МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра информатики и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
__________ Е.И. Луковникова
«_____» ___________ 201__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Б1.Б.08

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

44.03.01 Педагогическое образование

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Право

Программа академического бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ **Стр.**

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ …..…… 3

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ……………………………………………………….……….. 3

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ 4

3.1 Распределение объёма дисциплины по формам обучения……………...……… 4

3.2 Распределение объёма дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости ……………………………………………………….……… 4

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ ……………………………….………… 5

4.1 Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий ……………… 5

4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам …..………… 6

4.3 Лабораторные работы………………………………………………………… 7

4.4 Практические занятия…. ……………………………….……………….. 7

4.5. Контрольные мероприятия: курсовая работа……………………….……….. 7

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ …………………………………… 8

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ…… 9

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ…………………………… 9

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ …………………………………………… 9

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ……………………………………………………………… 10

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ…. 10

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ……………………………………………………..…… 30

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ……………………………………………………...…… 30

Приложение 1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине…………………………… 31

Приложение 2. Аннотация рабочей программы дисциплины ……………………. 35

Приложение 3. Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе …..……… 36

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к педагогическому виду профессиональной деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Цель изучения дисциплины состоит в формировании знаний основ классических методов математической обработки информации, умений представить и обработать информацию, навыков применения математического аппарата для обработки данных теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

– выработка представления о роли и месте математики в современном мире;

– выработка умения логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и понятиями;

– практическое освоение основ математической обработки информации.

Код компетенции	**Содержание компетенций**	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
1	**2**	**3**
ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	**знать:** основы методов математической обработки информации; основные математические понятия и методы решения базовых математических задач, рассматриваемых в рамках дисциплины; **уметь:** применять методы математической обработки информации; **владеть:** основами методов решения задач, рассматриваемых в рамках дисциплины.
ПК-2	способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	**знать:** современные методы и технологии обучения и диагностики при изучении основ математической обработки информации; **уметь:** формулировать и решать конкретные задачи, применяя современные методы математической обработки информации; **владеть:** навыками использования современных методов и технологий математической обработки информации.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.Б.08 Основы математической обработки информации относится к базовой части.

Дисциплина Основы математической обработки базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплины Б1.Б.06 Информационные технологии.

Дисциплина «Основы математической обработки информации» представляет основу для изучения дисциплин: Б1.В.06 Современные средства оценивания результатов обучения.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	*Курс*	*Семестр*	*Трудоемкость дисциплины в часах*						*Курсовая работа (проект), контрольная работа, реферат, РГР*	*Вид промежуточной аттестации*
			Всего часов	*Аудиторных часов*	*Лекции*	*Лабораторные работы*	*Практические занятия*	*Самостоятельная работа*		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Очная	2	4	108	54	18	–	36	54	–	зачет
Заочная	3	–	108	16	6	–	10	88	–	зачет
Заочная (ускоренное обучение)	2	–	108	12	6	–	6	56	–	зачет
Очно-заочная	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	*Трудоемкость (час.)*	*в т.ч. в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*	*Распределение по семестрам, (час.)*
			4
1	**2**	**3**	**4**
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	54	18	54
Лекции (Лк)	18	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	–	36
Групповые (индивидуальные) консультации	+	–	+
II.Самостоятельная работа обучающихся (СР)	54	–	54
Подготовка к практическим занятиям	20	–	20
Подготовка к зачету	24	–	24
III. Промежуточная аттестация зачет	+	–	+
Общая трудоемкость дисциплины час.	108	–	108
зач. ед.	3	–	3

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для очной формы обучения:

№ раздела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоемкость, (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*		
			учебные занятия		*самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	*практические задания*	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	**Элементы математической логики**	**26**	**4**	**8**	**14**
1.1.	Высказывания и операции над ними	13	2	4	7
1.2.	Формулы логики высказываний. Равносильность формул. Предикаты и кванторы	13	2	4	7
2.	**Теория множеств**	**22**	**4**	**8**	**10**
2.1.	Основные понятия	7	2	-	5
2.2.	Операции над множествами	15	2	8	5
3.	**Комбинаторика**	**26**	**4**	**8**	**14**
3.1.	Общие правила комбинаторики	9	2	-	7
3.2.	Размещения, сочетания и перестановки	17	2	8	7
4.	**Теория вероятностей**	**34**	**6**	**12**	**16**
4.1.	Историческая справка	2,5	0,5	-	2
4.2.	Случайные события	7,5	0,5	4	3
4.3.	Определение вероятности	4	1	-	3
4.4.	Операции над вероятностями	10	2	4	4
4.5.	Формула полной вероятности. Формула Байеса	10	2	4	4
	ИТОГО	**108**	**18**	**36**	**54**

