

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Кафедра математики и физики**

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Е.И.Луковникова

« \_\_\_\_\_ » декабря 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

**Б1.Б.05.03**

**НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ**

**38.03.01 Экономика**

**ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ**

**Финансы и кредит**

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

<b>1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....</b>	<b>3</b>
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....</b>	<b>4</b>
<b>3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>4</b>
3.1. Распределение объёма дисциплины по формам обучения.....	4
3.2. Распределение объёма дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости .....	4
<b>4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>5</b>
4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий .....	5
4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам .....	8
4.3. Лабораторные работы.....	11
4.4. Практические занятия.....	11
4.5. Контрольные мероприятия: курсовой проект (курсовая работа), контрольная работа, РГР, реферат.....	11
<b>5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>12</b>
<b>6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	<b>13</b>
<b>7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>13</b>
<b>8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>14</b>
<b>9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>14</b>
9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ, практических работ .....	14
9.2. Методические указания по выполнению курсового проекта (курсовой работы), контрольной работы, РГР, реферата .....	42
<b>10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>42</b>
<b>11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>42</b>
<b>Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....</b>	<b>43</b>
<b>Приложение 2. Аннотация рабочей программы дисциплины .....</b>	<b>49</b>
<b>Приложение 3. Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе .....</b>	<b>50</b>
<b>Приложение 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости по дисциплине.....</b>	<b>51</b>

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

## Вид деятельности выпускника

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» охватывает круг вопросов, относящихся к аналитической, научно-исследовательской деятельности выпускника в соответствии с компетенциями, указанными в учебном плане.

## Цель дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика, как разделы современной математики, имеют важное методологическое значение в познавательной деятельности человека, предлагая образцы и методы изучения ситуаций, приемы выявления общих закономерностей и выдвижения гипотез.

Целью изучения дисциплины является знакомство обучающихся с вероятностными и статистическими понятиями и методами, приобретение навыков статистического моделирования в профессиональных ситуациях, развитие логического и алгоритмического мышления.

Обучение основным стохастическим методам преследует цель повышения уровня фундаментальной математической подготовки в направлении осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде.

## Задачи дисциплины

Задачи дисциплины состоят в том, чтобы на примерах вероятностных понятий и статистических методов:

- продемонстрировать обучающимся связь случайного и закономерного;
- заложить представления о стохастическом моделировании;
- научить обрабатывать выборочные данные и делать выводы, выдвигать и проверять гипотезы, прогнозируя тем самым, развитие ситуаций;
- расширить математическую базу, необходимую для развития навыков исследовательской и организационно-управленческой деятельности и профессиональных компетенций, а также для изучения последующих дисциплин.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.	<b>знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– основные разделы теории вероятностей и математической статистики, ее методологию;</li><li>– фундаментальные положения основных разделов теории вероятностей и математической статистики;</li></ul> <b>уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– переводить прикладные задачи в математические модели;</li><li>– выбирать методы исследования математических моделей;</li></ul> <b>владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– методами анализа ситуации и способами их перевода в абстрактные математические модели;</li><li>– навыками решения задач из разных областей математики;</li><li>- приемами анализа результатов решения и сопоставления с прикладной ситуацией.</li></ul>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.05.03 Теория вероятностей и математическая статистика является обязательной дисциплиной базовой части учебного плана.

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика базируется на знаниях, полученных как при изучении таких учебных дисциплин, как: Математический анализ, Линейная алгебра, Информатика. Основываясь на изучении указанных программ, дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика представляет основу для изучения дисциплин Методы оптимальных решений, Теория игр, Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

## 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	Курс	Семестр	Трудоемкость дисциплины в часах						Курсовая работа (проект), контрольная работа, реферат, РГР	Вид промежуточной аттестации (экзамен, зачет)
			Всего часов (с экз.)	Аудиторных часов	Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Очная	2	3,4	216	88	35	36	17	92	-	Зачет, Экзамен
Заочная	3	-	216	16	4	-	12	191	-	Экзамен
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

### 3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	Трудоемкость (час.)	в т.ч. в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)	Распределение по семестрам, час	
			3	4
1	2	3	4	5
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	88	30	34	54
Лекции (Лк)	35	12	17	18
Лабораторные работы (ЛР)	36	12	-	36
Практические занятия (ПЗ)	17	6	17	-
Групповые (индивидуальные) консультации	+	-	+	+

<b>II. Самостоятельная работа обучающихся (СР)</b>	92	-	20	72
Подготовка к лабораторным работам	36	-	-	36
Подготовка к практическим занятиям	10	-	10	-
Подготовка к экзамену в течение семестра	36	-	-	36
Подготовка к зачету	10	-	10	-
<b>III. Промежуточная аттестация</b>				
экзамен	36	-	-	36
зачет	+	-	+	-
Общая трудоемкость дисциплины час.	216		54	162
зач. ед.	6		1,5	4,5

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для очной формы обучения:

№ раздела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоемкость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)			
			учебные занятия			самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	практические занятия	лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
<b>1.</b>	<b>Случайные события</b>	<b>27</b>	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>0</b>	<b>9</b>
1.1.	Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	4	1	9	-	2
1.2.	Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	5	2		-	1
1.3.	Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	7	2		-	2
1.4.	Формула полной вероятности и формулы Байеса.	6	2		-	2
1.5.	Независимые повторные испытания.	5	2		-	2
<b>2.</b>	<b>Случайная величина</b>	<b>27</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>0</b>	<b>11</b>
2.1.	Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	7	2	8	-	3
2.2.	Дискретная случайная величина, законы распределения	6	2		-	2
2.3.	Числовые характеристики случайной величины.	7	2		-	3
2.4.	Законы распределения непрерывной случайной величины.	7	2		-	3

<b>3.</b>	<b>Начала математической статистики</b>	<b>27</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>14</b>
3.1.	Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	9	1	-	10	4
3.2.	Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	11	1	-		6
3.3.	Интервальные оценки	7	1	-		4
<b>4.</b>	<b>Статистическая проверка статистических гипотез</b>	<b>39</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>12</b>	<b>24</b>
4.1.	Основные понятия	9	1	-	12	6
4.2.	Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	17	1	-		10
4.3.	Проверка различных гипотез.	13	1	-		8
<b>5.</b>	<b>Корреляционный анализ</b>	<b>60</b>	<b>12</b>	<b>0</b>	<b>14</b>	<b>34</b>
5.1.	Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	11	2	-	14	6
5.2.	Нелинейная и множественная корреляция	13	3	-		6
5.3.	Ранговая корреляция	15	3	-		8
5.4.	Однофакторный дисперсионный анализ	21	4	-		14
	<b>ИТОГО</b>	<b>180</b>	<b>35</b>	<b>17</b>	<b>36</b>	<b>92</b>

-для заочной формы обучения:

№ раздела и темы	Наименование раздела и тема дисциплины	Трудоемкость, (час.)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)			
			учебные занятия			самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	практические занятия	лабораторные работы	
1	2	3	4	5	6	7
<b>1.</b>	<b>Случайные события</b>	<b>46,4</b>	<b>1</b>	<b>2,4</b>	<b>-</b>	<b>43</b>
1.1.	Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	8,4	0,1	2,4	-	8
1.2.	Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	10,1	0,1		-	9
1.3.	Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	8,5	0,1		-	8
1.4.	Формула полной вероятности и формулы Байеса.	10,8	0,5		-	10
1.5.	Независимые повторные испытания.	8,6	0,2		-	8

<b>2.</b>	<b>Случайная величина</b>	<b>57,6</b>	<b>1</b>	<b>3,6</b>	-	<b>53</b>
2.1.	Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	6,7	0,1	3,6	-	6
2.2.	Дискретная случайная величина, законы распределения	18,1	0,1		-	17
2.3.	Числовые характеристики случайной величины.	13,7	0,7		-	12
2.4.	Законы распределения непрерывной случайной величины.	19,1	0,1		-	18
<b>3.</b>	<b>Начала математической статистики</b>	<b>22</b>	<b>0,5</b>	<b>1,5</b>	-	<b>20</b>
3.1.	Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	8,4	0,1	1,5	-	8
3.2.	Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	6,8	0,2		-	6
3.3.	Интервальные оценки	6,8	0,2		-	6
<b>4.</b>	<b>Статистическая проверка статистических гипотез</b>	<b>30,4</b>	<b>0,6</b>	<b>1,8</b>	-	<b>28</b>
4.1.	Основные понятия	6,4	0,1	1,8	-	6
4.2.	Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	10,8	0,2		-	10
4.3.	Проверка различных гипотез.	13,2	0,3		-	12
<b>5.</b>	<b>Корреляционный анализ</b>	<b>50,6</b>	<b>0,9</b>	<b>2,7</b>	-	<b>47</b>
5.1.	Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	8,8	0,2	2,7	-	8
5.2.	Нелинейная и множественная корреляция	12,4	0,1		-	12
5.3.	Ранговая корреляция	13,2	0,3		-	12
5.4.	Однофакторный дисперсионный анализ	16,2	0,3		-	15
<b>ИТОГО</b>		<b>207</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	-	<b>191</b>

#### 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

<i>№ раздела и темы</i>	<i>Наименование раздела и темы дисциплины</i>	<i>Содержание лекционных занятий</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1.</b>	<b>Случайные события</b>		
1.1.	Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Элементы комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки. Способы вычисления. Правила вычисления количества вариантов комбинаций: сумма и произведение.	-
1.2.	Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Основные понятия теории вероятностей. Испытания и события. Виды случайных событий. Понятия совместных (несовместных), элементарных, благоприятствующих событий, полной группы событий. Классическое определение вероятности. Примеры непосредственного вычисления вероятностей. Относительная частота. Статистическая вероятность. Геометрические вероятности. Аксиомы теории вероятностей.	Лекция- беседа (2 часа)
1.3.	Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Понятие алгебры событий. Зависимые и независимые события. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема о вероятности произведения зависимых событий. Теорема о вероятности произведения независимых событий. Сумма событий. Теорема о вероятности суммы двух несовместных событий. Теорема о вероятности суммы двух совместных событий. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу событий. Противоположные события. Вероятность появления хотя бы одного из $n$ независимых в совокупности событий. Следствие.	Обсуждение ситуаций (2 часа)
1.4.	Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Теорема о полной вероятности. Формула Байеса. Условия применения формулы полной вероятности и формулы Байеса.	-
1.5.	Независимые повторные испытания.	Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.	-
<b>2.</b>	<b>Случайная величина</b>		
2.1.	Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Способы задания закона распределения. Многоугольник	-



		распределения вероятностей. Функция распределения вероятностей случайной величины и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства.	
2.2.	Дискретная случайная величина, законы распределения	Биномиальный закон распределения и его числовые характеристики. Закон Пуассона. Простейший поток событий. Свойства стационарности, ординарности и отсутствия последствия. Интенсивность потока.	-
2.3.	Числовые характеристики случайной величины.	Характеристики положения: мода, медиана, математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Вероятностный смысл математического ожидания. Характеристики рассеяния случайной величины. Отклонение случайной величины от ее математического ожидания. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение. Начальные и центральные моменты k-го порядка.	-
2.4.	Законы распределения непрерывной случайной величины.	Закон равномерного распределения вероятностей, его функция распределения и плотности распределения, числовые характеристики. Закон показательного распределения, его функция распределения и плотности распределения, числовые характеристики. Закон нормального распределения вероятностей, функция плотности распределения, характеристики. Правило трех сигм.	Лекция- беседа (2 часа)
<b>3.</b>	<b>Начала математической статистики</b>		
3.1.	Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Предмет математической статистики. Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Вариационный ряд и его характеристики. Полигон частот (относительных частот). Эмпирическая функция распределения и ее свойства. Гистограмма частот (относительных частот), эмпирическая функция плотности распределения.	-
3.2.	Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Точечные оценки параметров и их свойства: несмещенность, эффективность, состоятельность. Генеральная средняя, выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии.	-

		Выборочное среднее квадратическое отклонение, асимметрия и эксцесс. Расчет статистических оценок генеральной совокупности.	
3.3.	Интервальные оценки	Точность оценки. Доверительная вероятность (надежность). Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении.	Обсуждение ситуаций (1 час)
<b>4.</b>	<b>Статистическая проверка статистических гипотез</b>		
4.1.	Основные понятия	Статистическая гипотеза, нулевая и конкурирующая гипотезы, простая и сложная гипотезы, одномерная и многомерная гипотезы, область принятия, область отказа от гипотезы, уровень значимости, виды ошибок и рисков при проверке гипотез, статистический критерий, виды статистических критериев, виды критических областей, алгоритм статистической проверки статистических гипотез.	-
4.2.	Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Понятие критерия согласия. Критерии Смирнова и Колмогорова, критерий Пирсона. Центрирование и нормирование выборки, алгоритм проверки	-
4.3.	Проверка различных гипотез.	Гипотезы о средних. Гипотезы о дисперсиях.	-
<b>5.</b>	<b>Корреляционный анализ</b>		
5.1.	Начала корреляционного анализа	Понятие зависимости генеральных совокупностей: функциональная, статистическая, корреляционная. Корреляционное поле. Метод наименьших квадратов. Вывод уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции	-
5.2.	Нелинейная и множественная корреляция	Нелинейная корреляция. Виды зависимостей. Множественная линейная корреляция. Особенности «отношений» переменных.	Лекция- беседа (2 часа)
5.3.	Ранговая корреляция	Понятие ранга. Виды зависимостей: прямая, обратная, произвольная. Понятие и вычисление коэффициента корреляции. Проверка значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции	Лекция- беседа (1 час)
5.4.	Однофакторный дисперсионный анализ	Понятие фактора, уровня фактора, факторной, остаточной и общей сумм квадратов отклонений выборочного параметра от среднего. Методы самопроверки при выполнении расчетов. Понятие факторной, остаточной, общей дисперсии. Проверка гипотезы о значимом влиянии фактора.	Лекция- беседа (2 часа)

### 4.3. Лабораторные работы

<i>№ n/n</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование лабораторной работы</i>	<i>Объ- ем в ча- сах</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инно- вационной фор- мах, (час.)</i>
1.	3.	Первичная обработка выборки. Вычисление точечных и интервальных оценок.	10	Ситуационная задача (4 часа)
2.	4.	Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности на основании критерия Пирсона. Статистическая проверка различных гипотез.	12	Кейс ситуаций (4 часа)
3.	5.	Корреляция для малой двумерной выборки. Корреляция для большой двумерной выборки. Множественная линейная корреляция. Ранговая корреляция. Однофакторный дисперсионный анализ.	14	Ситуационная задача (4 часа)
<b>ИТОГО</b>			<b>36</b>	<b>12</b>

### 4.4. Практические занятия

<i>№ n/n</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Наименование тем практических занятий</i>	<i>Объ- ем в часах</i>	<i>Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)</i>
1.	1.	Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события. Алгебра событий. Произведение и сумма событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые повторные испытания.	9	Работа в малых группах (1 час) Анализ ситуаций (2 часа)
2.	2.	Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения. Дискретная случайная величина, законы распределения. Числовые характеристики случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины.	8	Анализ ситуаций (3 часа)
<b>ИТОГО</b>			<b>17</b>	<b>6</b>

### 4.5. Контрольные мероприятия: курсовой проект (курсовая работа), контрольная работа, РГР, реферат

Учебным планом не предусмотрено.

