

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики и физики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

_____ Е.И. Луковникова

«_____» _____ 201__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Б1.Б.05.02

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

38.03.01 Экономика

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Финансы и кредит

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	3
3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ	4
3.1 Распределение объёма дисциплины по формам обучения.....	4
3.2 Распределение объёма дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости	5
4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	5
4.1 Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий	5
4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам	6
4.3 Лабораторные работы.....	7
4.4 Практические занятия.....	7
4.5 Контрольные мероприятия: курсовой проект (курсовая работа), контрольная работа, РГР, реферат.....	7
5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	8
6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	9
7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	9
8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	10
9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	10
9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ .	10
9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы.....	18
10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	18
11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	18
Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	19
Приложение 2. Аннотация рабочей программы дисциплины	24
Приложение 3. Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе	25
Приложение 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости по дисциплине.....	26

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Знакомство обучающихся с местом и ролью линейной алгебры в современном мире, мировой культуре и истории; формирование математической культуры мышления; овладение математическим аппаратом для решения профессиональных проблем.

Задачи дисциплины

Задачи дисциплины состоят в том, чтобы на примерах математических понятий и методов продемонстрировать обучающимся действие законов материального мира, сущность научного подхода, специфику применения математических методов, в том числе, методов линейной алгебры, для решения профессиональных задач.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2	способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	Знать - виды и специфику источников достоверной математической информации, (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи). Уметь -использовать различные источники информации в своей работе; - осуществлять целенаправленный поиск математической информации; проводить аналитические обзоры информации: структурировать, минимизировать, выделять главное, устанавливать связи между базовыми элементами; - на основе найденной информации выбирать оптимальный способ решения математической проблемы или задачи; анализировать полученные результаты и делать на их основе выводы. Владеть - приемами визуализации данных: представление в виде графиков, схем, таблиц; - навыками математической обработки результатов измерений и вычислений, представления результатов в требуемом виде.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.05.02 Линейная алгебра является базовой.

Дисциплина Линейная алгебра базируется на знаниях, полученных при изучении основных общеобразовательных программ. Линейная алгебра представляет основу для изучения дисциплин: Методы оптимальных решений, Теория игр и дисциплин, в которых применяется математический аппарат линейной алгебры.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	Курс	Семестр	Трудоемкость дисциплины в часах						Контрольная работа	Вид промежуточной аттестации
			Всего часов (с экз.)	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Очная	2	3	144	51	17	-	34	39	-	ЭКЗАМЕН
Заочная	3	-	144	12	4	-	8	123	-	ЭКЗАМЕН
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	Трудоемкость (час.)	в т.ч. в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)	Распределение по семестрам, час
1	2	3	4
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	51	18	51
Лекции (Лк)	17	6	17
Практические занятия (ПЗ)	34	12	34
Контрольная работа	+		+
Групповые (индивидуальные) консультации	+		+
II. Самостоятельная работа обучающихся (СР)	39		39
Подготовка к практическим занятиям	19		19
Подготовка к экзамену в течение семестра	20		20
III. Промежуточная аттестация экзамен	54		54
Общая трудоемкость дисциплины час.	144		144
зач. ед.	4		4

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий - для очной формы обучения:

№ раздела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоемкость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)		
			учебные занятия		самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	практические занятия	
1	2	3	4	6	7
1.	Алгебра матриц	17	2	4	11
1.1.	Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами.	8	1	2	5
1.2.	Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	9	1	2	6
2.	Системы линейных уравнений	29	6	12	11
2.1.	Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия.	11	2	4	5
2.2.	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	18	4	8	6
3.	Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии	44	9	18	17
3.1.	Векторы, основные понятия. Система координат на прямой, на плоскости, в пространстве.	14	3	6	5
3.2.	Операции над векторами, их свойства.	15	3	6	6
3.3.	Линейные объекты в пространстве	15	3	6	6
	ИТОГО	90	17	34	39

- для заочной формы обучения:

№ раздела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоемкость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)		
			учебные занятия		самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	практические занятия	
1	2	3	4	6	7
1.	Алгебра матриц	22,8	0,8	2	20
1.1.	Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами.	9,3	0,3	1	8
1.2.	Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	13,5	0,5	1	12
2.	Системы линейных уравнений	34,7	0,7	2	32
2.1.	Системы линейных алгебраических уравнений. Основные по-	15,5	0,5	1	14

	нения.				
2.2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	19,2	0,2	1	18
3.	Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии	77,5	2,5	4	71
3.1	Векторы, основные понятия. Система координат на прямой, на плоскости, в пространстве.	24	1	1	22
3.2	Операции над векторами, их свойства.	26	1	1	24
3.3.	Линейные объекты в пространстве	27,5	0,5	2	25
	ИТОГО	135	4	8	123