- для заочной формы обучения:

№ раздела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоемкость, (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*		
			учебные занятия		*самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	*практические задания*	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	**Элементы математической логики**	**22**	**1**	**1**	**20**
1.1.	Высказывания и операции над ними	11	0,5	0,5	10
1.2.	Формулы логики высказываний. Равносильность формул. Предикаты и кванторы	11	0,5	0,5	10
2.	**Теория множеств**	**23**	**1**	**2**	**20**
2.1.	Основные понятия	10,5	0,5	-	10
2.2.	Операции над множествами	12,5	0,5	2	10
3.	**Комбинаторика**	**31**	**1**	**2**	**28**
3.1.	Общие правила комбинаторики	14,5	0,5	-	14
3.2.	Размещения, сочетания и перестановки	16,5	0,5	2	14
4.	**Теория вероятностей**	**28**	**3**	**5**	**20**
4.1.	Историческая справка	4,1	0,1	-	4

4.2.	Случайные события	6,7	0,7	2	4
4.3.	Определение вероятности	4,5	0,5	-	4
4.4.	Операции над вероятностями	7	1	2	4
4.5.	Формула полной вероятности. Формула Байеса	5,7	0,7	1	4
	ИТОГО	**104**	**6**	**10**	**88**

- для заочной формы обучения (ускоренное обучение):

№ раздела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоемкость, (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*		
			учебные занятия		*самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	*практические задания*	
1	2	3	4	5	6
1.	**Элементы математической логики**	**22**	**1**	**1**	**20**
1.1.	Высказывания и операции над ними	11	0,5	0,5	10
1.2.	Формулы логики высказываний. Равносильность формул. Предикаты и кванторы	11	0,5	0,5	10
2.	**Теория множеств**	**12**	**1**	**1**	**10**
2.1.	Основные понятия	5,5	0,5	-	5
2.2.	Операции над множествами	5,5	0,5	1	5
3.	**Комбинаторика**	**12**	**1**	**1**	**10**
3.1.	Общие правила комбинаторики	5,5	0,5	-	5
3.2.	Размещения, сочетания и перестановки	6,5	0,5	1	5
4.	**Теория вероятностей**	**22**	**3**	**3**	**16**
4.1.	Историческая справка	1,1	0,1	-	1
4.2.	Случайные события	4,7	0,7	1	3
4.3.	Определение вероятности	3,5	0,5	-	3
4.4.	Операции над вероятностями	8	1	1	6
4.5.	Формула полной вероятности. Формула Байеса	4,7	0,7	1	3
	ИТОГО	**68**	**6**	**6**	**56**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

№ раздела и темы	*Наименование раздела и темы дисциплины*	*Содержание лекционных занятий*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1	*2*	*3*	*4*
1.	**Элементы математической логики**		
1.1.	Высказывания и операции над ними	Математическая логика. Высказывание. Логические операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.	Лекция-дискуссия, (2 час.)
1.2.	Формулы логики высказываний. Равносильность формул	Логическая формула. Приоритет выполнения операций. Тавтология. Противоречие. Равносильность формул. Законы алгебры логики. Предикаты. Квanto-	Лекция-дискуссия, (2 час.)