**5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

<i>Компетенции</i> <i>№, наименование</i> <i>разделов дисциплины</i>	<i>Кол-во</i> <i>часов</i>	<i>Компетенции</i>	$\Sigma$ <i>комп.</i>	<i>t<sub>ср</sub></i> , час	<i>Вид</i> <i>учебных</i> <i>занятий</i>	<i>Оценка</i> <i>результатов</i>
		<i>ОПК-2</i>				
1	2	3	4	5	6	7
1. Случайные события	27	+	1	27	Лк, ПЗ, СР	зачет
2. Случайная величина	27	+	1	27	Лк, ПЗ, СР	зачет
3. Начала математической статистики	27	+	1	27	Лк, ЛР, СР	экзамен
4. Статистическая проверка статистических гипотез	39	+	1	39	ЛК, ЛР, СР	экзамен
5. Корреляционный анализ	60	+	1	60	ЛК, ЛР, СР	экзамен
<i>всего часов</i>	<b>180</b>	<b>180</b>	<b>1</b>	<b>180</b>		

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### а) Подготовка к лекционным и практическим занятиям

1. Геврасева, С.А. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие. / О.Г. Ларионова, С.А. Геврасева.– Братск: Изд-во БрГУ, 2012. -136 с.
2. Ларионова, О.Г. Вероятность случайного события. Методические указания. / О.Г. Ларионова, С.А. Геврасева.– Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008.- 48 с.
3. Ларионова, О.Г. Математическая статистика: учеб. пособие / О.Г. Ларионова, С.А. Геврасева. – 3-е изд. перераб. и доп. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. – 66с.

### б) Самоподготовка и самопроверка

1. Багинова, Т.Г. Математика: Теория вероятностей и математическая статистика: сборник заданий и тестов./ Т.Г. Багинова, Р.С. Бекирова. Е.В., Лищук – Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 69 с.

## 7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	<i>Наименование издания</i>	<i>Вид занятия</i>	<i>Количество экземпляров в библиотеке, шт.</i>	<i>Обеспеченность, (экз./ чел.)</i>
1	2	3	4	5
<b>Основная литература</b>				
1.	Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=277492">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=277492</a>	<i>Лк, ЛР, ПЗ, СР</i>	1ЭУ	1
2.	Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - ISBN 5-238-00560-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436721">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436721</a>	<i>Лк, ЛР, ПЗ, СР</i>	1ЭУ	1
3	Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт, 2011. - 404 с. - (Основы наук).	<i>Лк, ЛР, ПЗ, СР</i>	150 (включая аналоги)	1
4	Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙРИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.	<i>Лк, ЛР, ПЗ, СР</i>	27 (включая аналоги)	1
<b>Дополнительная литература</b>				
5	Карасев, А. И. Курс высшей математики для экономических вузов. В 2ч. Ч.1-2: учебное пособие / А.И. Карасев, З.М. Аксютин, Т.И. Савельева. - М.: Высшая школа, 1982. Ч.2: Теория вероятностей и математическая статистика. Линейное программирование. - 320 с.	<i>Лк, ПЗ, ЛР, СР</i>	115	1

6	Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Математическая статистика: учебн. пособие. – 4-е изд. перераб и доп. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. – 104 с.	<i>Лк, ЛР, СП</i>	16	0,5
7	Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. : учеб. пособие для вузов / П.Е.Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Москва : "Оникс 21 век"; Мир и Образование, 2006 - Ч.2. - 415 с.	<i>Лк, ПЗ, СП</i>	54	1

## 8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Электронный каталог библиотеки БрГУ  
[http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r\\_15/cgiirbis\\_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=](http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=).
2. Электронная библиотека БрГУ  
<http://ecat.brstu.ru/catalog>.
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»  
<http://biblioclub.ru>.
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»  
<http://e.lanbook.com>.
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"  
<http://window.edu.ru>.
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru>.
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)  
<https://uisrussia.msu.ru/>.
8. Национальная электронная библиотека НЭБ  
<http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search/>.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающийся должен разработать собственный режим равномерного освоения дисциплины. Подготовка студента к предстоящей лекции включает в себя ряд важных познавательно-практических этапов:

- чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования предыдущей лекции, вынесение на поля всего, что требуется при дальнейшей работе с конспектом и учебником;
  - техническое оформление записей (подчеркивание, выделение главного, выводов, доказательств);
  - выполнение практических заданий преподавателя;
  - знакомство с материалом предстоящей лекции по учебнику и дополнительной литературе.
- Активная работа на лекции, ее конспектирование, продуманная, целенаправленная, систематическая, а главное - добросовестная и глубоко осознанная последующая работа над конспектом - важное условие успешного обучения студентов.

### 9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ, практических работ

Практические занятия позволяют студенту более глубоко разобраться в теоретическом материале и определить сферы его практического применения. При изучении раздела, связанного с комбинаторикой, применяется работа в малых группах. Анализ ситуаций используется при изучении алгебры событий, полной вероятности и независимых испытаний. Основная цель практического занятия – развитие самостоятельности студента. Подготовка к практическим занятиям состоит в добросовестном анализе теоретического материала, составлении кратких справочников, словариков, схем, алгоритмов. Кроме того, все домашние

задания к практическому занятию должны быть выполнены, либо подготовлены вопросы преподавателю, раскрывающие трудности в освоении учебного материала.

Лабораторные работы в дисциплине предусмотрены для разделов «Начала математической статистики», «Статистическая проверка статистических гипотез», «Корреляционный анализ». Расчеты выполняются в пакете Excel. В аудитории вся группа анализирует и реализует один вариант. При этом занятия проводятся как ситуационная задача. Занятия в виде «кейс ситуаций», «анализ ситуаций», способствуют формированию необходимых компетенций. Обучающиеся, работая в малых группах, максимально автоматизируют все вычисления и сохраняют для домашнего задания. Дома каждый выполняет аналогичное задание для индивидуальных данных. Так студент обучается использовать готовые программные средства и формировать представление о необходимости «ручной работы» при любых автоматических вычислениях.

### **Практическое занятие № 1**

Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события. Алгебра событий. Произведение и сумма событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые повторные испытания.

#### Цель работы:

1. Изучить элементы комбинаторики, правила логического сложения и умножения.
2. Изучить случайные события, их виды, классическое определение вероятности.
3. Изучить алгебру событий.
4. Определить взаимосвязь между зависимыми, не зависимыми, совместными и несовместными событиями.
5. Выяснить какие события образуют полную группу.

#### Задание Решить задачи

Элементы комбинаторики

- 1). В коробке 5 красных, 7 синих, 3 зеленых карандаша.
  - А. Сколько существует способов выбора одного красного карандаша?
  - Б. Сколько существует способов выбора одного синего карандаша?
  - В. Сколько существует способов выбора одного карандаша?
  - Г. Сколько существует способов выбора двух красных карандашей?
  - Д. Сколько существует способов выбора четырех синих карандашей?
- 2). Сколькими способами можно расставить 10 книг на полке?
- 3). Сколько существует трехзначных чисел с разными цифрами?
- 4). Сколько существует трехзначных чисел с двумя одинаковыми цифрами?
- 5). Сколько существует различных способов выбора 3 спортсменов из 10?
- 6). В соревнованиях участвует 20 человек, трое из них займут 1, 2, 3 место. Сколько существует вариантов различных троек призеров?
- 7). В группе 30 человек. Сколькими способами можно назначить старосту и профорга?
- 8). Набирая 6-значный номер, абонент забыл последние 2 цифры, лишь помня, что они различные. Сколько вообще номеров он может набрать?
- 9). Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется 5 цветов?
- 10). Сколько 6-значных чисел, кратных 5, можно составить с помощью цифр 1,2,3, 4, 5, 6 при условии, что а) цифры не повторяются; б) цифры могут повторяться?
- 11). В группе 12 студентов, из них 8 отличников. Наугад отбирают 7 человек. Сколько различных списков можно составить, чтобы в каждом было ровно по 5 отличников?

Классическое определение вероятности

- 1). Брошены 2 игральные кости. Найти вероятность, что ...
  - а) сумма выпавших очков равна 7;

- б) выпало равное число очков на первой и второй кости;
  - в) произведение выпавших очков делится на 6;
  - г) сумма выпавших очков равна 5, а произведение 6.
- 2). В корзине 2 белых, 3 черных и 4 красных шара. Найти вероятность ...
    - а) извлечь 1 белый шар;      г) извлечь 1 черный и 2 красных шара;
    - б) извлечь 2 черных шара;    д) извлечь 3 шара одного цвета .
    - в) извлечь 3 красных шара;
  - 3). Карточки с буквами «М», «О», «Р», «Е» перемешали и выбирают наугад. Найти вероятность, что будет составлено слово...    а) «МОРЕ»;      б) «МОРС».
  - 4). В ящике 15 деталей, из них 9 окрашены. Наугад выбрали 5 деталей. Найти вероятность, что ...
    - а) все 5 деталей окрашены;    б) окрашенных деталей нет;
    - в) только 2 окрашены;      г) хотя бы одна окрашена.
  - 5). На полке стоит 9 томов произведений Л.Н.Толстого. Какова вероятность, что том 1 и том 5 находятся рядом?

#### Теоремы суммы и произведения

- 1) В магазин поступило 30 телевизоров, 5 среди которых имеют скрытые дефекты. Наудачу отбираются 2 телевизора для проверки. Какова вероятность того, что оба они не имеют дефектов?
- 2) Вероятность безотказной работы двух независимо работающих сигнализаторов равна 0,6 и 0,9. Найти вероятность того, что сработают: а) оба сигнализатора, б) сработает хотя бы один сигнализатор .
- 3) Изделия проверяются на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно равна 0,8. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартно.
- 4) Партия товара, состоящая из 15 ящиков, подлежит приемке, если при проверке наугад двух выбранных ящиков окажется, что содержащиеся в них изделия удовлетворяют стандарту. Найти вероятность приемки партии, содержащей в 5 ящиках нестандартные изделия.
- 5) На складе телевизионного ателье из имеющихся 20 микросхем 6 изготовлены первым заводом, остальные - вторым. Найти вероятность того, что две наудачу взятых микросхемы изготовлены первым заводом.
- 6) Студент знает 20 вопросов из 25-ти. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.
- 7) В рабочем поселке 11 торговых точек, 8 из которых - ИЧП. Для проверки наудачу отбираются 5. Какова вероятность того, что в число проверяемых попадут только частные торговые предприятия?
- 8) Брошены монета и игральная кость. Найти вероятность совмещения событий: «появился герб», «появилось 6 очков».
- 9) Три электрические лампочки последовательно включены в цепь. Вероятность того, что одна (любая) лампочка перегорит, если напряжение в сети превысит номинальное, равна 0,6. Найти вероятность того, что при повышенном напряжении тока в цепи не будет.
- 10) В экзаменационном билете три вопроса. Вероятность ответа на первый вопрос – 0,9; на второй – 0,7; на третий – 0,5. Найти вероятность различных оценок: 5 – даны правильные ответы на все вопросы билета; 4 - даны правильные ответы только на два вопроса билета; 3 - дан правильный ответ только на один вопрос билета; 2 – ни на один вопрос не дано правильного ответа.

#### Формула полной вероятности, формула Байеса

- 1) В первом ящике из 20 деталей 4 бракованных, во втором ящике из 30 деталей 5 бракованных. Из первого ящика во второй переложили одну деталь. Найти вероятность извлечь из второго ящика бракованную деталь.
- 2) В группе 10 студентов. Иванов и Петров знают по 20 билетов из 30, Васильев – 15, а остальные знают все билеты. Вероятность сдать экзамен при знании билета 0,85, при незнании 0,1. Найти вероятность, что вызванный студент сдаст экзамен.



- 3) Имеется три урны. В первой находится 3 белых и 1 черный шар, во второй 2 белых и 3 черных шара, в третьей 3 белых шара. Некто подошел и вынул белый шар из одной из урн. Найти вероятность, что шар был вынут из второй урны.
- 4) Перед посевом 90% всех семян обработали ядохимикатами. Вероятность поражения вредителями для растения из обработанного семени равна 0,08, из необработанного семени 0,4. Выбранное наудачу растение оказалось пораженным вредителями. Найти вероятность, что оно выращено из обработанного семени.
- 5) В первой бригаде производится продукции в 3 раза больше, чем во второй. Брак в продукции, изготовленной первой бригадой, составляет 2%, а изготовленной второй бригадой 1%. Взятое наугад изделие оказалось без брака. Найти вероятность, что оно изготовлено первой бригадой.
- 6) Прибор может работать в трех режимах: нормальном, форсированном или недогруженном. Нормальный режим наблюдается в 60% случаях работы прибора, форсированный – в 30%, недогруженный – в 10%. Надежность прибора (вероятность безотказной работы в течение заданного времени) для нормального режима 0,8, для форсированного 0,5, для недогруженного 0,9. Найти полную надежность прибора.
- 7) В первой урне 6 белых и 4 черных шара, во второй 3 белых и 2 черных шара. Из первой урны извлекли 3 шара. Шары того цвета, которых больше среди извлеченных, опустили во вторую урну. Затем из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность, что этот шар белый.