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

<i>№ раздела и темы</i>	<i>Наименование раздела и темы дисциплины</i>	<i>Содержание лекционных занятий</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1	2	3	4
1.	Алгебра матриц		
1.1.	Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами.	Понятие числовой матрицы. Прямоугольная, квадратная, диагональная, единичная матрицы, матрица-строка, матрица-столбец, нулевая матрица. Сравнение, транспонирование матриц. Сложение (вычитание) матриц, умножение матрицы на число. Произведение матриц. Элементарные преобразования матриц. Понятие линейной комбинации строк (столбцов) матрицы. Линейно зависимые и линейно независимые строки (столбцы) матриц. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Ранг матрицы: определения и свойства. Методы вычисления ранга матрицы.	-
1.2.	Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	Понятие определителя, минора и алгебраического дополнения. Свойства определителей. Определение определителя n-го порядка. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков. Методы вычисления определителей n-го порядка: разложение определителя, метод понижения порядка. Методы вычисления определителей (метод понижения порядка, приведение к треугольному виду).	-
2.	Системы линейных уравнений		
2.1	Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия.	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Совместная (несовместная), определенная (неопределенная) СЛАУ. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Ранг матрицы: определения и свойства. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Копелли.	Лекция-беседа (2 часа)
2.2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	Формулы Крамера. Метод Жордана-Гаусса для решения систем m линейных уравнений с n неизвестными. Однородные СЛАУ.	-
3	Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии		
3.1	Векторы, основные понятия.	Система координат на прямой, на плоскости, в пространстве. Коллинеарность, компланарность векторов.	Лекция-беседа (2 часа)
3.2	Операции над	Скалярное произведение векторов. Свойства скаляр-	

	векторами, их свойства.	ного произведения. Скалярное произведение в координатной форме. Условие перпендикулярности векторов. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Геометрический смысл векторного произведения. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения. Смешанное произведение векторов в координатной форме. Геометрический смысл смешанного произведения.	
3.3	Уравнение прямой на плоскости.	Виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости.	-
3.4	Уравнение плоскости.	Виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.	Лекция-беседа (2 часа)

4.3. Лабораторные работы

учебным планом не предусмотрено.

4.4. Практические занятия

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование тем практических занятий</i>	<i>Объем в часах</i>	<i>Вид занятия в инновационной форме</i>
1.	1.	Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами.	4	Занятие-тренинг (4 часа)
		Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.		
2.	2	Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия.	12	Занятие-тренинг (2 часа)
		Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.		
3.	3.	Векторы, основные понятия. Система координат на прямой, на плоскости, в пространстве.	18	Анализ ситуаций (8 часов)
		Операции над векторами, их свойства.		
		Линейные объекты в пространстве		
ИТОГО			34	12

4.5. Контрольные мероприятия: контрольная работа

Учебным планом не предусмотрено.

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Компетенции</i> <i>№, наименование</i> <i>разделов дисциплины</i>	<i>Кол-во</i> <i>часов</i>	<i>Компетен-</i> <i>ции</i>	Σ <i>комп.</i>	<i>t_{ср}, час</i>	<i>Вид</i> <i>учебных</i> <i>занятий</i>	<i>Оценка</i> <i>результатов</i>
		<i>ОПК-2</i>				
1	2	3	4	5	6	7
1. Алгебра матриц	17	+	1	17	Лк, ПЗ, СР	экзамен
2. Системы линейных уравнений	29	+	1	29	Лк, ПЗ, СР	экзамен
3. Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии	44	+	1	44	Лк, ПЗ, СР	экзамен
<i>всего часов</i>	90		1	90		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

а) Подготовка к лекционным и практическим занятиям

1. Бекирова, Р.С. Математика. Линейная алгебра: Методические указания для обучающихся в инженерно-экономических специальностей./Р.С. Бекирова, О.Г. Ларионова, О.И.Медведева. - Братск: БрГУ, 2005. – 83 с.

2. Багинова, Т. Г. Линейная алгебра: учебное пособие / Т. Г. Багинова, Е. В. Лищук. - Братск : БрГУ, 2015. - 130 с.

б) Самоподготовка и самопроверка

1. Багинова Т.Г. Математика. Ч. 1: Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, начала математического анализа. Задания для самостоятельной работы./ Т.Г.Багинова, Е.В. Лищук – Братск: Изд-во БрГУ, 2011. – 133 с.

2. Сборник задач по математике для вузов. В 4 ч. Ч.1 / Под ред. А. В. Ефимова . - 3-е изд., испр., репринт. - Москва : Альянс, 2014 - .Ч.1 : Линейная алгебра и основы математического анализа. - 464 с. : ил.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Наименование издания	Вид занятия (Лк, ПЗ, КР, кр)	Количество экземпляров в библиотеке, шт.	Обеспеченность, (экз./ чел.)
1	2	3	4	5
Основная литература				
1.	Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный . - 10-е изд., испр. - М.: АЙРИС-ПРЕСС, 2011. - 608 с.	Лк, ПЗ, кр	43	1
2.	Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974	Лк, ПЗ, кр	1ЭУ	1
3.	Ларионова, О.Г. Векторная алгебра в применении к линейным объектам на плоскости и в пространстве: Учеб. Пособие для вузов / О.Г. Ларионова, А.С. Ларионов, О.В. Лазарь. – Братск: БрГУ, 2010. – 84 с.	Лк, ПЗ, кр	31	1
Дополнительная литература				
4.	Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч.1 : учебное пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М.: "Оникс 21 век"; Высшая школа, 2003 - 304 с.	Лк, ПЗ, кр	290	1
5.	Элементы линейной алгебры : учебник / Под ред. Р. Ф. Апатенка. - Минск : Вышэйшая школа, 1977. - 256 с.	Лк, ПЗ, кр	336	1
6.	Зайцев, И. А. Высшая математика: учебник для вузов / И. А. Зайцев. - 4-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2005. - 398 с.	Лк, ПЗ, кр	10	0,5

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Электронный каталог библиотеки

БрГУ http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.

2. Электронная библиотека БрГУ

<http://ecat.brstu.ru/catalog> .

3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»

<http://biblioclub.ru> .

4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»

<http://e.lanbook.com> .