		ры. Таблицы истинности.	
2.	**Теория множеств**		
2.1.	Основные понятия	Множество. Элементы множества. Виды множеств. Подмножества	Лекция-презентация, (2 час.)
2.2.	Операции над множествами	Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, дополнение. Круги Эйлера	Лекция-дискуссия, (2 час.)
3.	**Комбинаторика**		
3.1.	Общие правила комбинаторики	Комбинаторные задачи. Способы выбора некоторого числа из заданного множества. Правило произведения. Правило суммы.	Лекция-дискуссия, (2 час.)
3.2.	Размещения, сочетания и перестановки	Размещение, сочетание и перестановки с повторением. Размещение, сочетание и перестановки без повторения.	Лекция-дискуссия, (2 час.)
4.	**Теория вероятностей**		
4.1.	Историческая справка	История возникновения теории вероятности	Лекция-презентация, (0,5 час.)
4.2.	Случайные события	Событие. Опыт или испытание. Случайное событие. Сумма, произведение, разность событий. Совместные события. Разновозможные события.	Лекция-дискуссия, (0,5 час.)
4.3.	Определение вероятности	Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности	Лекция-дискуссия, (1 час.)
4.4.	Операции над вероятностями	Теорема 1. О сумме попарно несовместных событий. Теорема 2. О сумме двух произвольных событий. Теорема 3. О произведении двух произвольных событий. Теорема 4. О произведении независимых событий. Теорема 5. О противоположном событии.	Лекция-дискуссия, (2 час.)
4.5.	Формула полной вероятности. Формула Байеса	Формула полной вероятности. Гипотеза. Формула Байеса	Лекция-презентация, (2 час.)

4.3. Лабораторные работы

Учебным планом не предусмотрено

4.4. Практические задания

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Наименование тем практических работ*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1.	**1.**	Арифметические и логические основы представления информации	8	–
2.	**2.**	Теория множеств. Операции над множествами	8	–
3.	**3.**	Комбинаторика	8	–
4.	**4.**	Теория вероятностей	12	–
		ИТОГО	**36**	**-**

4.5. Контрольные мероприятия: курсовой проект (курсовая работа), контрольная работа, РГР, реферат

Учебным планом не предусмотрено

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Компетенции / *№, наименование разделов дисциплины*	*Кол-во часов*	*Компетенции*		*Σ комп.*	*$t_{ср}$, час*	*Вид учебных занятий*	*Оценка результатов*
		ОК	*ПК*				
		3	*2*				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1. Элементы математической логики	26	+	+	2	13	Лк, ПЗ, СРС	зачет
2. Теория множеств	22	+	+	2	11	Лк, ПЗ, СРС	зачет
3. Комбинаторика	26	+	+	2	13	Лк, ПЗ, СРС	зачет
4. Теория вероятностей	34	+	+	2	17	Лк, ПЗ, СРС	зачет
всего часов	**108**	**54**	**54**	**2**	**54**		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Поздняков, С. Н. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. - Москва : Академия, 2008. - 448 с.
2. Завьялов, О.Г. Теория вероятностей и математическая статистика с применением Excel и Maxima : учебное пособие / О.Г. Завьялов, Ю.В. Подповетная ; Финансовый университет при Правительстве РФ. - Москва : Прометей, 2018. - 290 с. : схем., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-907003-44-6; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494942 (25.02.2018).

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	*Наименование издания*	*Вид занятия* (*Лк, ЛР, ПЗ, кр*)	*Количество экземпляров в библиотеке,* **шт.**	*Обеспеченность,* **(экз./ чел.)**
1	2	3	4	5
	Основная литература			
1.	Поздняков, С. Н. Дискретная математика: учебник для вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. - Москва : Академия, 2008. - 448 с.	Лк, ПЗ	10	0,5
2	Логика : учебник для бакалавров / Под ред. А. И. Мигунова. - Москва: Проспект, 2014. - 680 с.	Лк, ПЗ	11	0,6
	Дополнительная литература			
3.	Новиков, Ф. А. Дискретная математика : учебник для бакалавров и магистров / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Питер, 2014. - 432 с.	Лк, ПЗ	6	0,3
4.	Новожилов, О.П. Информатика : учебное пособие / О. П. Новожилов. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Юрайт, 2012. - 564 с	Лк, ПЗ	16	0,8
5.	Дьяконица, С. А. Основы дискретной математики : практикум / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2015. - 97 с.	Лк, ПЗ	24	1

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.Электронный каталог библиотеки БрГУ http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=.

2. Электронная библиотека БрГУ http://ecat.brstu.ru/catalog .

3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru .

4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань» http://e.lanbook.com .

5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru .

6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru .

7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) https://uisrussia.msu.ru/ .