#### Повторение испытаний

- 1). Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,6. Он собирается произвести 10 выстрелов. Найти вероятность, что он попадет в цель:  
 а) 3 раза б) более 8 раз
- 2). Тест состоит из 5 вопросов, к каждому вопросу дано три варианта ответа, один из которых правильный. Чтобы получить оценку «5», нужно правильно ответить на 5 вопросов, оценку «4» - на 4 вопроса и т.д.  
 Какова вероятность, что методом угадывания студент получит:  
 а) оценку «5» б) не ниже «4» в) не сдаст тест
- 3). В семье 5 детей. Считая вероятности рождений мальчика и девочки одинаковыми, найти вероятность того, что среди этих детей:  
 а) мальчиков нет в) только 2 мальчика  
 б) есть хотя бы одна девочка г) не менее 2, но и не более 4 мальчиков
- 4). Два равносильных противника играют в шахматы. Ничьи во внимание не принимаются. Для каждого из них, что вероятнее: выиграть одну партию из двух или две из четырех?
- 5). Сколько раз надо подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадения 6 очков было равно 50?
- 6). В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины 0,2. Найти наивероятнейшее число исправных машин и вероятность этого числа.
- 7). Завод отправил 500 доброкачественных изделий. Вероятность, что в пути разбили изделие, равна 0,0002. Найти вероятность, что в пути будет разбито:  
 а) только одно изделие б) 3 изделия в) не более 5 изделий
- 8). Установлено, что плодовый сад поврежден вредителями на 40%.  
 Найти вероятность, что из 50 проверенных деревьев  
 а) 40 поражено б) 7 поражено в) поражено не более четверти проверенных деревьев.

#### Порядок выполнения:

1. Задание по элементам комбинаторики выполняется в малых группах.
2. При выполнении заданий по нахождению вероятности следовать указаниям:
  - 1) Выделить основное событие задачи. Определить, простое это событие или составное (сложное).
  - 2) Если основное событие простое, использовать классическое определение вероятности события.

- 3) Если основное событие сложное, определить вид и количество элементарных событий, установить соотношения между ними.
- 4) Составить алгебраическое выражение, связывающее основное и элементарное события.
- 5) Найти вероятности элементарных событий.
- 6) На основании п.п. 3,4,5 выбрать нужную формулу.

Форма отчетности: выполнить задание в тетради и показать преподавателю.

Задания для самостоятельной работы:

1. В инструментальном ящике находится 15 стандартных и 5 бракованных деталей. Из ящика наугад вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что эта деталь стандартна.

2. Малыш, не умеющий читать, раскладывает в ряд карточки с буквами А, Т, Е, Ф, Н, О, К. Найдите вероятность того, что он случайно выложит слово "КОНФЕТА".

3. Набирая номер телефона, абонент забыл 3 последние цифры. И, помня лишь, что они различны, начал набирать их наудачу. Найти вероятность того, что он с первого раза наберет нужный номер.

4. Библиотечка состоит из десяти различных книг. Пять книг - детективы, три - приключения, две - фантастики. Наугад выбраны три книги. Найти вероятность того, что а) это книги о приключениях; б) две фантастики и одна приключения.

5. В цехе уст В приборе имеется три независимо установленных сигнализатора об аварии. Вероятность того, что в случае аварии сработает первый равна 0.9, второй - 0.7, третий - 0.8. Найдите вероятность того, что при аварии не сработает ни один сигнализатор.

6. Определите вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется высшего качества, если известно, что 4% всей продукции является браком, а  $\frac{3}{4}$  всех небракованных изделий является продукцией высшего качества.

7. Вероятность поражения мишени для некоторого стрелка равна  $\frac{2}{3}$ . Если при первом выстреле зафиксировано попадание, стрелок получает право на второй выстрел по другой мишени. Вероятность поражения обеих мишеней при двух выстрелах равна 0.5. Найдите вероятность поражения второй мишени.

8. Стрелок производит один выстрел в мишень, состоящую из трех зон. Вероятность попадания в первую зону равна 0.2, во вторую - 0.15, в третью - 0.1. найдите вероятность промаха по мишени.

9. В корзине 5 шаров белого цвета и 7 красного. Из корзины вынимают поочередно без возврата два шара. Найдите вероятность того, что первым будет вынут красный шар, а затем белый.

10. Вероятность того, что бревно, привезенное на лесопилку стандартно, равна 0.8. Найдите вероятность того, что из 100 бревен не менее 75 и не более 90 стандартны.

11. На первой лесосеке работает 10 лесовозов, из которых 2 требуют ремонта. На второй - 6 лесовозов, из которых 1 требует ремонта. На вторую лесосеку был отправлен лесовоз. А затем со второй лесосеки один лесовоз отправили в мастерские за запчастями. Найдите вероятность того, что этот лесовоз не требует ремонта.

12. Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено с первого курса - 4 студента, со второго - 6, а с третьего - 5. Вероятности того, что студент попадает в сборную института равны 0.9, 0.7 и 0.8 соответственно для студентов I, II и III курсов. Студент, выбранный наудачу по спискам, в итоге соревнования попал в сборную. С какого курса вероятнее всего этот студент ?

13. Рабочий и его ученик выполняют одну и ту же работу. Скорость рабочего в два раза выше, чем у его ученика. Все детали складываются в общий ящик. Брак, допускаемый рабочим составляет 5%, учеником - 15%. Из ящика наудачу взяли деталь, которая оказалась стандартной. Найдите вероятность того, что эта деталь сделана учеником.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

Выучить порядок действий при определении количества благоприятных и количества всех возможных исходов. Рассмотреть примеры выполнения аналогичных заданий, приве-

денные в лекциях, в рекомендуемых источниках, в основной и дополнительной литературе. Подготовить вопросы преподавателю.

#### Рекомендуемые источники:

##### Основная литература:

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с.- (Основы наук).

2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙ-РИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.

##### Дополнительная литература:

3. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. : учебное пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М. : "Оникс 21 век", Мир и образование, 2006 - . Ч.2. - 415 с.

4. Геврасева, С.А. Теория вероятностей в задачах и упражнениях: учеб. пособие. / О.Г. Ларионова, С.А. Геврасева.– Братск: Изд-во БрГУ, 2012. -136 с.

5. Ларионова, О.Г. Вероятность случайного события. Методические указания. / О.Г. Ларионова, С.А. Геврасева.– Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008.- 48 с.

6. Багинова, Т.Г. Математика: Теория вероятностей и математическая статистика: сборник заданий и тестов./ Т.Г. Багинова, Р.С. Бекирова. Е.В. Лищук – Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 69 с.

#### Контрольные вопросы для самопроверки

1. Элементы комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения (определения, вычисление).

2. Опыт, событие, виды событий, соотношения, т.е. зависимость, совместность (определения, примеры).

3. Классическое определение вероятности события

4. Алгебра событий: простое составное, сумма, произведение

5. Полная вероятность. Формула Байеса (условия применения, формулы).

6. Повторение испытаний: формула Бернулли, теоремы Муавра-Лапласа (условия применения, формулы).

#### **Практическое занятие № 2**

Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения. Дискретная случайная величина, законы распределения. Числовые характеристики случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины.

#### Цель работы:

1. Сформировать понятие о случайной величине. Дискретные и непрерывные случайные величины.

2. Изучить понятия «функция распределения и функция плотности распределения». Их свойства, графики.

3. Рассмотреть виды распределения дискретной случайной величины: биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, Пуассона, многоугольник распределения.

4. Рассмотреть и изучить числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, моменты распределения.

5. Изучить виды распределения непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное. Их свойства, графики. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Закон больших чисел.

#### Задание:

### Дискретная СВ

1. Известен закон распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	-4	6	10
$P_i$	$p_1$	0,3	0,5

Найти  $p_1$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

РЕШЕНИЕ:  $\sum_{i=1}^n p_i = 1 \Rightarrow p_1 = 1 - (0,3 + 0,5) = 0,2$ ;

$X$	16	36	100
$P_i$	0,2	0,3	0,5

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = -4 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,5 = 6;$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = 16 \cdot 0,2 + 36 \cdot 0,3 + 100 \cdot 0,5 - 36 = 28;$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{28} \approx 5,29.$$

2. Дан закон распределения случайной величины  $X$ . Определить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

$x_i$	1	3	4	5
$p_i$	0,2	0,1	0,6	0,1

3. Дан закон распределения случайной величины  $X$ . Определить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ . Построить многоугольник распределения.

$x_i$	4	6	7	10	12
$p_i$	0,2	0,3	0,3	0,2	0,1

4. У мастера в обувной мастерской имеется 8 пар обуви, из которых 3 требуют ремонта. Мастер, не глядя, берет очередную пару и, если она не требует ремонта, идет пить чай. Случайная величина  $X$  – число пар обуви, просмотренных мастером до первого чаепития. Составить закон распределения случайной величины  $X$ .

5. В первой урне 5 белых и 2 черных шара, во второй – 3 красных и 4 черных шара. Из первой урны достали 2 шара, а из второй – 1 шар. Случайная величина  $X$  – число извлеченных черных шаров. Составить закон распределения случайной величины  $X$ .

6. В группе из 10 спортсменов 6 мастеров спорта. Отбирают (по схеме без возвращения) 3 спортсмена. Случайная величина  $X$  – число мастеров спорта из выбранных спортсменов. Составить закон распределения случайной величины  $X$ .

7. С вероятностью попадания при одном выстреле 0,9 охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать всего три выстрела. Случайная величина  $X$  – число промахов. Составить закон распределения случайной величины  $X$ .

8. Из карточек составлено слово «АРИФМЕТИКА». Наугад взяли 4 карточки. Случайная величина  $X$  – число карточек с согласными буквами. Составить закон распределения случайной величины  $X$ .

### Непрерывная СВ

1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти функцию плотности распределения, числовые характеристики и построить графики функций.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

2. Дана функция плотности непрерывной случайной величины  $X$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x^2}{7} + \frac{4x}{9}, & 1 < x < 2 \\ 0, & x \geq 2 \end{cases}$$

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

3. Урожайность овощей по участкам является нормально распределенной случайной величиной  $N(75 \text{ ц/га}, 10 \text{ ц/га})$ . Найти вероятность того, что
  - А) урожайность овощей на участках будет заключена в границах от 80 до 83 ц/га;
  - Б) отклонение урожайности на участках от средней не превзойдет по абсолютной величине 2 ц/га.
4. Фирма, занимающаяся продажей товаров по каталогу, ежемесячно получает заказы по почте. Число этих заказов есть нормально распределенная случайная величина со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 560$  и неизвестным математическим ожиданием. В 90% случаев число ежемесячных заказов превышает 12439. Найдите ожидаемое среднее число заказов, получаемых фирмой за месяц.
5. Для поступления в некоторый университет необходимо сдать вступительные экзамены. В среднем их выдерживают лишь 25% абитуриентов. В приемную комиссию поступило 1 889 заявлений. Чему равна вероятность того, что хотя бы 500 поступающих сдадут все экзамены (наберут проходной балл)?
6. Шкала весов в лаборатории имеет цену деления 1 г. При измерении масс химических компонентов смеси отсчет делается с точностью до целого деления с округлением в ближайшую сторону. Какова вероятность того, что средняя ошибка при определении массы не превысит по абсолютной величине среднего квадратического отклонения возможных ошибок.
7. Время безотказной работы трех основных блоков некоего аппарата распределено по показательному закону с параметрами 0,03, 0,02 и 0,05 соответственно. Для выхода из строя этого аппарата достаточно, чтобы не работал хотя бы один элемент. Найдите вероятность того, что в течение 8 часов аппарат **не** выйдет из строя.
8. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превышает 15 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного распределены по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 3мм. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?
9. Цена деления шкалы амперметра равна 0,1 А. Показания округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отчете будет сделана ошибка, превышающая 0,02 А.

#### Порядок выполнения:

При построении закона распределения дискретной случайной величины пользуются правилами отыскания вероятности конкретного события или определяют, что данная случайная величина распределена по известному закону, после чего вычисляют вероятности появления конкретных ее значений по соответствующим формулам.

Форма отчетности: выполнить задание в тетради и показать преподавателю.

#### Задания для самостоятельной работы:

1. Укажите числовые характеристики случайной величины  $Y=3X$ , если  $M(X)=5$ ,  $D(X)=3$ ,  $\sigma(X)=1,732$
2. Рабочий изготовил 10 приборов, из которых 3 с отклонением от ГОСТа. Контролер берет наудачу 4 прибора и процент брака в выборке считает процентом брака всей партии. Оплачивается только стандартная продукция. Какова ожидаемая рабочим средняя зарплата, если 1% стоит 1 у.д.е. Проиллюстрировать графически.

3. На перекрестке стоит автоматический светофор, в котором 1 минуту горит зеленый свет и 0,5 минуты – красный. Машина подъезжает к перекрестку в любой момент времени. Найдите вероятность того, что она проедет не останавливаясь.

4. Статистическая вероятность ошибки контролера, проверяющего соответствие нормативам фактических размеров стальных колец, равна 0,02. Сколько в среднем ошибок совершит за смену контролер, проверяющий в среднем 200 колец, если число ошибок – случайная величина, подчиняющаяся биномиальному закону распределения? Определить дисперсию и стандарт (среднее квадратическое отклонение) рассматриваемой случайной величины.

5. Автомат пробивает круглые отверстия диаметром 2 мм в резиновой полосе длиной 26 и шириной 10мм. Полоса считается испорченной, если край отверстия находится на расстоянии меньшем, чем 2мм от края полосы. Найдите вероятность того, что наудачу взятая полоса с пробитыми отверстиями стандартна, если величины отклонения центра отверстия от вертикальной и горизонтальной осей распределены нормально с  $\sigma(X)=5$  и  $\sigma(Y)=2$ ,  $a=0$ . Как изменится эта вероятность, если полоса будет шире и длиннее?

6. Испытывают два независимо работающих элемента. Длительность времени безотказной работы каждого элемента имеет показательное распределение и функции распределения для них  $F_1(t)=1-e^{-0.1t}$ ,  $F_2(t)=1-e^{-0.2t}$ . Найдите вероятность того, что за 10 часов работы откажут: а) только один элемент; б) хотя бы один элемент.

#### Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию:

Выучить порядок действий при определении вида закона распределения непрерывной случайной величины. Рассмотреть примеры выполнения аналогичных заданий, приведенные в лекциях, в рекомендуемых источниках, в основной и дополнительной литературе. Подготовить вопросы преподавателю.

#### Рекомендуемые источники:

##### Основная литература:

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с.- (Основы наук).

2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙ-РИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.

##### Дополнительная литература:

3. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. : учебное пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М. : "Оникс 21 век", Мир и образование, 2006 - . Ч.2. - 415 с.

4. Багинова, Т.Г. Математика: Теория вероятностей и математическая статистика: сборник заданий и тестов./ Т.Г. Багинова, Р.С. Бекирова. Е.В. Лищук – Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 69 с.

#### Контрольные вопросы для самопроверки

1. Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.

2. Дискретная случайная величина, законы распределения

3. Числовые характеристики случайной величины.

4. Законы распределения непрерывной случайной величины.

#### **Лабораторная работа №1**

Первичная обработка выборки. Вычисление точечных и интервальных оценок.