5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"

<http://window.edu.ru> .

6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru> .

7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)

<https://uisrussia.msu.ru/> .

8. Национальная электронная библиотека НЭБ

<http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search/> .

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающийся должен разработать собственный режим равномерного освоения дисциплины. Подготовка обучающихся к предстоящей лекции включает в себя ряд важных познавательно-практических этапов:

- чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования предыдущей лекции, вынесение на поля всего, что требуется при дальнейшей работе с конспектом и учебником;
- техническое оформление записей (подчеркивание, выделение главного, выводов, доказательств);
- выполнение практических заданий преподавателя;
- знакомство с материалом предстоящей лекции по учебнику и дополнительной литературе.

Активная работа на лекции, ее конспектирование, продуманная, целенаправленная, систематическая, а главное - добросовестная и глубоко осознанная последующая работа над конспектом - важное условие успешного обучения обучающийся.

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ

Практическое занятие по линейной алгебре позволяет обучающемуся более глубоко разобраться в теоретическом материале и определить сферы его практического применения. Основная цель практического занятия – развитие самостоятельности обучающегося. Подготовка к практическим занятиям состоит в добросовестном анализе теоретического материала, составлении кратких справочников, словариков, схем, алгоритмов. Кроме того, все домашние задания к практическому занятию должны быть выполнены, либо подготовлены вопросы преподавателю, раскрывающие трудности в освоении учебного материала.

Практическое занятие № 1

Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления..

Цель работы: Изучить алгебру матриц. Научиться вычислять определители произвольного порядка.

Задание 1: Найти произведение матриц.

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 5 + 4 \cdot 2 & 2 \cdot 6 + 4 \cdot 4 \\ 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 28 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$$

$2 \times 2 \quad 2 \times 2 \qquad \qquad \qquad 2 \times 2$

Порядок выполнения:

Первую строку A умножаем на первый столбец B: $2 \cdot 5 + 4 \cdot 2 = 18$.

Первую строку A умножаем на второй столбец B: $2 \cdot 6 + 4 \cdot 4 = 28$.

Вторую строку A умножаем на первый столбец B: $1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 9$.

Вторую строку A умножаем на второй столбец B: $1 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 14$.

Задание 2: Вычислить определитель по правилу «треугольника» и разложив его по первой строке, затем по третьему столбцу, затем по второй строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 12 + 3 - 3 + 8 = 20$$

Порядок выполнения:

Разложим определитель по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot A_{11} - 3 \cdot A_{12} + 1 \cdot A_{13} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1 - 3 = 20$$

Разложим определитель по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot A_{13} - 1 \cdot A_{23} + 2 \cdot A_{33} = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = -3 + 11 + 2 \cdot 6 = 20$$

Разложим определитель по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0 \cdot A_{21} + 3 \cdot A_{22} - 1 \cdot A_{23} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 9 + 11 = 20$$

Порядок выполнения:

Форма отчетности: выполнить задание в тетради и показать преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти $C = A \cdot B + \alpha \cdot D^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -4 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha = -2$$

Вычислить определитель четвертого порядка двумя способами:

1) разложив по выбранной строке (столбцу).

2) разложив по выбранной строке (столбцу), предварительно получив в этой строке (столбце) нули.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \\ -3 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

Выучить действия над матрицами.

Выучить формулы для нахождения определителей, алгебраических дополнений.

Основная литература

1. Багинова Т.Г., Лищук Е.В. Математика. Ч. 1: Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, начала математического анализа. Задания для самостоятельной работы. – Братск: Изд-во БрГУ, 2011. – 133 с.
2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный . - 10-е изд., испр. - М.: АЙРИС-ПРЕСС, 2011. - 608 с.
3. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб. для вузов / Под ред. В.А. Ильина. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010/ - 280 С/ -(Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). То же [Электронный ресурс]. – URL <http://knigafund.ru/books/207383/read#page3>

Дополнительная литература

1. Бекирова, Р.С. Математика. Линейная алгебра: Методические указания для обучающихся инженерно-экономических специальностей./Р.С. Бекирова, О.Г. Ларионова, О.И.Медведева. - Братск: БрГУ, 2005. – 83 с.
2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч.1 :учебное пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М.: "Оникс 21 век";: Высшая школа, 2003 - 304 с.
3. Элементы линейной алгебры : учебник / Под ред. Р. Ф. Апатенка. - Минск : Вышэйшая школа, 1977. - 256 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Каков порядок действий при выборе ряда для разложения?
2. Как определяются дополнительные миноры и алгебраические дополнения?
3. Сформулируйте правила для разложения по произвольной строке или столбцу.

Практическое занятие № 2

Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия.

Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Цель работы:

1. Изучить виды систем линейных уравнений
2. Изучить методы решения систем линейных уравнений: Гаусса, Крамера, матричный метод.

Задание 1: Решить систему уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 4y - z = 2 \\ x - 3y + 2z = 1 \\ 4x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

Порядок выполнения:

Надо вычислить четыре определителя. Первый называется основным и состоит из коэффициентов при неизвестных:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 6 + 32 - 2 - 12 + 4 - 8 = 20 \neq 0$$

Заметим, что если $\Delta = 0$, систему методом Крамера решить нельзя.

Три остальных определителя обозначаются Δ_x , Δ_y , Δ_z и получаются заменой соответствующего столбца на столбец правых частей.

