обработки данных, -Методы обработки данных, -Способы представления экспериментальных данных. **Уметь** (ОПК-2)*:* -Получать необходимую информацию, обрабатывать ее, - Использовать полученные знания на практике. (ПК-2)*:* - Проводить вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных средств с целью получения математических моделей процессов и объектов автоматизации и управления **Владеть** (ОПК-2)*:* - Достаточным уровнем понимания материала, и способностью выявлять сущность проблем, -Соответствующим физико-математическим аппаратом для решения практических задач. (ПК-2)*:* -Способностью применять стандартные программные средства с целью получения математических моделей	**зачтено**	Оценка «зачтено» выставляется в случае, если студент демонстрирует: – всестороннее систематическое знание программного материала; – правильное выполнение лабораторных работ, направленных на применение программного материала; - правильное применение основных положений программного материала.
	не зачтено	Оценка «не зачтено» выставляется в случае, если студент демонстрирует: – существенные пробелы в знании программного материала; – принципиальные ошибки при выполнении лабораторных работ, направленных на применение программного материала; - невозможность применения основных положений программного материала.