Цель работы: научиться использовать пакет Excel для обработки числовых данных, освоить приемы первичной обработки выборки

Задание:

1. Дан одномерный массив чисел представляющий собой результаты измерений проведенного эксперимента. Требуется провести первичную обработку выборки.
2. Для данной выборки найти точечные и интервальные оценки, проверить правило «трех сигм».

Порядок выполнения:

Порядок выполнения задания 1:

1. Перепишите элементы выборки в один столбец.
2. Упорядочите выборку по возрастанию. Укажите объем выборки  $n$ .
3. Найдите минимальный и максимальный элементы, размах, длину интервалов, левую и правую границы интервального ряда. Заполните таблицу 1.

Таблица 1. Сводные данные

Название	Обозначение	Величина	Формула
1. Наименьшее значение	$X_{\min}$		-
2. Наибольшее значение	$X_{\max}$		-
3. Размах выборки	R		
4. Длина интервала	$\Delta x$		
5. Левая граница интервального ряда	$X_{\text{лев}}$		
6. Правая граница интервального ряда	$X_{\text{прав}}$		

4. Запишите интервалы в таблице 2.

Таблица 2. Интервальный ряд

№ интервала	Левые границы интервалов	Правые границы интервалов	Частоты $n_i$	Середины интервалов $\xi_i$
1				
2				
3				
...				
11				
Контроль			$\Sigma$	

5. Выборку (столбец) разделите на интервалы, выделив их разными цветами.
6. Заполните таблицу 2.
7. Постройте полигон частот по серединам и частотам интервалов.
8. Добавьте к таблице 2 дополнительные столбцы: относительные частоты  $\omega_i$ , накопленные относительные частоты, высоты столбцов для гистограммы  $h_i$ . Для этих столбцов выполните контроль.
9. Постройте гистограмму относительных частот. Столбцы в гистограмме должны быть без зазоров.
10. Постройте график эмпирической функции плотности распределения.
11. Составьте эмпирическую функцию распределения.
12. Постройте график эмпирической функции распределения и кумуляту.
13. Для каждого графика укажите, какие данные были использованы. Например, для гистограммы: использованы данные из таблицы 2, по горизонтальной оси – середины интервалов  $\xi_i$ , по вертикальной оси - высоты столбцов для гистограммы  $h_i = \frac{n_i}{n \cdot \Delta x}$ .

Порядок выполнения задания 2:

1. Найдите выборочное среднее по неупорядоченной выборке.
2. Найдите выборочную моду.

3. Найдите выборочную медиану.

4. Заполните таблицу 3:

Таблица 3. Расчеты

Номер интервала $i$	Середина интервала $\xi_i$	Частота интервала $n_i$	$\xi_i \cdot n_i$	$(\xi_i - \bar{x}_e) \cdot n_i$	$(\xi_i - \bar{x}_e)^2 \cdot n_i$	$(\xi_i - \bar{x}_e)^3 \cdot n_i$	$(\xi_i - \bar{x}_e)^4 \cdot n_i$
1							
...							
11							
Суммы:			$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$

5. Найдите  $\bar{x}_e$  по интервальному ряду.

6. Найдите выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение по интервальному ряду.

7. Найдите исправленную выборочную дисперсию, исправленное среднее квадратическое отклонение по интервальному ряду.

8. Найдите выборочный коэффициент асимметрии по интервальному ряду.

9. Найдите выборочный коэффициент эксцесса по интервальному ряду.

10. Найдите числовые характеристики с помощью функций Excel.

11. Заполните таблицу 4.

Таблица 4. Точечные оценки параметров генеральной совокупности (ГС)

Параметр ГС	Оценка параметра ГС	Способ вычисления	Значение	Формула
Математическое ожидание	Выборочное среднее	По формуле (инт. ряд)		$\bar{x}_e = \frac{\sum_{i=1}^k (\xi_i \cdot n_i)}{n}$
		Автоматически		СРЗНАЧ()
Генеральная дисперсия	Выборочная дисперсия	По формуле (инт. ряд)		
		Автоматически		
	Исправленная выборочная дисперсия	По формуле (инт. ряд)		
		Автоматически		
Среднее квадратическое отклонение	Выборочное среднее квадратическое отклонение	По формуле (инт. ряд)		
		Автоматически		
	Исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение	По формуле (инт. ряд)		
		Автоматически		
Коэффициент асимметрии	Выборочный коэффициент асимметрии	По формуле (инт. ряд)		
		Автоматически		
Коэффициент эксцесса	Выборочный коэффициент эксцесса	По формуле (инт. ряд)		
		Автоматически		



12. Постройте доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения ГС, в предположении, что ГС имеет нормальное распределение.

$$\bar{x}_e - t_\gamma \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_e + t_\gamma \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{s \cdot \sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{1+\gamma}^2(n-1)}} < \sigma < \frac{s \cdot \sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{1-\gamma}^2(n-1)}}$$

$\bar{x}_e$  - выборочное среднее

s- исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение

n-объем выборки

$t_\gamma$  - квантиль распределения Стьюдента СТЬЮДРАСПОБР()

$\chi^2$  - квантиль распределения «хи-квадрат» ХИ2ОБР()

<b>Доверительные интервалы</b>			
Для математического ожидания			
Надежность	Левая граница	Правая граница	Длина интервала
$\gamma=0,95$			
$\gamma=0,99$			
Для среднего квадратического отклонения			
Надежность	Левая граница	Правая граница	Длина интервала
$\gamma=0,95$			
$\gamma=0,99$			
Вывод: если надежность выше, то длина доверительного интервала <i>меньше/больше</i>			

13. Постройте интервал «3-сигма»:  $(\bar{x}_e - 3\sigma_{ви}; \bar{x}_e + 3\sigma_{ви})$  (характеристики посчитаны с помощью функций Excel). Определите, сколько элементов выборки (в %) попадают в этот интервал.

14. Выполните первичную проверку близости распределения к нормальному закону, проверьте выполнимость тезисов (характеристики посчитаны с помощью функций Excel):

1) При нормальном распределении в интервал «3-сигма» попадает 99,7% элементов выборки. – *выполнено / не выполнено, попадает меньше/больше 99,7%*

2) При нормальном распределении выборочное среднее, мода, медиана совпадают. – *выполнено, совпадают точно / можно считать выполнено, совпадают приближенно / не выполнено, различаются значительно*

3) При нормальном распределении коэффициенты асимметрии и эксцесса равны 0. – *выполнено / можно считать выполнено, приближенно равны 0 / не выполнено*

Сделайте выводы по проделанной работе.

#### Форма отчетности:

Представить выполненную работу в электронном и печатном виде. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы, цель, задание, выполненные задания, выводы. Защитить лабораторную работу.

#### Задания для самостоятельной работы:

Образец задания для лабораторной работы 1:

Семья Козловых приобрела две точки для продажи постельного белья и подсчитывает выручку, планируя дальнейшие действия. За 200 рабочих дней получены следующие результаты (тыс. руб). Оптимальные доходы частных, ведущих аналогичную деятельность от до на одну точку от 22 до 24 тысяч рублей. Проанализируйте результаты деятельности семьи и предложите варианты дальнейших действий.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10,955	11,765	9,905	8,225	37,065	37,955	9,045	9,925	9,305	11,155
2	37,325	4,56	3,085	11,515	2,07	39,625	5,14	26,795	38,825	16,33
3	35,305	11,685	39,125	7,32	11,125	4,905	36,68	27,255	37,955	18,20
4	12,365	16,365	20,035	24,925	27,995	32,535	35,005	30,225	36,715	19,16
5	32,825	2,325	6,93	26,925	20,225	3,675	16,325	13,035	3,035	8,805
6	32,805	41,245	10,735	8,885	2,275	27,925	12,255	25,165	7,065	34,025
7	4,885	13,655	28,325	21,365	19,165	28,925	12,655	24,255	24,825	40,61
8	5,32	18,255	32,125	26,935	21,145	9,935	14,325	25,215	26,905	29,155
9	8,925	22,915	13,275	28,255	18,735	38,035	15,455	37,125	25,025	35,995
10	2,905	25,035	17,305	32,255	27,125	18,045	12,925	25,195	30,215	33,965
11	15,025	39,655	21,145	13,195	28,925	16,795	14,215	24,325	29,195	34,985
12	19,025	21,635	25,325	38,325	32,425	21,415	15,935	5,295	28,805	35,145
13	19,845	25,925	31,215	28,325	15,125	26,885	12,645	31,325	30,125	6,045
14	7,15	41,845	34,335	34,815	30,915	33,315	19,815	25,125	30,325	17,035
15	26,145	12,795	27,025	4,625	5,90	9,255	3,815	4,12	30,125	17,355
16	2,125	19,225	30,305	14,815	16,525	20,935	4,125	16,335	29,125	16,235
17	19,73	23,545	35,235	16,095	26,125	19,725	19,425	23,125	8,085	33,215
18	25,235	5,82	13,925	7,90	6,82	7,07	19,105	21,305	25,125	21,655
19	25,125	34,125	16,915	24,135	4,93	19,165	16,325	23,465	23,035	4,95
20	37,50	4,70	9,905	3,925	18,195	33,235	17,455	23,825	11,255	9,815

### Рекомендации к выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

1. Изучить лекционный материал и материал, представленный в методических указаниях и в рекомендуемых источниках.

2. Величины наименьшего и наибольшего значения вариант в таблицу 1 вставляются автоматически: ставим курсор в ячейку, где должен быть результат, вводим знак =, указываем ячейку, из которой нужно вставить число, Enter.

Границы интервалов для таблицы 2 вычисляются автоматически. Левая граница первого интервала – автоматически вставленное значение Хлев. А остальные значения отстоят друг от друга на длину интервала.

Частоты можно вычислять либо полуавтоматически, либо с помощью формулы.

Для полуавтоматического варианта (Рис. 1) необходимо вручную в упорядоченной выборке выделять те числа, которые попадают в нужный интервал. Затем в нижнем правом углу экрана найти «Количество:» и впечатать это число в столбец «Частоты».

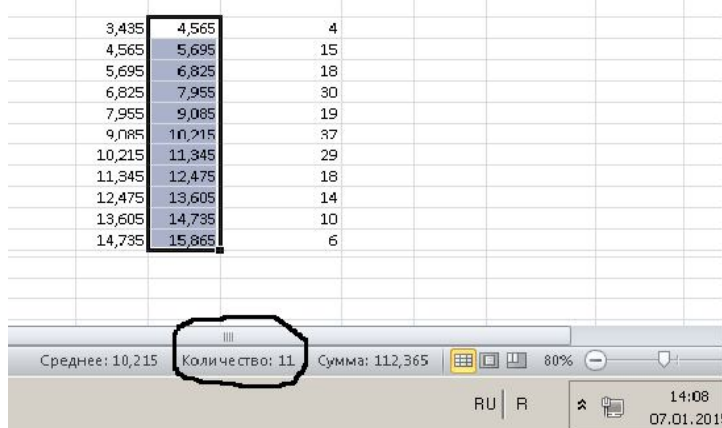


Рис. 1 Автоматический подсчет чисел в выделенном массиве

Если Вы владеете формулами, то используйте СЧЕТЕСЛИМН(диапазон(вся выборка)+F4; условие 1 ( $\geq$  левая граница); диапазон(опять вся выборка)+F4; условие 2 ( $\leq$  правая граница)).

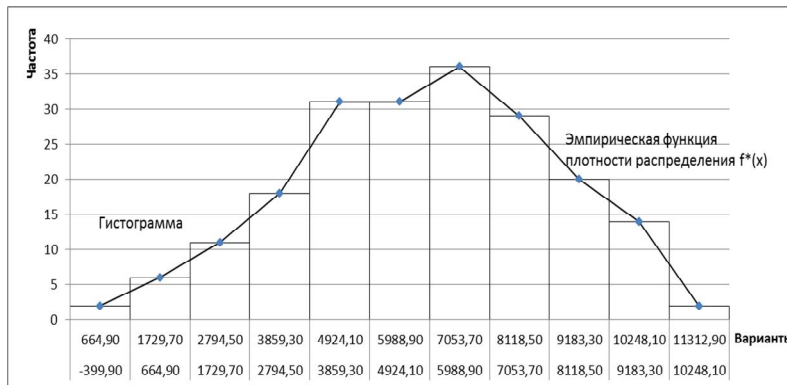


Рис. 2 Образец гистограммы и эмпирической функции плотности распределения

3. Вычислить выборочную среднюю:

а) по формуле  $\bar{x}_B = \frac{1}{n} \sum x_i \cdot n_i$ ,

б) автоматически (используя опции Excel на вкладке «Главная», рис. 2).

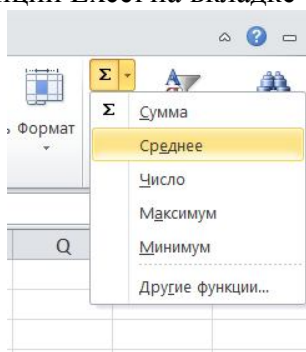


Рис. 3 Вычисление выборочного среднего автоматически

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

4. Вычислить выборочную дисперсию:

а) по формуле  $D_B = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x}_B)^2 n_i$ ,

б) автоматически, используя статистические функции Excel (рис. 3)

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

5. Вычислить исправленную выборочную дисперсию:

а) по формуле  $D_B^* = \frac{n}{n-1} D_B$ ,

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

6. Вычислить выборочное среднее квадратическое отклонение и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение:

а) по формулам  $\sigma_B = \sqrt{D_B}$  и  $\sigma_B^* = \sqrt{D_B^*}$ ,

б) автоматически, используя статистические функции Excel

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

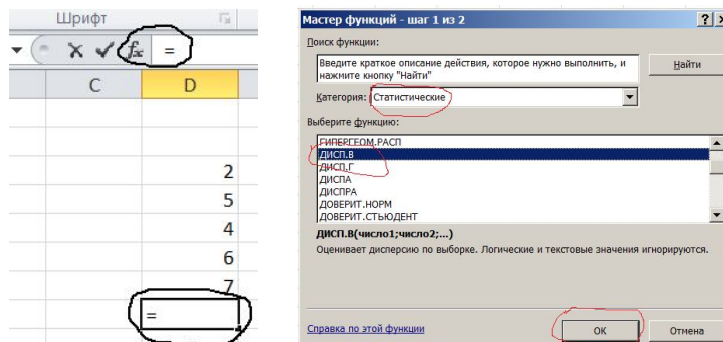


Рис. 4 Вычисление выборочной дисперсии автоматически

7. Вычислить выборочную асимметрию:

а) по формуле 
$$As = \frac{\sum_i (\hat{x}_i - \bar{x}_B)^3 n_i}{n(\sigma_B^*)^3},$$

б) автоматически (в статистических функциях это «скос»),

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

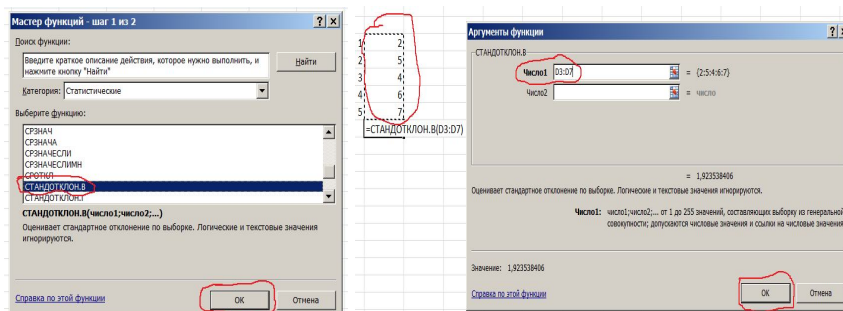


Рис. 5 Вычисление среднего квадратического отклонения автоматически

8. Вычислить выборочный эксцесс:

а) по формуле 
$$Ex = \frac{\sum_i (\hat{x}_i - \bar{x}_B)^4 n_i}{n(\sigma_B^*)^4} - 3,$$

б) автоматически,

в) найти разницу, попытаться проанализировать причины.