Находим Δ_x . Для этого первый столбец в основном определителе меняем на столбец правых частей:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 6 + 24 - 2 - 9 + 4 - 8 = 15$$

Находим Δ_y . Для этого второй столбец в основном определителе меняем на столбец правых частей:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 3 + 16 + 4 + 2 - 12 = 5$$

Находим Δ_z . Для этого третий столбец в основном определителе меняем на столбец правых частей:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -18 + 16 + 4 + 24 - 12 - 4 = 10$$

Решение системы находим по формулам Крамера: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$

$$x = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, \quad y = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}, \quad z = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Таким образом решение системы $x = \frac{3}{4}$, $y = \frac{1}{4}$, $z = \frac{1}{2}$

Сделаем проверку, для этого найденное решение подставим во все уравнения системы.

$$\begin{cases} 2x + 4y - z = 2 & 2 \cdot 0,75 + 4 \cdot 0,25 - 0,5 = 2 & 2 \equiv 2 \\ x - 3y + 2z = 1 & 0,75 - 3 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,5 = 1 & 1 \equiv 1 \\ 4x + 2y - z = 3 & 4 \cdot 0,75 + 2 \cdot 0,25 - 0,5 = 3 & 3 \equiv 3 \end{cases}$$

Задание 2:

Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

Порядок выполнения:

Сначала вычисляем определитель. $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 40 - 9 - 4 - 4 + 12 + 30 = 65 \neq 0$

Находим алгебраические дополнения:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 26 \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -13 \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -13$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 7 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 9 \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 4$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -8 \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 14$$

Записываем обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{65} \cdot \begin{pmatrix} 26 & -13 & -13 \\ 7 & 9 & 4 \\ -8 & -1 & 14 \end{pmatrix}$$

Чтобы проверить вычисления, надо убедиться, что $A \cdot A^{-1} = E$.

$$A \cdot A^{-1} = \frac{1}{65} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 26 & -13 & -13 \\ 7 & 9 & 4 \\ -8 & -1 & 14 \end{pmatrix} = \frac{1}{65} \cdot \begin{pmatrix} 52+21-8 & -26+27-1 & -26+12+14 \\ -52+28+24 & 26+36+3 & 26+16-42 \\ 26+14-40 & -13+18-5 & -13+8+70 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{65} \cdot \begin{pmatrix} 65 & 0 & 0 \\ 0 & 65 & 0 \\ 0 & 0 & 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

Задание 3. Решить систему матричным способом.

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \\ -2x + 4y - 3z = 1 \\ x + 2y + 5z = -2 \end{cases}$$

Порядок выполнения:

Надо выписать матрицу системы, найти к ней обратную и затем умножить на столбец правых частей.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Обратная матрица у нас уже найдена в предыдущем примере, значит можно находить решение:

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{65} \cdot \begin{pmatrix} 26 & -13 & -13 \\ 7 & 9 & 4 \\ -8 & -1 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{65} \cdot \begin{pmatrix} 78-13+26 \\ 21+9-8 \\ -24-1-28 \end{pmatrix} = \frac{1}{65} \cdot \begin{pmatrix} 91 \\ 22 \\ -53 \end{pmatrix}$$

Ответ: $x = \frac{91}{65}$ $y = \frac{22}{65}$ $z = -\frac{53}{65}$

Задание 4. Решить систему уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 2y + z + 2u = 1 \\ 3x - 5y + 4z + 6u = 9 \\ x - y + 5z - u = 7 \\ 4x - 8y + 4z + 9u = 6 \end{cases}$$

Порядок выполнения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 4 & 6 & 9 \\ 1 & -1 & 5 & -1 & 7 \\ 4 & -8 & 4 & 9 & 9 \end{pmatrix} \cong \left(\begin{array}{l} \text{ведущий элемент } a_{11} = 1. \text{Первую строку умножаем на } -3 \text{ и} \\ \text{прибавляем ко второй строке} \end{array} \right) \cong$$

$$\cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 1 & -1 & 5 & -1 & 7 \\ 4 & -8 & 4 & 9 & 9 \end{pmatrix} \cong \left(\begin{array}{l} \text{ведущий элемент } a_{11} = 1. \text{Первую строку умножаем на } -1 \text{ и} \\ \text{прибавляем к третьей строке} \end{array} \right) \cong$$

$$\cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & 6 \\ 4 & -8 & 4 & 9 & 9 \end{pmatrix} \cong \left(\begin{array}{l} \text{ведущий элемент } a_{11} = 1. \text{Первую строку умножаем на } -4 \text{ и} \\ \text{прибавляем к четвертой строке} \end{array} \right) \cong$$

$$\cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \cong \left(\begin{array}{l} \text{ведущий элемент } a_{22} = 1. \text{Вторую строку умножаем на } -1 \text{ и} \\ \text{прибавляем к третьей строке} \end{array} \right) \cong$$

$$\cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \cong \left(\begin{array}{l} \text{по алгоритму следует третий шаг с ведущим элементом } a_{33} = 3, \\ \text{но под ним уже имеется ноль. Не считая столбца правых частей,} \\ \text{матрица имеет треугольный вид.} \end{array} \right)$$

По полученной матрице восстанавливаем систему:

$$\begin{cases} x - 2y + z + 2u = 1 \\ y + z = 6 \\ 3z - 3u = 0 \\ u = 5 \end{cases}$$

Находим решение: $u = 5, z = 5, y = 1, x - 2 + 5 + 10 = 1 \Rightarrow x = -12$

Ответ: $x = -12, y = 1, z = 5, u = 5$.