8. Национальная электронная библиотека НЭБ http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search /

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Вид учебных занятий	Организация деятельности обучающихся
Лекции	Написание конспекта лекций: кратко, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, практическом занятии.
Практические задания	Работа с конспектом лекций, обобщение, систематизация, углубление и конкретизация полученных теоретических знаний, выработка способности и готовности их использования на практике. Подготовка ответов к контрольным вопросам, работа с основной и дополнительной литературой, необходимой для освоения дисциплины. Выполнение заданий, решение задач, активное участие в интерактивной, активной, инновационной формах обучения, составление отчетов.
Самостоятельная работа обучающихся	*Подготовка к практическим заданиям.* Проработка основной и дополнительной литературы, терминов, сведений, формул требующихся для запоминания и являющихся основополагающими в разделе. Конспектирование прочитанных литературных источников. Проработка материалов по изучаемому вопросу, с использованием на рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Выполнение заданий преподавателя, необходимых для подготовки к участию в интерактивной, активной, инновационных формах обучения по изучаемой теме. *Подготовка к зачету.* При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу, использовать рекомендуемые ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

9.1. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ

Практическая работа № 1 Арифметические и логические основы представления информации

Цель работы: познакомиться с основными понятиями алгебры логики, таблицами истинности логических операций, законами алгебры логики.

Краткие теоретические сведения

Математическая логика – это раздел математики, основной вопрос которой «Как определить справедливость суждения?».

Одни повествовательные предложения выражают истину, другие – ложь, а третьи – ни то, ни другое. Те предложения, которые выражают истину или ложь, называют высказываниями.

Высказывание *– это повествовательное предложение, о котором можно однозначно сказать – истинно оно или ложно.*

Например*:* а) «8 – нечетное число», «Братск – столица России», «В БрГУ нет столовой» - это высказывания, при чем ложные;

б) « $2^3-12<0$ », «А.С. Пушкин – автор произведения «Евгений Онегин»», «БрГУ основан в 1953 г.» - это высказывания, при чем истинные;

в) «БрГУ – самый лучший вуз в России», «Сегодня на улице тепло», «Математика интереснее психологии», «Охранник работает хорошо» - не являются высказываниями, т.к. однозначно нельзя определить их истинность;

г) «Который сейчас час?», «Будь здоров!», «Стой!», «Кто идет?», «С днем рождения!», «Как дела?» - это не высказывания, т.к. не являются повествовательными предложениями.

Высказывания обозначают большими латинскими буквами.

Запись $|A|=1$ означает «Высказывание А истинно», а запись $|A|=0$ - «Высказывание А - ложно».

Из одних высказываний можно получить другие с помощью частицы «не», союзов «и» и «или», слов «если, то», «тогда и только тогда, когда» и «неверно, что». Таким образом, над высказываниями выполняют следующие операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация и эквиваленция.

Отрицанием *высказывания А называется новое высказывание* $\overline{A}$ *(читают «не А» или «неверно, что А»), которое истинно, когда А ложно и ложно, когда А истинно.*

Конъюнкцией *высказываний А и В называется новое высказывание* $A \wedge B$ *(читают «А и В»), которое истинно только в том случае, когда оба высказывания А и В истинны; в остальных случаях – ложно.*

Дизъюнкцией *высказываний А и В называется новое высказывание* $A \vee B$ *(читают «А или В»), которое истинно в том случае, если хотя бы одно из высказываний А или В истинно; и ложно, если оба высказывания А и В ложны.*

Импликацией *высказываний А и В называется новое высказывание* $A \to B$ *(читают «если А, то В» или «из А следует В»), которое ложно только в том случае, когда высказывание А истинно, а В - ложно; в остальных случаях истинно.*

В таком случае высказывание А называют посылкой или условием, а В – заключением или следствием.

Эквиваленцией *высказываний А и В называется новое высказывание* $A \leftrightarrow B$ *(читают «А тогда и только тогда, когда В»), которое истинно в том случае, когда высказывания А и В принимают значения одинаковой истинности (оба истинны или оба ложны); в остальных случаях – ложно.*

С помощью введенных операций можно строить сложные высказывания. Значения истинности сложных высказываний удобно представлять в виде таблиц истинности. При этом, если таблица истинности строится для n высказываний (которые всегда занимают первые столбцы), то в ней будет 2^n строк (кроме строки заголовка).