### Рекомендуемые источники:

#### Основная литература:

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492>

2. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - ISBN 5-238-00560-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721>

3. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с. - (Основы наук).

4. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙ-РИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.

#### Дополнительная литература:

5. Карасев, А. И. Курс высшей математики для экономических вузов. В 2ч. Ч.1-2: учебное пособие / А.И. Карасев, З.М. Аксюткина, Т.И. Савельева. - М.: Высшая школа, 1982. Ч.2: Теория вероятностей и математическая статистика. Линейное программирование. - 320 с.

6. Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Математическая статистика: учебн. пособие. – 4-е изд. перераб и доп. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. – 104 с.

7. Багинова, Т.Г. Математика: Теория вероятностей и математическая статистика: сборник заданий и тестов./ Т.Г. Багинова, Р.С. Бекирова, Е.В., Лищук – Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 69 с.

### Контрольные вопросы для самопроверки

1. Предмет математической статистики. Основные задачи математической статистики.

2. Генеральная и выборочная совокупности. Репрезентативная выборка.
3. Способы отбора. Представление выборочных данных Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
4. Точечные оценки параметров и их свойства: несмещенность, эффективность, состоятельность
5. Генеральная средняя, выборочная средняя. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Выборочное среднее квадратическое отклонение, асимметрия и эксцесс.
6. Точность оценки. Доверительная вероятность (надежность).
7. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении.

### **Лабораторная работа №2**

Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности на основании критерия Пирсона. Статистическая проверка различных гипотез.

#### Цель работы:

1. освоить понятие «статистическая проверка статистических гипотез» на примере проверки гипотезы о виде распределения
2. закрепить понятие «статистическая проверка статистических гипотез» на примерах разных ситуаций, научиться самостоятельно выбирать соответствующий алгоритм проверки

#### Задание:

1. Используя критерий согласия Пирсона (критерий согласия  $\chi^2$  (хи-квадрат)), проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.
2. Используя информацию, расположенную ниже, провести проверку различных гипотез для данных ситуаций. N – номер варианта по списку в журнале.

#### Порядок выполнения:

Порядок выполнения задания 1:

1. Выдвинуть гипотезу  $H_0$  – «генеральная совокупность распределена нормально». С ней конкурирует гипотеза  $H_1$  – «генеральная совокупность не подчиняется закону нормального распределения».

2. Рассчитать теоретические частоты, вводя в рассмотрение теоретическую случайную величину

$$Z = \frac{X - M(X)}{\sigma(X)},$$

значения которой вычисляются по формуле

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}_B}{\sigma_B},$$

причем полагают  $z_{\min} = -\infty, z_{\max} = +\infty$ .

3. Так как предполагается, что  $Z$  распределена нормально, найти вероятности попадания случайной величины  $Z$  в каждый  $i$ -й интервал по формуле:

$$p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i),$$

где  $\Phi(z)$  – интегральная функция Лапласа.

4. Найти дробные значения теоретических частот  $n'_i$  в каждом  $i$ -м интервале по формуле  $n'_i = np_i$ , где  $n$  – объем выборки.

5. Вручную округлить дробные значения  $n'_i$  до целого. Для контроля правильности вычислений используют условие  $\sum_i n'_i = n$ .

6. Мерой сравнения (критерием согласия) служит величина

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i},$$

где  $n_i$  – эмпирические или наблюдаемые частоты (частота попадания значений выборки в  $i$ -й интервал);

$n_i'$  – теоретические или ожидаемые частоты (частота попадания новой случайной величины, распределенной по предполагаемому закону, в  $i$ -й интервал).

По этой формуле находится  $\chi_{набл}^2$ , для чего строится пошаговая таблица вида:

Левая граница интервала $x_i$	Правая граница интервала $x_{i+1}$	Частота интервала $n_i$	$z_i$	$z_{i+1}$	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$p_i$	$n \cdot p_i$	$n_i'$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
...	...	...	...	...	...	...	...		...	...
									$\Sigma = n$	$\Sigma = \chi_{набл}^2$

7. Найти число степеней свободы  $K = L - 1 - r$ ,

где  $L$  – число интервалов разбиения;

$r$  – число параметров предполагаемого распределения.

Например, если проверяется гипотеза о том, что генеральная совокупность распределена по показательному закону (с одним параметром  $\lambda$ ), то  $r=1$ , если же проверяется гипотеза о нормальном распределении случайной величины (с двумя параметрами  $\mu$  и  $\sigma$ ), то  $r=2$ .

По числу степеней свободы  $K$  (поскольку нормальное распределение двухпараметрическое, то число степеней свободы равно  $K = L - 3 = 11 - 3 = 8$ ) и по заданному уровню значимости  $\alpha$  для правосторонней критической области определяют  $\chi_{крит}^2$ .

Построить критическую область. Сравнить  $\chi_{кр}^2$  и  $\chi_{наб}^2$ .

8. Сделать вывод о принятии или отклонении гипотезы  $H_0$ :

При выполнении условия  $\chi_{наб}^2 < \chi_{кр}^2$  гипотеза  $H_0$  принимается (говорят, что данные выборки не противоречат выдвинутой гипотезе).

При выполнении условия  $\chi_{наб}^2 > \chi_{кр}^2$  гипотеза  $H_0$  отвергается (говорят, что данные выборки не подтверждают выдвинутой гипотезы).

Порядок выполнения задания 2:

Для проверки различных гипотез.

1. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, ДИСПЕРСИИ которых ИЗВЕСТНЫ.

Нулевая гипотеза  $H_0: M(X) = M(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы  $Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{D_x}{n_x} + \frac{D_y}{n_y}}}$

А) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X) \neq M(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница  $z_{кр}$  находится из условия  $\Phi(z_{кр}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$ , где  $\Phi(x)$  – интегральная ф-я Лапаласа,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

Если  $|z_{набл}| < z_{кр} \Rightarrow H_0$  принимается;

Если  $|z_{набл}| > z_{кр} \Rightarrow H_0$  отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X) > M(Y)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница  $z_{кр}$  находится из условия  $\Phi(z_{кр}) = \frac{1}{2} - \alpha$ , где  $\Phi(x)$  – интегральная ф-я Лапаласа,  $\alpha$  – выбранный уровень значимости.

Если  $z_{набл} < z_{кр} \Rightarrow H_0$  принимается;

Если  $z_{набл} > z_{кр} \Rightarrow H_0$  отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X) < M(Y)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница  $z_{кр} = -z_{вспом}$ , а  $z_{вспом}$  находится из условия  $\Phi(z_{вспом}) = \frac{1}{2} - \alpha$ , где  $\Phi(x)$  – интегральная ф-я Лапаласа,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости. Если

$$z_{набл} < z_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается};$$

следователем уровень значимости. Если

$$z_{набл} > z_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается}.$$

### 2. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей

Нулевая гипотеза  $H_0: D(X)=D(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы  $F = \frac{D_g^*(\text{больш})}{D_g^*(\text{меньш})}$

(распределена по закону Фишера-Снедекора со степенями свободы  $k_1=n_1-1$  и  $k_2=n_2-1$ , причем,  $n_1$  – объем выборки с большей дисперсией,  $n_2$  – объем выборки с меньшей дисперсией).

А) Конкурирующая гипотеза  $H_1: D(X)>D(Y)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница  $F_{кр}$  находится по таблице Фишера-Снедекора, если  $\alpha$  – выбранный уровень значимости.

$$F_{набл} < F_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается};$$

Если

$$F_{набл} > F_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается}.$$

В) Конкурирующая гипотеза  $H_1: D(X)\neq D(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница  $F_{кр}$  находится по таблице Фишера-Снедекора для  $\alpha/2$ , если  $\alpha$  – выбранный уровень значимости.

$$F_{набл} < F_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается};$$

Если

$$F_{набл} > F_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается}.$$

### 3. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней, когда ДИСПЕРСИЯ ГС ИЗВЕСТНА.

Нулевая гипотеза  $H_0: M(X_{в})=M_{Г}(X)=a_0$

Случайная величина для проверки гипотезы

$$U = \frac{(x_g - a_0)\sqrt{n}}{\sigma_g}$$

А) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X_{в})\neq M_{Г}(X)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница  $U_{кр}$  находится из условия  $\Phi(U_{кр}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$ , где  $\Phi(x)$  – интегр. ф-я Лапласа,  $\alpha$  – уровень значимости.

$$\text{Если } |U_{набл}| < U_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается};$$

$$\text{Если } |U_{набл}| > U_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается}.$$

Б) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X_{в})> M_{Г}(X)$

Строится правосторонняя критическая область, где  $U_{кр}$  находится из условия  $\Phi(U_{кр}) = \frac{1}{2} - \alpha$ , если  $\Phi(x)$  – интегр. ф-я Лапаласа,  $\alpha$  – уровень значимости.

$$U_{набл} < U_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается};$$

Если

$$U_{набл} > U_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается}.$$

В) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X_{в})< M_{Г}(X)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница  $U_{кр} = -U_{вспом}$ , а  $U_{вспом}$  находится из условия  $\Phi(U_{вспом}) = \frac{1}{2} - \alpha$ , где  $\Phi(x)$  – интегральная ф-я Лапаласа,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

$$U_{набл} < U_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается};$$

Если

$$U_{набл} > U_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается}.$$

### 4. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней, когда

### ДИСПЕРСИЯ ГС НЕИЗВЕСТНА.

Нулевая гипотеза  $H_0: M(X_B)=M_\Gamma(X)=a_0$

Случайная величина для проверки гипотезы  $T = \frac{(x_{\text{с}} - a_0)\sqrt{n}}{D_{\text{с}}^*}$

Распределена по закону Стьюдента с  $n-1$  степенями свободы

А) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X_B) \neq M_\Gamma(X)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница  $t_{\text{кр}}$  находится из таблицы Стьюдента,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

Если  $|T_{\text{набл}}| < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$  принимается;  
 $|T_{\text{набл}}| > t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$  отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X_B) > M_\Gamma(X)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница  $t_{\text{кр}}$  находится из таблицы Стьюдента,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

Если  $T_{\text{набл}} < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$  принимается;  
 $T_{\text{набл}} > t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$  отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X_B) < M_\Gamma(X)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница  $t_{\text{кр}} = -t_{\text{вспом}}$ , а  $t_{\text{вспом}}$  находится из таблицы Стьюдента,  $\alpha$  – уровень значимости.

Если  $T_{\text{набл}} < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$  отвергается;  
 $T_{\text{набл}} > t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$  принимается.

5. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности.

Нулевая гипотеза  $H_0: D_{\text{с}}^* = D_\Gamma$

Случайная величина для проверки гипотезы  $\chi^2 = \frac{(n-1)D_{\text{с}}^*}{D_\Gamma}$

распределена по закону  $\chi^2$  с  $n-1$  степенями свободы

А) Конкурирующая гипотеза  $H_1: D_{\text{с}}^* > D_\Gamma$

Строится правосторонняя критическая область, где граница  $\chi_{\text{кр}}^2$  находится из таблицы  $\chi^2$ ,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

Если  $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_0$  принимается;  
 $\chi_{\text{набл}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_0$  отвергается.

Б) Конкурирующая гипотеза  $H_1: D_{\text{с}}^* \neq D_\Gamma$

Строится двусторонняя критическая область, где  $\chi_{\text{кр прав}}^2$  находится из таблицы  $\chi^2$  для  $\alpha/2$ , а  $\chi_{\text{кр лев}}^2$  находится из таблицы  $\chi^2$  для  $1-\alpha/2$ ,  $\alpha$  – уровень значимости.

Если  $\chi_{\text{кр лев}}^2 < \chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр прав}}^2 \Rightarrow H_0$  принимается;  
Если  $\begin{cases} \chi_{\text{набл}}^2 > \chi_{\text{кр пр}}^2 \\ \chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр лев}}^2 \end{cases} \Rightarrow H_0$  отвергается.

В) Конкурирующая гипотеза  $H_1: D_{\text{с}}^* < D_\Gamma$

Строится левосторонняя критическая область, где граница  $\chi_{\text{кр}}^2$  находится из таблицы  $\chi^2$  для  $1-\alpha$ , причем  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

Если  $\chi_{\text{набл}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_0$  принимается;  
 $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_0$  отвергается.

6. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, ДИСПЕРСИИ которых НЕИЗВЕСТНЫ, а выборки зависимы.

Нулевая гипотеза  $H_0: M(X)=M(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы  $T = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{S_d}$



$$\text{где } S_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - (\sum d_i)^2 / n}{n-1}}, \quad d_i = x_i - y_i$$

Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X) \neq M(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница  $t_{кр}$  находится из таблицы Стьюдента,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости,  $n-1$  – количество степеней свободы.

$$\text{Если } \begin{cases} |T_{набл}| < t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается;} \\ |T_{набл}| > t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается.} \end{cases}$$

7. Сравнение средних двух произвольных генеральных совокупностей (большие выборки  $>30$ ).

Если выборки велики, то можно предполагать, что их средние распределены нормально. Тогда можно проверять гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  как и в случае нормальных выборок (п.1)

8. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, ДИСПЕРСИИ которых НЕИЗВЕСТНЫ и ОДИНАКОВЫ (выборки малые).