Форма отчетности: выполнить задание в тетради и показать преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

$$\text{Вариант 1 } \begin{cases} 2x + 4y - z = 2 \\ x + 3y - 3z = 3 \\ 4x + 2y - 5z = -2 \end{cases} \quad \text{Вариант 2 } \begin{cases} x + 3y - 4z = -2 \\ 4x + 2y - 5z = 0 \\ 2x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

$$\text{Вариант 3 } \begin{cases} x + 6y + 2z = 6 \\ 2x + 2y + 4z = -3 \\ x - y - z = -1 \end{cases} \quad \text{Вариант 4 } \begin{cases} 5x + 2y - 3z = 2 \\ 2x - y - z = 2 \\ 6x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Вариант 5 } \begin{cases} 2x + 4y - z = 0 \\ x + 3y - 3z = 3 \\ 4x - 2y - 5z = -2 \end{cases} \quad \text{Вариант 6 } \begin{cases} 3x + 4y - z = 5 \\ x + 3y - 3z = -3 \\ 4x + 2y - 5z = -2 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений матричным методом.

$$\text{Вариант 1 } \begin{cases} x + 6y - 2z = 6 \\ 2x - 2y + 4z = -3 \\ x - y - z = 1 \end{cases} \quad \text{Вариант 2 } \begin{cases} x + 6y + z = 5 \\ 2x - 2y + 4z = -3 \\ x + y - z = -1 \end{cases}$$

$$\text{Вариант 3 } \begin{cases} 5x + 6y - 2z = 6 \\ x + 2y - 4z = -3 \\ x - y - z = -1 \end{cases} \quad \text{Вариант 4 } \begin{cases} x - y + 2z = -6 \\ 2x - y + 4z = -3 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_3 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \\ x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_4 = 7 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + 2x_4 = 14 \\ 11x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 18 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_4 = 12 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + 5x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 8x_4 = 0 \\ x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases}$$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

Выучить порядок действий при определении типа системы и области применения методов решения. Рассмотреть примеры выполнения аналогичных заданий, приведенные в лекциях, в рекомендуемых источниках, в основной и дополнительной литературе. Подготовить вопросы преподавателю.

Основная литература

1. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный . - 10-е изд., испр. - М.: АЙРИС-ПРЕСС, 2011. - 608 с.

2. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб. для вузов / Под ред. В.А. Ильина. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010/ - 280 С/ -(Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). То же [Электронный ресурс]. – URL <http://knigafund.ru/books/207383/read#page3>

Дополнительная литература

1. Бекирова, Р.С. Математика. Линейная алгебра: Методические указания для обучающихся инженерно-экономических специальностей./Р.С. Бекирова, О.Г. Ларионова, О.И.Медведева. - Братск: БрГУ, 2005. – 83 с.

2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч.1 :учебное пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М.: "Оникс 21 век", : Высшая школа, 2003 - 304 с.

3. Зайцев, И. А. Высшая математика: учебник для вузов / И. А. Зайцев. - 4-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2005. - 398 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Системы линейных алгебраических уравнений. 2. (СЛАУ). Совместная (несовместная), определенная (неопределенная) СЛАУ 3. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Ранг матрицы: определения и свойства. 4. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронеккера-Копелли. 5. Формулы Крамера.

Практическое занятие № 3

Векторы, основные понятия. Система координат на прямой, на плоскости, в пространстве.

Операции над векторами, их свойства. Линейные объекты в пространстве

Цель работы: 1. Изучить базис в пространстве. Дать понятие базисных векторов.

2. Научиться выполнять действия над векторами, находить скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. 3. Освоить способы построения уравнений прямой и плоскости, используя элементы векторной алгебры.

Решить следующие задачи, используя правила действий над векторами, формулы скалярного, векторного, смешанного произведения векторов.

1. Даны вершины треугольника $A(-1,2,4), B(-4,2,0), C(3,-2,1)$. Определить его внутренний угол при вершине В.

2. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$. Вычислить $np_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$.

3. Упростить выражение $(2\vec{i} - \vec{j}) \cdot \vec{j} + (\vec{j} - 2\vec{k}) \cdot \vec{k} + (\vec{i} - 2\vec{k})^2$.

4. Раскрыть скобки и упростить выражения: а) $2\vec{i}(\vec{j} \times \vec{k}) + 3\vec{j}(\vec{i} \times \vec{k}) + 4\vec{k}(\vec{i} \times \vec{j})$;

б) $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \times \vec{c} + (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \times \vec{b} + (\vec{b} - \vec{c}) \times \vec{a}$;

5. Сила $\vec{f} = \{2, -4, 5\}$ приложена к точке $M(4, -2, 3)$. Определить момент этой силы относительно точки $A(3, 2, -1)$.

6. Даны точки $A(1, 2, 0), B(3, 0, -3), C(1, 3, -1)$. Вычислить площадь треугольника ABC .

7. Определить, какой является тройка $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$: а) $\vec{a} = \vec{k}, \vec{b} = \vec{i}, \vec{c} = \vec{j}$; б) $\vec{a} = \vec{i}, \vec{b} = \vec{k}, \vec{c} = \vec{j}$;

в) $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \{-1, 0, 4\}, \vec{c} = -3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$; г) $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{j}, \vec{c} = \vec{k}$;

д) $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j}, \vec{c} = \vec{j}$; е) $\vec{a} = \{2, -1, 3\}, \vec{b} = 5\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{c} = \{-1, 1, 1\}$.

8. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, если: а) $\vec{a} = \{2, 3, -1\}, \vec{b} = \{1, -1, 3\}, \vec{c} = \{3, -1, -2\}$;

б) $\vec{a} = \{3, -2, 1\}, \vec{b} = \{2, 1, 2\}, \vec{c} = \{3, -1, -2\}$;

9. При каком значении параметра l векторы $\vec{a} = l\vec{i} + l\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \{5, 3, 0\}, \vec{c} = \{-1, 3, l\}$ компланарны?

10. Доказать, что точки $A(1, 2, -1), B(0, 1, 5), C(-1, 2, 1), D(2, 1, 3)$ лежат в одной плоскости.

11. Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2,-1,1), B(5,5,4), C(3,2,-1), D(4,1,3)$.

Порядок выполнения: 1) прочитать лекцию и рассмотреть приведенные в лекции образцы решения заданий; 2) выполнять задания практического занятия аналогично.

Форма отчетности: выполнить задание в тетради и показать преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

Решить следующие задачи, используя правила действий над векторами, формулы скалярного, векторного, смешанного произведения векторов.

1. Найти значение t при котором векторы $\vec{a} = \{2, -1, 5\}, \vec{b} = \{t, 4, 2\}, \vec{c} = \{1, 0, -1\}$ образуют левую тройку, а объем параллелепипеда, построенного на них, равен 33 куб.ед.

2. Построить пирамиду с вершинами $A(5,2,0), B(2,5,0), C(1,2,4), O(0,0,0)$ и вычислить ее объем, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань.

3. В треугольнике ABC найти периметр P , косинус угла при вершине B , проекцию вектора \vec{AB} на вектор \vec{BC} . $A(2,3,1), B(0,-3,2), C(3,6,2)$.

4. Для треугольника ABC составить:

- 1) уравнения всех его сторон
- 2) уравнения всех его высот
- 3) уравнение медианы CM
- 4) найти угол между медианой CM и стороной BC

$A(2,3), B(0,-3), C(1,3)$

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

Рассмотреть примеры выполнения аналогичных заданий, приведенные в лекциях, в основной и дополнительной литературе. Подготовить вопросы преподавателю

Основная литература

1. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный . - 10-е изд., испр. - М.: АЙРИС-ПРЕСС, 2011. - 608 с. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный . - 10-е изд., испр. - М.: АЙРИС-ПРЕСС, 2011. - 608 с.

2. Ларионова, О.Г. Векторная алгебра в применении к линейным объектам на плоскости и в пространстве: Учеб. Пособие для вузов / О.Г. Ларионова, А.С. Ларионов, О.В. Лазарь. – Братск: БрГУ, 2010. – 84 с.

3. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб. для вузов / Под ред. В.А. Ильина. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010/ - 280 С/ -(Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). То же [Электронный ресурс]. – URL <http://knigafund.ru/books/207383/read#page3>

Дополнительная литература

1. Бекирова, Р.С. Математика. Линейная алгебра: Методические указания для обучающихся инженерно-экономических специальностей./Р.С. Бекирова, О.Г. Ларионова, О.И.Медведева. - Братск: БрГУ, 2005. – 83 с.

2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч.1 :учебное пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М.: "Оникс 21 век", : Высшая школа, 2003 - 304 с.

3. Зайцев, И. А. Высшая математика: учебник для вузов / И. А. Зайцев. - 4-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2005. - 398 с.

4. Багинова Т.Г., Лищук Е.В. Математика. Ч. 1: Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, начала математического анализа. Задания для самостоятельной работы. – Братск: Изд-во БрГУ, 2011. – 133 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Скалярное произведение в координатной форме.
2. Условие перпендикулярности векторов. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Геометрический смысл векторного произведения.

3. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения. Смешанное произведение векторов в координатной форме. Геометрический смысл смешанного произведения.
4. Виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости.
5. Виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.

9.2. Методические указания по выполнению контрольной работы

Контрольные мероприятия представляют собой способ проверки знаний обучающегося, его умений и предполагают письменные ответы на поставленные вопросы, либо самостоятельное выполнение практических заданий. Подготовка к контрольным мероприятиям состоит в ответственном выполнении всех домашних заданий по дисциплине и самостоятельной проработке основной и дополнительной литературы.

Наиболее продуктивной является самостоятельная работа в библиотеке, где доступны основные и дополнительные печатные и электронные источники.

При выполнении приведенных выше рекомендаций подготовка к экзамену сведется к повторению изученного и совершенствованию навыков применения теоретических положений и различных методов решения к стандартным и нестандартным заданиям.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Microsoft Imagine Premium,
 ОС Windows 7 Professional,
 Microsoft Office 2007 Russian Academic OPENNoLevel,
 Kaspersky Security.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

<i>Вид занятия</i> (Лк, ПЗ, кр, СР...)	<i>Наименование аудитории</i>	<i>Перечень основного оборудования</i>	<i>№ Лк, ПЗ</i>
1	2	3	4
Лк	Лекционная	-	№№ 1-17
ПЗ	Лекционная	-	№№ 1-3
СР	ЧЗ1	10-ПК i5-2500/H67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализи обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	1. Алгебра матриц	1.1. Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами.	Экзаменационный билет.
			1.2. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	Экзаменационный билет.
		2. Системы линейных уравнений	2.1. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия.	Экзаменационный билет.
			2.2. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	Экзаменационный билет.
		3. Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии	3.1 Векторы, основные понятия. Система координат на прямой, на плоскости, в пространстве.	Экзаменационный билет.
			3.2. Операции над векторами, их свойства.	Экзаменационный билет.
3.3. Линейные объекты в пространстве	Экзаменационный билет.			

2. Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ 3 семестр	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1	ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	1. Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами	1. Алгебра матриц
			2. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	
			3. Минор, алгебраическое дополнение, формула для вычисления определителя n-го порядка. Определение определителя n-го порядка. Свойства определителей n-го порядка	
			4. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия.	2. Системы линейных уравнений
			5. Элементарные преобразования системы линейных уравнений и расширенной матрицы	
			6. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения неопределенных систем линейных уравнений.	
			7. Метод Крамера для решения системы определенных систем линейных уравнений. Метод Крамера при решении неоднородных систем линейных уравнений.	
			8. Определение и нахождение обратной матрицы. Матричный способ (метод обратной матрицы) решения систем линейных уравнений.	
			9. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли	
			10. Линейные операции над векторами в пространстве. Составляющая вектора по оси (по вектору) и проекция вектора на ось (на вектор). Определение линейной зависимости и независимости, линейной комбинации векторов .	
			11. Линейная зависимость и независимость векторов на плоскости. Линейная зависимость и независимость векторов в пространстве	
			12. Базис на плоскости. Базис в пространстве . Прямоугольный декартов базис в пространстве	
			13. Деление отрезка в данном отношении. Направляющие косинусы вектора. Скалярное произведение векторов	

			15. Уравнение линии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости.	
			16. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.	
			17. Точка пересечения двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.	
			18. Виды уравнений прямой в пространстве. Общее уравнение плоскости в пространстве	
			19. Угол между двумя плоскостями в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.	
			20. Точка пересечения трёх плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.	
			21. Уравнения прямой линии в пространстве.	
			22. Канонические уравнения прямой в пространстве	
			23. Угол между двумя прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве	
			24. Точка пересечения прямой и плоскости в пространстве.	

Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать <i>ОПК-2</i> - виды и специфику источников достоверной математической информации, (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи). - основные математические понятия и методы исследования, особенности их применимости в разных научных областях, специфику математических символов. Уметь <i>ОПК-2</i> - осуществлять целенаправленный поиск математической информации; использовать различные источники информации в своей работе; проводить аналитические обзоры информации: структурировать, минимизировать, выделять главное, устанавливать связи между базовыми	Отлично	Свободно и уверенно находит достоверные источники информации, оперирует предоставленной информацией, отлично владеет навыками анализа и синтеза информации, знает все основные методы решения проблем, предусмотренные учебной программой, знает типичные ошибки и возможные сложности при решении той или иной проблемы и способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи. Демонстрирует на высоком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Грамотно использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.
	Хорошо	В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать и синтезировать предложенную информацию, выбрать метод решения проблемы и решить ее. Допускает единичные серьезные ошибки в решении проблем, испытывает сложности в редко встречающихся или сложных случаях решения проблем, не знает типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Изредка использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.

<p>элементами.</p> <ul style="list-style-type: none"> - на основе найденной информации выбирать оптимальный способ решения математической проблемы или задачи; анализировать полученные результаты и делать на их основе выводы. - грамотно применять основные математические символы, понятия и методы исследования. 	<p>Удовлетворительно</p>	<p>Допускает ошибки в определении достоверности источников информации. Демонстрирует на низком уровне способность применять теоретические знания к конкретному фактическому материалу. В отдельных случаях способен правильно решать только типичные, наиболее часто встречающиеся проблемы, задачи в конкретной области. Демонстрирует на низком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений.</p>
<p>Владеть <i>ОПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - приемами визуализации информации: представление в виде графиков, схем, таблиц. - техниками выполнения расчетов и вычислений, навыками математической обработки результатов измерений и вычислений, представления результатов в требуемом виде. - навыками решения задач из разных областей математики. - навыками использования измерительных и вычислительных устройств, информационных технологий для выполнения расчетов, вычислений, составления и оформления результатов решения задач. 	<p>Неудовлетворительно</p>	<p>Не способен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков анализа и синтеза, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.</p>

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина Линейная алгебра направлена на ознакомление обучающихся с местом и ролью линейной алгебры в современном мире, мировой культуре и истории; на получение теоретических знаний и практических навыков применения системы фундаментальных математических знаний для идентификации, формулирования и решения проблем в профессиональной сфере, а также осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде и для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» предусматривает:

- лекции,
- практические занятия;
- контрольную работу;
- экзамен;
- самостоятельную работу.

Обучающимся необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для разработки и реализации профессионально ориентированных проектов в последующей учебной деятельности.

В процессе изучения дисциплины рекомендуется на первом этапе обратить внимание на специфику прикладных ситуаций и умение выбирать методы решения различных задач. Овладение ключевыми понятиями линейной алгебры является основой усвоения учебного материала по дисциплине.

При подготовке к экзамену особое внимание необходимо уделить рекомендациям и замечаниям преподавателей, ведущих аудиторные занятия по дисциплине.

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков применения различных методов решения стандартных математических ситуаций. При проведении аудиторных занятий в виде разнообразных тренингов и

ситуаций рекомендуется активно участвовать и отмечать уровень собственных знаний и умение общаться.

Самостоятельную работу необходимо начинать с чтения лекций и учебников. В процессе консультации с преподавателем обучающийся выясняет наличие пробелов в знаниях и способах решения разных ситуаций.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

Линейная алгебра

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является: изучение линейной алгебры как раздела современной математики. Линейная алгебра имеет важное методологическое значение в познавательной деятельности человека, предлагая образцы и методы изучения ситуаций, приемы выявления общих закономерностей.