A	B	$\overline{A}$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \to B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

Например: Истинно или ложно предложение:

а) «Геометрия – часть математики или ботаники».

Решение: Пусть высказывание А: «Геометрия – часть математики», В: «Геометрия – часть ботаники». Тогда имеем дизъюнкцию $A \vee B$, которая является истинной в силу того, что $|A| = 1$, а $|B| = 0$. Значит данное предложение – истина.

б) «Если Париж – столица Англии, то карась – не рыба».

Решение: Пусть высказывание А: «Париж – столица Англии», В: «Карась – не рыба». Тогда имеем импликацию $A \to B$, которая является истинной в силу того, что $|A| = 0$ и $|B| = 0$. Значит данное предложение – истина.

в) «2*2=5 тогда и только тогда, когда $9-3^2 \ge 0$».

Решение: Пусть высказывание А: «2*2=5», В: «$9-3^2 \ge 0$». Тогда имеем эквиваленцию $A \leftrightarrow B$, которая является ложной в силу того, что $|A| = 0$, а $|B| = 1$. Значит данное предложение – ложь.

Формулы логики высказываний. Равносильность формул

Логическая формула – запись сложного высказывания в виде простых высказываний, соединенных операциями отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции и скобок.

В случае, если в логической формуле присутствуют несколько операций, не разделенных скобками, то порядок выполнения операций следующий:

1) отрицание;
2) конъюнкция;
3) дизъюнкция;
4) импликация;
5) эквиваленция.

Формула называется ***тавтологией****, если она истинна при любых значениях истинности, входящих в нее высказываний.*

Например, рассмотрим возможные значения истинности формулы $A \to (B \to A)$. Построим таблицу истинности для данной формулы.

A	B	$B \to A$	$A \to (B \to A)$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1

Формула всегда только истинна, значит является тавтологией.

Формула называется ***противоречием****, если она ложна при любых значениях истинности, входящих в нее высказываний.*

Например, рассмотрим возможные значения истинности формулы $A\wedge(\overline{B\vee A})$. Построим таблицу истинности для данной формулы.

A	B	$B\vee A$	$\overline{B\vee A}$	$A\wedge\overline{B\vee A}$
1	1	1	0	0
1	0	1	0	0
0	1	1	0	0
0	0	0	1	0

Формула всегда только ложна, значит является противоречием.

Формулы называются ***равносильными****, если при любых значениях истинности высказываний, в них входящих, значения истинности формул совпадают.*

Для обозначения равносильности формул используют знак $\Leftrightarrow$. Для выяснения равносильности формул для них строят таблицы истинности.

Например, доказать равносильность формул $A\leftrightarrow B$ и $(A\to B)\wedge(B\to A)$.

Отразим в таблице истинности значения истинности каждой формулы.

A	B	$A\leftrightarrow B$	$A\to B$	$B\to A$	$(A\to B)\wedge(B\to A)$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1

Значения истинности формул при одинаковых значениях истинности высказываний А и В совпадают (выделенные столбцы), что дает право утверждать равносильность формул, значит $A\leftrightarrow B\Leftrightarrow(A\to B)\wedge(B\to A)$.

Аналогично можно показать, что имеют место следующие равносильности, которые называют ***законами логики***:

1. $\overline{\overline{A}}\Leftrightarrow A$ (закон двойного отрицания);
2. $A\wedge B\Leftrightarrow B\wedge A$ (закон коммутативности конъюнкции);
3. $A\vee B\Leftrightarrow B\vee A$ (закон коммутативности дизъюнкции);
4. $A\wedge(B\wedge C)\Leftrightarrow(A\wedge B)\wedge C$ (закон ассоциативности конъюнкции);
5. $A\vee(B\vee C)\Leftrightarrow(A\vee B)\vee C$ (закон ассоциативности дизъюнкции);
6. $A\wedge(B\vee C)\Leftrightarrow(A\wedge B)\vee(A\wedge C)$ (закон дистрибутивности конъюнкции относительно дизъюнкции);
7. $A\vee(B\wedge C)\Leftrightarrow(A\vee B)\wedge(A\vee C)$ (закон дистрибутивности дизъюнкции относительно конъюнкции);
8. $\overline{A\wedge B}\Leftrightarrow\overline{A}\vee\overline{B}$ (закон де Моргана);
9. $\overline{A\vee B}\Leftrightarrow\overline{A}\wedge\overline{B}$ (закон де Моргана);
10. $A\to B\Leftrightarrow\overline{B}\to\overline{A}$ (закон контрапозиции);
11. $A\wedge(A\vee B)\Leftrightarrow A$ (закон поглощения);
12. $A\vee(A\wedge B)\Leftrightarrow A$ (закон поглощения);
13. $A\wedge 1\Leftrightarrow A$;
14. $A\wedge 0\Leftrightarrow 0$;
15. $A\wedge A\Leftrightarrow A$;
16. $A\wedge\overline{A}\Leftrightarrow 0$ (закон противоречия);
17. $A\vee 1\Leftrightarrow 1$;
18. $A\vee 0\Leftrightarrow A$;
19. $A\vee A\Leftrightarrow A$;
20. $A\vee\overline{A}\Leftrightarrow 1$ (закон исключенного третьего);

Предикаты и кванторы

Предикат *– это предложение с переменными, которое после замены переменных определенными их значениями превращается в высказывание.*

Если предикат содержит одну переменную *x*, то его обозначают $P(x)$, если предикат содержит две переменные *x* и *y*, то его обозначают $P(x, y)$ и т.д.

Например:

а) $P(x)$: «*x* – четное число» является предикатом;

б) любое уравнение или неравенство является предикатом.

Для предикатов аналогично определены те же операции, что и для высказываний.

Например:

а) система уравнений или неравенств – конъюнкция предикатов;

б) совокупность уравнений или неравенств – дизъюнкция предикатов.

Существуют 2 вида ***кванторов***:

1) Квантор всеобщности. Обозначается $\forall x$. Запись $(\forall x)P(x)$ читается как «Для любого x выполняется $P(x)$» или «Для всех x верно $P(x)$» или «Для каждого x $P(x)$».

2) Квантор существования. Обозначается $\exists x$. Запись $(\exists x)P(x)$ «Существует x, такое что $P(x)$» или «Для некоторых x верно $P(x)$» или «Хотя бы один x $P(x)$».

Например:

Пусть $P(x, y)$: «Официант x обслуживает стол y». Тогда

$(\forall x)(\exists y)P(x,y)$ означает «У любого официанта есть стол, который он обслуживает».

$(\forall x)(\forall y)P(x,y)$ означает «Каждый официант обслуживает все столы».

$(\exists y)(\exists x)P(x,y)$ означает «Существует стол, который обслуживается некоторым официантом».

Для любого предиката $P(x)$ имеют место следующие равносильности:

- $\overline{(\forall x)P(x)} \Leftrightarrow (\exists x)\overline{P(x)}$;
- $\overline{(\exists x)P(x)} \Leftrightarrow (\forall x)\overline{P(x)}$.

Эти правила используются для построения отрицаний предложений.

Например:

Постройте отрицание предложения «Некоторые студенты нашего факультета не сдали сессию».

Решение: $P(x)$: «Студент x нашего факультета не сдал сессию». Тогда исходное предложение запишется как $(\exists x)P(x)$, а его отрицание как $\overline{(\exists x)P(x)} \Leftrightarrow (\forall x)\overline{P(x)}$, что читается как «Все студенты нашего факультета сдали сессию».

Задание:

1. Изучить теоретическую часть методических указаний.
2. Построить таблицу истинности для формулы
3. Упростить выражения
4. Установить равносильность выражений

ВАРИАНТ 1

1. Построить таблицу истинности для формулы $X \wedge ((X \vee Y) \to (X \to Y))$.

2. Упростить выражения

а) $A \& (B \vee \overline{C}) \vee (\overline{B} \& C) \vee \overline{A}$

б) $X \& Y \& Z \vee \overline{X \& Y \& Z} \vee X \& \overline{Y}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $A \& B$ и $\overline{\overline{A} \vee B}$

ВАРИАНТ 2

1. Построить таблицу истинности для формулы $(X \wedge Y \vee \overline{X}) \leftrightarrow (Y \vee X)$.