Нулевая гипотеза  $H_0: M(X) = M(Y)$

Случайная величина для проверки гипотезы

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n_x - 1)D_s^*(x) + (n_y - 1)D_s^*(y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_x \cdot n_y \cdot (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}$$

распределена по закону Стьюдента с  $n_x + n_y - 2$  степенями свободы

А) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X) \neq M(Y)$

Строится двусторонняя критическая область, где граница  $t_{кр}$  находится из таблицы Стьюдента,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

$$\text{Если } \begin{cases} |T_{набл}| < t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается;} \\ |T_{набл}| > t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается.} \end{cases}$$

Б) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X) > M(Y)$

Строится правосторонняя критическая область, где граница  $t_{кр}$  находится из таблицы Стьюдента,  $\alpha$  – выбранный исследователем уровень значимости.

$$\text{Если } \begin{cases} T_{набл} < t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается;} \\ T_{набл} > t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается.} \end{cases}$$

В) Конкурирующая гипотеза  $H_1: M(X_b) < M(X_r)$

Строится левосторонняя критическая область, где граница  $t_{лев кр} = -t_{пр.кр}$ , а  $t_{пр кр}$  находится из таблицы Стьюдента,  $\alpha$  – уровень значимости.

$$\text{Если } \begin{cases} T_{набл} < t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ отвергается;} \\ T_{набл} > t_{кр} \Rightarrow H_0 \text{ принимается.} \end{cases}$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Если  $D_s^*(x) \neq D_s^*(y)$ , то следует проверить гипотезу о равенстве дисперсий ГС (п.2), и, если она подтвердится, действовать по данному алгоритму.

#### Форма отчетности:

Представить выполненную работу в электронном и печатном виде. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы, цель, задание, выполненные задания, выводы. Защитить лабораторную работу.

#### Задания для самостоятельной работы:

N – Ваш номер по списку в журнале преподавателя

В предлагаемых ситуациях проверьте различные гипотезы, соответствующие смыслу.

Задача 1.

На стрельбище принимали зачет у двух артиллерийских расчетов. Первый сделал 8 выстрелов и получил следующие расстояния от места падения снаряда до мишени:

$|10N-1|$ ,  $|20N-35|$ ,  $|12N+2|$ ,  $|15N-87|$ ,  $|18N+54|$ ,  $|30N-125|$ ,  $|7N+115|$ ,  $|25N-45|$ .

Второй сделал 6 выстрелов и получил результаты:

$|15N-48|$ ,  $|13N-225|$ ,  $|21N+14|$ ,  $|7N-135|$ ,  $|20N-69|$ ,  $|22N-125|$ .

Задача 2.

Два автомата по разделке теста работают в одном цехе. первый прошел капитальный ремонт, а второй – еще нет. Выясните, какой из них работает лучше, если для первого автомата получены результаты взвешивания (в граммах):

$10N+2$ ,  $11N-5$ ,  $14N-5$ ,  $9N+8$ ,  $10N-3$ ,  $10N+5$ ,  $11N-8$ ,  $9N+9$ ,  $8N+7$ ,  $13N$ ,  $11N-1$ ,  $11N+2$ ,  $11N+5$ ,  $8N+9$ ,  $9N-2$ ;

для второго автомата:

$11N+3$ ,  $12N-5$ ,  $15N-7$ ,  $9N+8$ ,  $12N-3$ ,  $13N-7$ ,  $11N+8$ ,  $9N-1$ ,  $8N+17$ ,  $13N-3$ ,  $11N-2$ ,  $21N-10$ ,  $15N-8$ .

Задача 3.

( $N=k+10$ ,  $k$  – Ваш номер по списку в журнале преподавателя).

На двух аналитических весах в одном и том же порядке взвешены пробы вещества.

Получены следующие результаты:

I	$N+3$	$2N-3$	$N+11$	$3N-1$	$3N+4$	$2N+7$	$5N$	$2N+1$	$3N-6$
II	$N-1$	$2N+5$	$N+9$	$3N+2$	$3N+2$	$2N+8$	$4N$	$2N-2$	$3N+2$

При уровне значимости 0,01 установить, значимы ли различия в результатах взвешиваний, при условии, что они распределены нормально.

### Рекомендации к выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

1. Изучить лекционный материал и материал, представленный в методических указаниях и в рекомендуемых источниках.

2. Исходные данные для задания 1 – выборка из ЛР № 1 в виде интервального ряда, числовые характеристики – выборочное среднее, исправленное выборочное среднее, квадратическое отклонение. Если частота некоторого интервала меньше 5, то его следует объединить с соседним, чтобы общая частота была  $\geq 5$ .

### Рекомендуемые источники:

#### Основная литература:

1. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко ; Ставропольский государственный аграрный университет. - Издание второе дополненное. - Ставрополь : Агрус, 2013. - 257 с. : схем., табл. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492>

2. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - ISBN 5-238-00560-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721>

3. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с. - (Основы наук).

4. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙ-РИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.

#### Дополнительная литература:

5. Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Математическая статистика: учебн. пособие. – 4-е изд. перераб и доп. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. – 104 с.

6. Багинова, Т.Г. Математика: Теория вероятностей и математическая статистика: сборник заданий и тестов./ Т.Г. Багинова, Р.С. Бекирова, Е.В. Лищук – Братск: Изд-во БрГУ, 2014. – 69 с.

### Контрольные вопросы для самопроверки

1. Статистическая гипотеза, виды гипотез. Область принятия, область отказа от гипотезы, уровень значимости, виды ошибок и рисков при проверке гипотез, статистический критерий
2. Статистическая гипотеза, виды гипотез, виды статистических критериев, виды критических областей, алгоритм статистической проверки статистических гипотез.
4. Понятие критерия согласия. Критерии Смирнова и Колмогорова, критерий Пирсона.
5. Гипотезы о средних. Гипотезы о дисперсиях.

### **Лабораторная работа №3**

Корреляция для малой двумерной выборки. Корреляция для большой двумерной выборки. Множественная линейная корреляция. Ранговая корреляция. Однофакторный дисперсионный анализ.

### Цель работы:

1. освоить метод наименьших квадратов для построения линии регрессии, уяснить понятие корреляции
2. освоить приемы построения корреляционных полей и линий тренда, научиться сравнивать результаты и выбрать оптимальный вариант
3. сформировать представление о возможностях корреляционного анализа, методы которого позволяют работать с многомерными объектами
4. сформировать представление о возможностях корреляционного анализа, методы которого позволяют работать с объектами, отличающимися по качественным характеристикам.
5. уяснить понятие факторного анализа, научиться выдвигать и проверять гипотезы о значимости фактора, освоить приемы работ с таблицами и вычислений по формулам в Excel.

### Задание:

1. По заданной двумерной выборке (X, Y) объема 30 методом наименьших квадратов найти параметры уравнения регрессии. Проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции. Построить несколько вариантов корреляционного поля с линейным трендом и коэффициентом аппроксимации. Определить, какая из линий наиболее точно описывает ситуацию.
2. По данной двумерной выборке большого объема автоматически построить несколько (6-7) диаграмм корреляционного поля с линиями тренда, уравнениями и коэффициентами аппроксимации. По данной трехмерной выборке построить парные корреляционные поля с линиями тренда и коэффициентами аппроксимации. Те варианты, связь между которыми наиболее слабая, выбрать в качестве переменных, а третью переменную – взять в качестве функции.
3. По данной выборке двух качественных признаков составить последовательности рангов  $x_i$  и  $y_i$ . Найти коэффициент выборочной ранговой корреляции. При уровне значимости  $\alpha=0,01$  проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена
4. По данной выборке ( $p$  уровней,  $q$  испытаний) автоматически найти групповые средние, общую среднюю

### Порядок выполнения:

Порядок выполнения заданий 1,2:

1. По заданной двумерной выборке (X, Y) объема 30 методом наименьших квадратов найти параметры уравнения регрессии. Для этого составить систему уравнений вида

$$\begin{cases} k \sum_i x_i^2 + b \sum_i x_i = \sum_i y_i x_i \\ k \sum_i x_i + b n = \sum_i y_i \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера, используя возможности Excel вычисления по формулам:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i \\ \sum_i x_i & n \end{vmatrix} = n \sum_i x_i^2 - \left( \sum_i x_i \right)^2,$$

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} \sum_i x_i y_i & \sum_i x_i \\ \sum_i y_i & n \end{vmatrix} = n \sum_i x_i y_i - \sum_i x_i \sum_i y_i,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} \sum_i x_i^2 & \sum_i x_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i y_i \end{vmatrix} = \sum_i y_i \sum_i x_i^2 - \sum_i x_i \sum_i x_i y_i,$$

$$k = \frac{\Delta_k}{\Delta}, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}.$$

Составить уравнение линейной регрессии  $y = kx + b$ .

3. С помощью мастера диаграмм построить корреляционное поле, на нем указать уравнение линии тренда, коэффициент аппроксимации. Уравнение, полученное средствами Excel, должно совпасть с выведенным Вами.

4. Автоматически найти средние квадратические отклонения по каждой выборке отдельно ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ) и вычислить выборочный коэффициент корреляции.

$$r_B = k \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

Извлечь корень квадратный из коэффициента аппроксимации, полученного автоматически (не забудьте о знаке) и сравните с  $r_B$ , они должны быть одинаковы.

5. Проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции, используя случайную величину

$$T = r_B \sqrt{\frac{n-2}{1-r_B^2}}$$

и таблицу критических точек распределения Стьюдента для двусторонней критической области.

6. Сделать вывод о наличии или отсутствии связи между исследуемыми генеральными совокупностями.

7. Построить несколько вариантов корреляционного поля с линией тренда и коэффициентом аппроксимации. Определить, какая из линий наиболее точно описывает ситуацию. Используя уравнение этой линии, найти значения функции при двух значениях аргумента, не попадающих в интервал от наименьшего до наибольшего значения (экстраполяция), и одно, не совпадающее с внутренними значениями вариант (интерполяция).

Для построения диаграммы:

1. Выделить статистические ряды.
2. Вставить диаграмму: Вставка - Диаграмма - тип: точечная
3. Щелчок по маркерам: добавить линию тренда

выбираем тип линии

на вкладке «параметры» установить флажок

-показывать уравнение на диаграмме;

-поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ ).

Линейное уравнение множественной корреляции имеет вид

$$z = ax + by + c,$$

где

$$a = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{1 - r_{xy}^2} \cdot \frac{\sigma_z}{\sigma_x}, \quad b = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{1 - r_{xy}^2} \cdot \frac{\sigma_z}{\sigma_y},$$

$$c = \bar{z}_e - a\bar{x}_e - b\bar{y}_e,$$

$$r_{xz(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \cdot (1 - r_{yz}^2)}}, \quad r_{yz(x)} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \cdot (1 - r_{xz}^2)}}.$$

$r_{xz}$ ,  $r_{xy}$ ,  $r_{yz}$  – корни квадратные из соответствующих аппроксимаций, найденных автоматически.

Выполненная работа содержит: парные диаграммы корреляции, линии тренда, парные коэффициенты аппроксимации для линейной регрессии, значения коэффициентов парной линейной корреляции  $r_{xz(y)}$ ,  $r_{yz(x)}$ , коэффициенты для уравнения линейной множественной корреляции и само уравнение линейной множественной корреляции.

Порядок выполнения заданий 3, 4:

1. По данной выборке двух качественных признаков составить последовательности рангов  $x_i$  и  $y_i$ . Найти коэффициент выборочной ранговой корреляции:

$$\rho_e = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n^3 - n},$$

где  $d_i = x_i - y_i$ .

2. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена, используя случайную величину

$$T_{kp} = t_{kp}(\alpha, k) \sqrt{\frac{1 - \rho_e^2}{n - 2}},$$

где  $n$  – объем выборки,  $k = n - 2$ ,  $t_{kp}(\alpha, k)$  находится по таблице критических точек распределения Стьюдента для двусторонней критической области. Сделать практический вывод.

По данной выборке ( $p$  уровней,  $q$  испытаний) автоматически найти групповые средние, общую среднюю, а затем вычислить:

а) общую сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от общей средней

$$S_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p x_{ij}^2 - pq(\bar{x})^2$$

Вычислить обе части формулы и сравнить.

б) факторную сумму квадратов отклонений групповой средней от общей средней

$$S_{\text{факт}} = q \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{zj} - \bar{x})^2 = q \left( \sum_{j=1}^p \bar{x}_{zj}^2 - p \bar{x}^2 \right)$$

Вычислить обе части формулы и сравнить.

в) остаточную сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от групповых средних

$$S_{\text{ост}} = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^q (x_{ij} - \bar{x}_{zj})^2$$

г) проверить правильность вычислений по формуле

$$S_{\text{общ}} = S_{\text{факт}} + S_{\text{ост}}$$

Для вычислений необходимо составить таблицы: основную, квадратов данных, отклонений данных от общей средней, квадратов отклонений данных от общей средней, отклонений данных от групповых средних, квадратов отклонений данных от групповых средних. Не забывайте о возможностях Excel.

По полученным данным найти соответствующие дисперсии:

$$\text{- общую } D_{\text{общ}} = \frac{S_{\text{общ}}}{pq - 1},$$

$$\text{- факторную } D_{\text{факт}} = \frac{S_{\text{факт}}}{p - 1},$$

$$\text{- остаточную } D_{\text{ост}} = \frac{S_{\text{ост}}}{pq - p}.$$

Проверить гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсий.

Выдвигаем нулевую гипотезу, состоящую в том, что генеральные дисперсии рассматриваемых генеральных совокупностей равны между собой:  $H_0: D(X) = D(Y)$ . Учитывая, что исправленные дисперсии являются несмещенными оценками генеральных дисперсий, требуется проверить, что математические ожидания исправленных выборочных дисперсий равны между собой. Конкурирующая гипотеза состоит в том, что исправленные дисперсии значимо различаются между собой.

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы принимается отношение большей исправленной выборочной дисперсии к меньшей.  $F = \frac{D_{\text{больш}}}{D_{\text{меньш}}}$ .

Критическая область строится в зависимости от конкурирующей гипотезы.

А)  $D(X) > D(Y)$ . Строится правосторонняя критическая область, и по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора по выбранному уровню значимости  $\alpha$  и количеству степеней свободы  $k_1 = n - 1$  (для выборки с большей дисперсией) и  $k_2 = n - 1$  (для выборки с меньшей дисперсией) находят  $F_{\text{крит}}$ . И если  $F_{\text{набл}} < F_{\text{крит}}$  – нет оснований отвергать нулевую гипотезу. Иначе гипотеза отвергается.