Изучение дисциплины ставит целью: знакомство обучающихся с понятиями линейной алгебры; освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины; развитие четкого логического и алгоритмического мышления. Обучение основным методам линейной алгебры и приложения векторной алгебры к построению геометрических объектов преследует цель повышения уровня фундаментальной математической подготовки обучающихся в направлении осуществления обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде.

Задачи изучения дисциплины состоят в том, чтобы при знакомстве с основополагающими методами линейной алгебры и аналитической геометрии:

- овладеть навыками решения задач с практическим содержанием;
- приобрести твердые навыки решения систем линейных уравнений;
- на основе метода координат обучающийся должен освоить практически важные графические приемы линейного программирования;
- расширить математическую базу, необходимую для развития навыков расчетно-экономической; аналитической, научно-исследовательской; организационно-управленческой деятельности и общепрофессиональной компетенций, а также для изучения последующих дисциплин.

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк.-17 час., ПЗ - 34 час.; СР - 39 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 часов, 4 зачетных единицы.

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Алгебра матриц.
2. Системы линейных уравнений.
3. Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач

4. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

*Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20___-20___ учебный год*

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

Протокол заседания кафедры № _____ от «___» _____ 20 ___ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____
(подпись)

(Ф.И.О.)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	1. Алгебра матриц	1.1. Матрицы, основные понятия, виды матриц, действия над матрицами.	Индивидуальное собеседование
			1.2. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	Индивидуальное собеседование
		2. Системы линейных уравнений	2.1. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия.	Индивидуальное собеседование
			2.2. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства и вычисления.	Индивидуальное собеседование
		3. Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии	3.2 Векторы, основные понятия. Система координат на прямой, на плоскости, в пространстве.	Индивидуальное собеседование
			3.2. Операции над векторами, их свойства.	Индивидуальное собеседование
			3.3. Линейные объекты в пространстве	Индивидуальное собеседование

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Так как текущий контроль проводится в форме индивидуального собеседования, преподаватель имеет возможность оценить качество усвоения изученного материала во время практических занятий.

Показатели	Оценка	Критерии
<p>Знать ОПК-2</p> <ul style="list-style-type: none"> - виды и специфику источников достоверной математической информации, (учебники, учебные пособия, конспекты лекций, интернет, научные статьи). - основные математические понятия и методы исследования, особенности их применимости в разных научных областях, специфику математических символов. <p>Уметь ОПК-2</p> <ul style="list-style-type: none"> - осуществлять целенаправленный поиск математической информации; использо- 	Отлично	Свободно и уверенно находит достоверные источники информации, оперирует предоставленной информацией, отлично владеет навыками анализа и синтеза информации, знает все основные методы решения проблем, предусмотренные учебной программой, знает типичные ошибки и возможные сложности при решении той или иной проблемы и способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи. Демонстрирует на высоком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Грамотно использует при этом возможности

<p>вать различные источники информации в своей работе; проводить аналитические обзоры информации: структурировать, минимизировать, выделять главное, устанавливать связи между базовыми элементами.</p>		<p>вычислительных устройств и информационных технологий.</p>
<p>- на основе найденной информации выбрать оптимальный способ решения математической проблемы или задачи; анализировать полученные результаты и делать на их основе выводы.</p> <p>- грамотно применять основные математические символы, понятия и методы исследования.</p> <p>Владеть <i>ОПК-2</i></p> <p>- приемами визуализации информации: представление в виде графиков, схем, таблиц.</p> <p>- техниками выполнения расчетов и вычислений, навыками математической обработки результатов измерений и вычислений, представления результатов в требуемом виде.</p> <p>- навыками решения задач из разных областей математики.</p> <p>- навыками использования измерительных и вычислительных устройств, информационных технологий для выполнения расчетов, вычислений, составления и оформления результатов решения задач.</p>	<p>Хорошо</p>	<p>В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать и синтезировать предложенную информацию, выбрать метод решения проблемы и решить ее. Допускает единичные серьезные ошибки в решении проблем, испытывает сложности в редко встречающихся или сложных случаях решения проблем, не знает типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Изредка использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.</p>
	<p>Удовлетворительно</p>	<p>Допускает ошибки в определении достоверности источников информации. Демонстрирует на низком уровне способность применять теоретические знания к конкретному фактическому материалу. В отдельных случаях способен правильно решать только типичные, наиболее часто встречающиеся проблемы, задачи в конкретной области. Демонстрирует на низком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений.</p>
	<p>Неудовлетворительно</p>	<p>Не способен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков анализа и синтеза, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.</p>

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 08.03.01 Экономика от «12» октября 2015г. № 1327 и

для набора 2018 года: учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018 г. № 130, для заочной формы обучения от «12» марта 2018 г. № 130.

Программу составил:

О.И. Медведева, кандидат технических наук, доцент _____

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры МиФ

от «21» ноября 2018 г., протокол № 3

И.о. заведующего кафедрой МиФ _____ О.И. Медведева

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой _____ М.И. Черутова

Директор библиотеки _____ Т.Ф.Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией Естественнонаучного факультета

от «20 » декабря 2018 г., протокол № 4

Председатель методической комиссии факультета _____ М.А. Варданян

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
учебно-методического управления _____ Г.П.Нежевец

Регистрационный № _____