Б)  $D(X) \neq D(Y)$ . Строится двусторонняя критическая область, и по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора по выбранному уровню значимости  $\alpha/2$  и количеству степеней свободы  $k_1 = n - 1$  (для выборки с большей дисперсией) и  $k_2 = n - 1$  (для выборки с меньшей дисперсией) находят  $F_{\text{крит}}$ . И если  $F_{\text{набл}} < F_{\text{крит}}$  – нет оснований отвергать нулевую гипотезу. Иначе гипотеза отвергается.

#### 4. Разное количество испытаний на всех уровнях

По данной выборке ( $p$  уровней,  $q_1, q_2, \dots, q_p$  испытаний) автоматически найти групповые средние, общую среднюю, а затем вычислить:

а) общую сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от общей средней ( $n = q_1 + q_2 + \dots + q_p$ )

$$S_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^{q_1} x_{i1}^2 + \sum_{i=1}^{q_2} x_{i2}^2 + \dots + \sum_{i=1}^{q_p} x_{ip}^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^{q_1} x_{i1} + \sum_{i=1}^{q_2} x_{i2} + \dots + \sum_{i=1}^{q_p} x_{ip} \right)^2}{n}.$$

б) факторную сумму квадратов отклонений групповой средней от общей средней

$$S_{\text{факт}} = \frac{\left( \sum_{i=1}^{q_1} x_{i1} \right)^2}{q_1} + \frac{\left( \sum_{i=1}^{q_2} x_{i2} \right)^2}{q_2} + \dots + \frac{\left( \sum_{i=1}^{q_p} x_{ip} \right)^2}{q_p} - \frac{\left( \sum_{i=1}^{q_1} x_{i1} + \sum_{i=1}^{q_2} x_{i2} + \dots + \sum_{i=1}^{q_p} x_{ip} \right)^2}{n}.$$

в) остаточную сумму квадратов отклонений наблюдаемых значений от групповых средних, исходя из условия:

$$S_{\text{общ}} = S_{\text{факт}} + S_{\text{ост}}.$$

Как и в предыдущем случае найти дисперсии и проверить гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсий. Сделать практические выводы.

Форма отчетности:

Представить выполненную работу в электронном и печатном виде. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы, цель, задание, выполненные задания, выводы. Защитить лабораторную работу.

Задания для самостоятельной работы:

1. Дать количественную характеристику зависимости между обеспеченностью рабочей силой (X) чел/га и производством продукции (Y) на 100 га сельскохозяйственных угодий по предприятиям Краснодарского края по приведенным данным.

<b>№</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
<b>x</b>	7,2	15,3	10,7	6,9	9,5	11,6	8,9	10,2	7,8	4,8	7,4	10	9,6	6,6	5,8
<b>y</b>	199	413	208	212	271	215	205	336	251	195	275	319	300	232	242
<b>№</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
<b>x</b>	7,4	16,8	9,2	6,9	9,5	14,8	11,4	10,2	7,8	5,8	7,4	11,3	9,4	6,5	5,8
<b>y</b>	199	450	178	212	271	265	310	336	251	195	275	319	275	232	242

2. Исследовалась связь между численностью населения города X (млн. чел.) и объемом уплаченных налогов Y (млрд. руб. в год). Установить наиболее точную связь между этими величинами.

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,27	0,34	0,29	0,38	0,26	0,30	0,26	0,32	0,27	0,33
0,28	0,37	0,28	0,37	0,29	0,38	0,30	0,40	0,27	0,36
0,26	0,31	0,26	0,32	0,29	0,40	0,26	0,32	0,29	0,37
0,28	0,37	0,27	0,32	0,27	0,32	0,25	0,30	0,29	0,38
0,27	0,32	0,29	0,39	0,28	0,35	0,27	0,32	0,27	0,33
0,26	0,31	0,29	0,40	0,29	0,39	0,27	0,35	0,28	0,38
0,26	0,31	0,28	0,37	0,26	0,31	0,29	0,39	0,29	0,38
0,29	0,39	0,25	0,30	0,25	0,29	0,30	0,40	0,28	0,36
0,27	0,33	0,28	0,37	0,27	0,35	0,28	0,36	0,28	0,37
0,29	0,40	0,30	0,40	0,30	0,40	0,28	0,37	0,25	0,30
0,27	0,32	0,27	0,34	0,25	0,30	0,29	0,39	0,28	0,37
0,27	0,34	0,26	0,32	0,29	0,39	0,30	0,41	0,26	0,31
0,29	0,38	0,29	0,40	0,27	0,32	0,26	0,32	0,26	0,33
0,28	0,37	0,30	0,40	0,25	0,29	0,27	0,33	0,30	0,40
0,28	0,35	0,26	0,32	0,27	0,34	0,27	0,35	0,27	0,33
0,28	0,37	0,27	0,35	0,25	0,29	0,28	0,36	0,27	0,34
0,26	0,30	0,30	0,40	0,26	0,32	0,27	0,34	0,27	0,33
0,29	0,38	0,28	0,35	0,27	0,34	0,26	0,31	0,26	0,33
0,28	0,36	0,26	0,32	0,25	0,31	0,29	0,37	0,29	0,39
0,28	0,36	0,27	0,34	0,26	0,31	0,26	0,32	0,25	0,30
0,30	0,40	0,30	0,41	0,28	0,35	0,29	0,38	0,28	0,35
0,25	0,29	0,25	0,30	0,28	0,38	0,27	0,35	0,25	0,29
0,25	0,30	0,26	0,32	0,26	0,31	0,27	0,34	0,25	0,30
0,29	0,40	0,28	0,37	0,30	0,41	0,29	0,39	0,27	0,35
0,26	0,30	0,27	0,35	0,30	0,40	0,26	0,30	0,27	0,33
0,26	0,33	0,26	0,32	0,29	0,37	0,28	0,37	0,29	0,38
0,26	0,31	0,26	0,32	0,29	0,38	0,28	0,35	0,28	0,36
0,26	0,31	0,27	0,33	0,27	0,35	0,29	0,38	0,27	0,34
0,29	0,39	0,29	0,40	0,25	0,29	0,26	0,30	0,26	0,32
0,27	0,33	0,25	0,30	0,28	0,37	0,28	0,37	0,30	0,41
0,29	0,38	0,27	0,34	0,27	0,34	0,29	0,39	0,30	0,40
0,27	0,35	0,25	0,29	0,27	0,34	0,27	0,34	0,26	0,32
0,29	0,40	0,26	0,32	0,25	0,29	0,28	0,37	0,29	0,39
0,29	0,38	0,27	0,36	0,28	0,38	0,30	0,40	0,29	0,40

0,27	0,35	0,26	0,32	0,26	0,31	0,28	0,36	0,29	0,38
0,26	0,31	0,27	0,36	0,29	0,39	0,29	0,39	0,25	0,29
0,26	0,31	0,28	0,36	0,25	0,30	0,28	0,37	0,30	0,40
0,29	0,40	0,30	0,41	0,30	0,41	0,28	0,37	0,26	0,31
0,26	0,31	0,30	0,40	0,25	0,29	0,28	0,35	0,28	0,35
0,27	0,34	0,29	0,40	0,27	0,33	0,27	0,33	0,27	0,34

X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0,07	0,51	2,01	1,79	0,55	3,11	1,96	1,26	3,39
0,53	1,05	2,12	X	1,75	2,61	0,70	0,69	2,17
1,25	0,94	2,68	0,58	0,03	2,14	0,52	1,01	1,96
0,19	1,30	1,52	0,64	1,94	2,11	0,24	0,27	1,72
1,31	0,43	2,83	0,59	1,02	2,25	1,42	0,78	3,02
0,95	1,57	2,39	1,65	0,46	3,51	0,22	1,10	1,94
1,86	1,76	3,33	0,71	1,26	2,32	1,32	1,10	2,55
0,80	1,91	2,41	1,40	0,15	2,98	0,29	1,32	1,65
1,14	0,97	2,48	0,13	0,35	1,45	0,35	0,59	1,96
0,42	1,93	1,99	0,53	1,36	2,50	0,44	1,37	2,34
1,79	0,49	3,53	1,00	1,95	2,16	1,99	1,23	3,32
1,67	1,81	2,87	0,27	1,86	1,63	0,42	1,38	1,68
1,13	1,52	3,10	0,22	1,32	1,77	0,50	1,20	2,26
1,43	1,64	3,04	0,09	0,19	1,81	0,44	0,51	1,99
1,46	1,33	2,91	1,28	0,18	2,57	1,06	1,06	2,55
0,77	1,76	2,17	0,19	1,04	1,51	1,58	1,82	2,71
0,05	1,00	1,38	1,57	1,51	3,47	0,11	0,79	1,50
0,66	1,29	2,53	0,46	1,62	1,67	1,64	1,63	3,09
0,18	0,32	1,67	1,27	0,60	2,80	0,39	0,40	2,07
1,66	1,94	2,93	1,39	0,07	2,73	0,72	1,41	2,35
0,35	0,09	2,21	0,83	1,01	2,67	0,05	0,67	1,66
0,09	1,65	1,55	0,39	0,81	1,95	1,64	1,98	3,08
0,26	1,04	1,53	1,64	0,63	3,14	0,32	1,16	1,86
1,00	1,40	2,49	1,82	0,05	3,29	1,43	1,14	2,87
1,72	1,90	3,65	0,43	0,13	2,36	0,62	1,08	2,52
0,88	0,59	2,64	1,33	0,57	2,68	0,12	1,97	1,68
1,23	0,25	3,09	0,37	1,21	1,61	1,94	1,31	3,17
0,78	0,78	2,37	0,37	0,93	1,82	0,95	1,85	2,17
0,32	0,57	2,04	1,13	1,21	3,10	0,54	0,34	2,49
0,35	1,60	2,25	1,49	1,49	3,16	1,00	1,25	2,79
0,03	0,98	1,48	1,47	1,58	3,29	0,83	1,25	2,24
1,79	1,79	3,06	1,08	1,54	2,80	1,26	1,18	3,18
0,39	1,84	2,31	1,38	0,55	3,28	0,89	1,38	2,57

3. Испытатель Иван Петрович Сидоров решил проверить, существует ли связь между мягкостью шерсти и яркостью расцветки. Он купил 25 мотков пряжи и расставил их по местам в соответствии с признаками:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
м	2	7	8	3	1	7	5	3	1	1	2	4	1	6	9	1	8	5	2	1	1	1	2	7	5
я	1	5	7	1	4	1	1	1	9	2	1	5	8	1	4	3	1	2	6	1	3	7	1	4	1
	3				2	7	1						2			2		4			0				

Найдите выборочный коэффициент ранговой корреляции, проверьте его значимость, сделайте вывод о наличии или отсутствии связи между признаками «мягкость» и «яркость».



4. Задача 1. Психологическая служба предприятия предложила покрасить стены цехов в разные цвета, утверждая, что фактор цвета играет свою роль в повышении производительности. В течение года психологи фиксировали производительность в каждом из четырех цехов. При уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о значимости фактора цвета стен производственных помещений.

В этой же задаче проверьте гипотезу о равенстве средних для разных выборок: для вариантов 1 - 12 Ж и Б, а для вариантов 13 - 25 С и К.

№ контр точки	Цвет			
	Желтый	Синий	Белый	Красный
1	325	456	228	542
2	300	431	290	448
3	360	500	270	498
4	387	492	200	512
5	343	476	257	500
6	400	485	278	569
7	345	400+5N	237	521
8	359	430	300	499
9	407	493	305	400
10	343	438	296	534
11	398	487	279	563
12	320	497	300	570

Задача 2. В питательные коктейли для желающих нарастить мышечную массу добавлялись разные ароматы: малина, ананас, лимон, жасмин. Коктейли были разосланы в 10 городов, откуда получили разное количество отзывов о прибавке в весе за полгода использования коктейля. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о влиянии вкуса коктейля на эффективность прироста мышечной массы. если N меньше 10, то «+», если больше, то «-».

В этой же задаче проверьте гипотезу о равенстве средних по малым выборкам. Для 1-12 варианта М и Л для 13-25 варианта М и Ж.

№ контр точки	Аромат			
	Малина	Ананас	Лимон	Жасмин
1	13	5	3	15
2	7	8	2	20
3	5	7	5	16
4	11	8	7	14
5	10	6	12	15
6	5		8	12
7	9		11	10
8	14			18
9	5			
10	6			

#### Рекомендации к выполнению заданий и подготовке к лабораторной работе

Изучить лекционный материал и материал, представленный в методических указаниях и в рекомендуемых источниках.

#### Рекомендуемые источники:

Основная литература:

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с.- (Основы наук).

2. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам : учебное пособие / Д. Т. Письменный. - 2-е изд. - М. : АЙ-РИС-ПРЕСС, 2008. - 288 с.

Дополнительная литература:

3. Ларионова О.Г., Геврасева С.А. Математическая статистика: учебн. пособие. – 4-е изд. перераб и доп. – Братск: Изд-во БрГУ, 2012. – 104 с.

#### Контрольные вопросы для самопроверки

1. Корреляционное поле. Метод наименьших квадратов.
2. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции.
3. Нелинейная корреляция. Виды зависимостей. Множественная линейная корреляция. Особенности «отношений» переменных.
4. Понятие ранга. Виды ранговых зависимостей. Понятие и вычисление выборочного коэффициента ранговой корреляции. Проверка его значимости.
5. Понятие фактора, уровня фактора, факторной, остаточной, общей дисперсии. Проверка гипотезы о значимом влиянии фактора.

#### **9.2. Методические указания по выполнению курсового проекта (курсовой работы), контрольной работы, РГР, реферата**

Учебным планом не предусмотрено.

#### **10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN No Level.
2. Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level.
3. Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.

#### **11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

<i>Вид занятия</i>	<i>Наименование аудитории</i>	<i>Перечень основного оборудования</i>	<i>№ ПЗ, ЛР</i>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Лк	Лекционная аудитория	-	-
ПЗ	Лекционная аудитория	-	1-2
ЛР	Компьютерный класс	Интерактивная доска SMART Board X885ix со встроенным проектором UX 60 Персональный компьютер i5-2500/H67/4Gb/500 Gb (Монитор TFT19 Samsung E1920NR)	1-3
СР	Читальный зал №1	Оборудование 10-ПК i5-2500/H67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**1.Описание фонда оценочных средств (паспорт)**

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
<b>ОПК-2</b>	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<b>1. Случайные события</b>	1.1. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Вопросы к зачету
			1.2. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Вопросы к зачету
			1.3. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Вопросы к зачету
			1.4. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Вопросы к зачету
			1.5. Независимые повторные испытания.	Вопросы к зачету
		<b>2. Случайная величина</b>	2.1.Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Вопросы к зачету
			2.2.Дискретная случайная величина, законы распределения	Вопросы к зачету
			2.3.Числовые характеристики случайной величины.	Вопросы к зачету
			2.4.Законы распределения непрерывной случайной величины.	Вопросы к зачету
		<b>3. Начала математической статистики</b>	3.1.Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Экзаменационные вопросы
			3.2.Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Экзаменационные вопросы
			3.3.Интервальные оценки	Экзаменационные вопросы
		<b>4.Статистическая проверка статистических гипотез</b>	4.1.Основные понятия	Экзаменационные вопросы
			4.2.Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Экзаменационные вопросы
			4.3.Проверка различных гипотез.	Экзаменационные вопросы

		5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Экзаменационные вопросы
			5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Экзаменационные вопросы
			5.3. Ранговая корреляция	Экзаменационные вопросы
			5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Экзаменационные вопросы

## 2. Экзаменационные вопросы, вопросы к зачету

### Вопросы к зачету, 3 семестр

№ п/п	Компетенции		ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ 3 семестр	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1	ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	1. Элементы комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения (определения, вычисление).	1. Случайные события
			2. Опыт, событие, виды событий, соотношения, т.е. зависимость, совместность (определения, примеры).	
			3. Классическое определение вероятности события (формулировка, формулы, примеры).	
			4. Алгебра событий: простое составное, сумма, произведение (построение алгебры по ситуации).	
			5. Теоремы сложения и умножения вероятностей.	
			6. Полная вероятность. Формула Байеса (условия применения, формулы).	
			7. Повторение испытаний: формула Бернулли, теоремы Муавра-Лапласа (условия применения, формулы).	
			8. Случайные величины. Виды СВ (определение, примеры).	2. Случайная величина
			9. Законы распределения случайной величины (определения, способы задания, примеры).	
			10. Законы распределения дискретной случайной величины (названия, примеры, способы построения).	
			11. Функция распределения (определение, свойства).	
			12. Функция плотности распределения (определение, свойства).	
			13. Числовые характеристики СВ (определения, формулы, смысл, примеры).	
			14. Законы распределения непрерывных СВ (определения, свойства, графики, числовые характеристики, примеры).	

Экзаменационные вопросы, 4 семестр

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ 4 семестр	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1	ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	1. Предмет математической статистики. Основные задачи математической статистики.	3. Начала математической статистики
			2. Генеральная и выборочная совокупности. Репрезентативная выборка. Способы отбора.	
			3. Виды вариационных рядов.	
			4. Виды статистических диаграмм.	
			5. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.	
			6. Выборочные числовые характеристики.	
			7. Точечные оценки параметров генеральной совокупности и их свойства: несмещенность, эффективность, состоятельность.	
			8. Интервальные оценки параметров генеральной совокупности.	
			9. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения.	
			10. Статистическая гипотеза, виды гипотез. Область принятия, область отказа от гипотезы, уровень значимости, виды ошибок и рисков при проверке гипотез, статистический критерий.	4. Статистическая проверка статистических гипотез
			11. Статистическая гипотеза, виды гипотез, виды статистических критериев, виды критических областей, алгоритм статистической проверки статистических гипотез.	
			12. Критерий согласия Пирсона.	
			13. Критерии Смирнова и Колмогорова.	
			14. Гипотезы о средних.	
			15. Гипотезы о дисперсиях.	
			16. Корреляционная связь.	5. Корреляционный анализ
			17. Парная линейная регрессия. Вычисление коэффициентов уравнения регрессии методом наименьших квадратов.	
			18. Проверка гипотезы о значимости коэффициента парной линейной регрессии ГС.	
			19. Парная нелинейная регрессия. Общий подход к построению уравнения парной криволинейной регрессии.	
			20. Понятие о множественной корреляции, множественный коэффициент корреляции и частные коэффициенты.	
			21. Уравнение линейной множественной регрессии. Проверки гипотезы о значимости множественного коэффициента корреляции ГС и значимости признаков.	
			22. Понятие ранга, ранговая корреляция.	

			23. Проверка значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции.	
			24. Однофакторный дисперсионный анализ, основные понятия и схема исследования.	
			25. Проверка гипотезы о значимом влиянии фактора.	

### 3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p><b>Знать</b> <i>ОПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные разделы теории вероятностей и математической статистики, ее методологию;</li> <li>– фундаментальные положения основных разделов теории вероятностей и математической статистики;</li> </ul> <p><b>Уметь</b> <i>ОПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– переводить прикладные задачи в математические модели;</li> <li>– выбирать методы исследования математических моделей;</li> </ul> <p><b>Владеть</b> <i>ОПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методами анализа ситуации и способами их перевода в абстрактные математические модели;</li> <li>– навыками решения задач из разных областей математики;</li> <li>– приемами анализа результатов решения и сопоставления с прикладной ситуацией.</li> </ul>	<b>Отлично</b>	Свободно и уверенно находит достоверные источники информации, оперирует предоставленной информацией, отлично владеет навыками анализа и синтеза информации, знает все основные методы решения проблем, предусмотренные учебной программой, знает типичные ошибки и возможные сложности при решении той или иной проблемы и способен выбрать и эффективно применить адекватный метод решения конкретной проблемы или учебной задачи. Демонстрирует на высоком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Грамотно использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.
	<b>Хорошо</b>	В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать и синтезировать предложенную информацию, выбрать метод решения проблемы и решить ее. Допускает единичные серьезные ошибки в решении проблем, испытывает сложности в редко встречающихся или сложных случаях решения проблем, не знает типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Изредка использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.
	<b>Удовлетворительно</b>	Допускает ошибки в определении достоверности источников информации. Демонстрирует на низком уровне способность применять теоретические знания к конкретному фактическому материалу. В отдельных случаях способен правильно решать только типичные, наиболее часто встречающиеся проблемы, задачи в конкретной области. Демонстрирует на низком уровне навыки выполнения расчетов и вычислений.
	<b>Неудовлетворительно</b>	Не способен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков анализа и синтеза, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.
	<b>Зачтено</b>	В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать и синтезировать предложенную информацию, выбрать метод решения проблемы и решить ее. Допускает единичные серьезные ошибки в решении проблем, испытывает сложности в редко встречающихся или сложных случаях решения проблем, не знает типичных ошибок и возможных сложностей

		при решении той или иной проблемы. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Изредка использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.
	<b>Не зачтено</b>	Не способен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков анализа и синтеза, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика направлена на ознакомление обучающихся с местом и ролью математики в современном мире, мировой культуре и истории; на получение теоретических знаний и практических навыков применения системы фундаментальных математических знаний для идентификации, формулирования и решения технологических проблем в профессиональной сфере, а также осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде и для их дальнейшего использования в практической деятельности.

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусматривает:

- лекции;
- практические занятия;
- лабораторные работы;
- контрольную работу;
- зачет, экзамен;
- самостоятельную работу студента в объемах часов, соответствующих учебному плану направления.

В ходе освоения раздела 1 «Случайные события» знакомятся с ситуациями случайности и закономерности и законами их проявления, они должны уяснить идеи вероятностного изучения реальности, освоить понятие вероятности и правила ее вычисления.

При изучении раздела 2 «Случайная величина» студенты расширяют представления о вероятности случайного события и подходят к восприятию математической статистики.

В разделе 3 «Начала математической статистики» студенты осваивают навыки работы с табличным процессором Excel, выполняя первичную обработку выборочных данных.

Раздел 4 «Статистическая проверка статистических гипотез» помогает понять суть стохастических методов анализа и прогнозирования поведения в случае массовых случайных явлений.

Изучая раздел 5 «Корреляционный анализ», студенты знакомятся с новым взглядом на возможные зависимости между количественными, качественными, а также качественными и количественными признаками в разных ситуациях.

Обучающимся необходимо овладеть навыками и умениями применения изученных методов для разработки и реализации профессионально ориентированных проектов в последующей учебной деятельности.

В процессе изучения дисциплины рекомендуется на первом этапе обратить внимание на специфику вероятностных ситуаций и умение выбирать методы решения различных задач. Овладение ключевыми понятиями является основой усвоения учебного материала по дисциплине.

При подготовке к экзамену особое внимание необходимо уделить рекомендациям и замечаниям преподавателей, ведущих аудиторные занятия по дисциплине.

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков применения различных методов решения стандартных математических ситуаций. При проведении аудиторных занятий в виде разнообразных тренингов и ситуаций рекомендуется активно участвовать и отмечать уровень собственных знаний и

умение общаться.

На лабораторных работах демонстрируются и осваиваются методы обработки информации с помощью компьютерных технологий.

Самостоятельную работу необходимо начинать с чтения лекций и учебников. В процессе консультации с преподавателем обучающийся выясняет наличие пробелов в знаниях и способах решения разных ситуаций.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.



**АННОТАЦИЯ**  
**рабочей программы дисциплины**  
**Теория вероятностей и математическая статистика**

**1. Цель и задачи дисциплины**

Целью изучения дисциплины является знакомство обучающихся с вероятностными и статистическими понятиями и методами, приобретение навыков статистического моделирования в профессиональных экономических ситуациях, развитие логического и алгоритмического мышления.

Обучение основным стохастическим методам преследует цель повышения уровня фундаментальной математической подготовки обучающихся в направлении осуществления поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и представления ее в соответствующем виде.

Задачи дисциплины состоят в том, чтобы на примерах вероятностных понятий и статистических методов:

- продемонстрировать обучающимся связь случайного и закономерного;
- заложить представления о стохастическом моделировании;
- научить обрабатывать выборочные данные и делать выводы, выдвигать и проверять гипотезы, прогнозируя тем самым, развитие ситуаций;
- расширить математическую базу, необходимую для развития навыков исследовательской и организационно-управленческой деятельности и профессиональных компетенций, а также для изучения последующих дисциплин.

**2. Структура дисциплины**

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: Лк.-35 час., ПЗ - 17 час.; ЛР – 36 час., СР - 92 час.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 216 часов, 6 зачетных единиц

2.2 Основные разделы дисциплины:

1. Случайные события
2. Случайная величина
3. Начала математической статистики
4. Статистическая проверка статистических гипотез
5. Корреляционный анализ

**3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:  
ОПК-2 - способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач

**4. Вид промежуточной аттестации:** зачет, экзамен.

**Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе  
на 20\_\_-20\_\_ учебный год**

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:

---

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

---

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.,  
(разработчик)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (Ф.И.О.)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО  
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Описание фонда оценочных средств (паспорт)**

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
<b>ОПК-2</b>	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<b>1. Случайные события</b>	1.1. Элементы комбинаторики: основные определения, два правила комбинаторики.	Тест Индивидуальное задание
			1.2. Случайные события, их виды, классическое определение вероятности события.	Тест Индивидуальное задание
			1.3. Алгебра событий. Произведение и сумма событий.	Тест Индивидуальное задание
			1.4. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Тест Индивидуальное задание
			1.5. Независимые повторные испытания.	Тест Индивидуальное задание
		<b>2. Случайная величина</b>	2.1 Случайная величина. Основные понятия. Функция распределения и функция плотности распределения.	Тест Индивидуальное задание
			2.2 Дискретная случайная величина, законы распределения	Тест Индивидуальное задание
			2.3 Числовые характеристики случайной величины.	Тест Индивидуальное задание
			2.4 Законы распределения непрерывной случайной величины.	Тест Индивидуальное задание
		<b>3. Начала математической статистики</b>	3.1 Предмет и задачи математической статистики. Основные объекты и понятия. Сбор информации и первичная обработка выборки.	Лабораторная работа
			3.2 Статистические оценки параметров генеральной совокупности. Точечные оценки.	Лабораторная работа
			3.3 Интервальные оценки	Лабораторная работа

	4. Статистическая проверка статистических гипотез	4.1. Основные понятия	Лабораторная работа
		4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности	Лабораторная работа
		4.3. Проверка различных гипотез.	Лабораторная работа
	5. Корреляционный анализ	5.1. Начала корреляционного анализа. Линейная корреляция	Лабораторная работа
		5.2. Нелинейная и множественная корреляция	Лабораторная работа
		5.3. Ранговая корреляция	Лабораторная работа
		5.4. Однофакторный дисперсионный анализ	Лабораторная работа

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
<p><b>Знать</b> <i>ОПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные разделы теории вероятностей и математической статистики, ее методологию;</li> <li>– фундаментальные положения основных разделов теории вероятностей и математической статистики;</li> </ul> <p><b>Уметь</b> <i>ОПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– переводить прикладные задачи в математические модели;</li> <li>– выбирать методы исследования математических моделей;</li> </ul> <p><b>Владеть</b> <i>ОПК-2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методами анализа ситуации и способами их перевода в абстрактные математические модели;</li> <li>– навыками решения задач из разных областей математики;</li> <li>– приемами анализа результатов решения и сопоставления с прикладной ситуацией.</li> </ul>	<p><b>Зачтено</b></p>	<p>В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать и синтезировать предложенную информацию, выбрать метод решения проблемы и решить ее. Допускает единичные серьезные ошибки в решении проблем, испытывает сложности в редко встречающихся или сложных случаях решения проблем, не знает типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы. Демонстрирует на достаточном уровне навыки выполнения расчетов и вычислений. Изредка использует при этом возможности вычислительных устройств и информационных технологий.</p>
	<p><b>Не зачтено</b></p>	<p>Не способен осуществлять поиск необходимой информации, обрабатывать информацию, не имеет навыков анализа и синтеза, не знает методов решения проблем, задач, не может решать проблемы, задачи. Не владеет техникой вычислений.</p>

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика от «12» ноября 2015г. № 1327;

для набора 2018 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018 г. № 130, для заочной формы обучения от «12» марта 2018 г. № 130.

**Программу составили:**

О.И. Медведева, кандидат технических наук, доцент \_\_\_\_\_

О.С. Кочмарская, старший преподаватель \_\_\_\_\_

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры МиФ от «21» ноября 2018 г., протокол № 3

И. о. заведующего кафедрой МиФ \_\_\_\_\_ О.И. Медведева

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий выпускающей кафедрой \_\_\_\_\_ М.И. Черутова

Директор библиотеки \_\_\_\_\_ Т.Ф. Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ЕН факультета от «20» декабря 2018 г., протокол № 4

Председатель методической комиссии факультета \_\_\_\_\_ М.А. Варданын

**СОГЛАСОВАНО:**

Начальник учебно-методического управления \_\_\_\_\_ Г.П. Нежевец

Регистрационный № \_\_\_\_\_