2. Упростить выражения

а) $(A \vee C) \& (\overline{A} \vee B) \& (A \vee \overline{C})$

б) $\overline{(X \& \overline{Y} \vee Z) \& Y \vee \overline{Z}}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B \& A$ и $\overline{B \vee \overline{A}}$

ВАРИАНТ 3

1. Построить таблицу истинности для формулы $((X \vee \overline{Y}) \to Y) \wedge (\overline{X} \vee Y)$.

2. Упростить выражения

а) $((X \vee Y) \& \overline{X}) \vee ((\overline{X \vee Y}) \& \overline{\overline{X}})$

б) $(A \vee \overline{B}) \& (A \vee B) \vee \overline{A \& B}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $A \vee B$ и $\overline{A \& \overline{B}}$

ВАРИАНТ 4

1. Построить таблицу истинности для формулы $((X \wedge \overline{Y}) \leftrightarrow Y) \vee (\overline{X} \vee Y)$.

2. Упростить выражения

а) $(\overline{A} \& B) \& (B \vee C) \& (A \vee (B \& C))$

б) $X \& Y \& Z \vee X \& Y \& \overline{Z} \vee \overline{X} \& Y \& Z$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B \vee A$ и $\overline{\overline{B} \& A}$

ВАРИАНТ 5

1. Построить таблицу истинности для формулы $\overline{(X \wedge \overline{Y})} \leftrightarrow (\overline{X} \vee Y)$.

ВАРИАНТ 6

1. Построить таблицу истинности для формулы $((X \vee \overline{Y}) \leftrightarrow Y) \vee (\overline{X} \wedge Y)$.

2. Упростить выражения

а) $(\overline{\overline{X}\&\overline{Y}}\vee\overline{X})\&\overline{(X\vee\overline{\overline{X}\&Y})}$

б) $(A\vee C)\&(\overline{A}\vee B)\&(A\vee\overline{C})$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $\overline{A}\& B$ и $\overline{A\vee B}$

2. Упростить выражения

а) $X\&Y\&Z\vee X\&\overline{Y\&Z}\vee X\&\overline{Y}$

б) $A\&(\overline{B}\vee\overline{C})\vee\overline{B}\&C\vee\overline{A}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B\& A$ и $\overline{B}\vee\overline{A}$

ВАРИАНТ 7

1. Построить таблицу истинности для формулы $(\overline{X\wedge\overline{Y}})\to(\overline{X}\wedge Y)$.

2. Упростить выражения

а) $(A\vee\overline{B})\&(\overline{A}\vee B)\vee\overline{A\&B}$

б) $(X\vee Y\vee Z)\&(X\vee\overline{Y}\vee\overline{Z})$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $A\vee\overline{B}$ и $\overline{A}\&\overline{B}$

ВАРИАНТ 8

1. Построить таблицу истинности для формулы $(\overline{X\wedge\overline{Y}})\to(\overline{X}\vee\overline{Y})$.

2. Упростить выражения

а) $\overline{(X\&\overline{Y}\vee Z)\&Y\vee\overline{Z}}$

б) $(\overline{A}\&B)\&(B\vee C)\&(A\vee(B\&C))$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $\overline{B\vee A}$ и $\overline{\overline{B}\&\overline{A}}$

ВАРИАНТ 9

1. Построить таблицу истинности для формулы $(X\vee Y\to Y)\leftrightarrow(\overline{X}\vee Y)$.

2. Упростить выражения

а) $X\&Y\&Z\vee X\&Y\&\overline{Z}\vee\overline{X}\&Y\&Z$

б) $(\overline{A}\&B)\&(B\vee C)\&(A\vee(B\&C))$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $\overline{A\&B}$ и $A\vee B$

ВАРИАНТ 10

1. Построить таблицу истинности для формулы $(\overline{X\to Y})\leftrightarrow(\overline{X}\vee\overline{Y})$.

2. Упростить выражения

а) $(X\vee Y\vee Z)\&(X\vee\overline{Y}\vee\overline{Z})$

б) $(\overline{\overline{X}\&\overline{Y}}\vee\overline{X})\&\overline{(X\vee\overline{\overline{X}\&Y})}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B\&\overline{A}$ и $\overline{B\vee A}$

ВАРИАНТ 11

1. Построить таблицу истинности для формулы $(\overline{X\to Y})\to(\overline{X}\wedge\overline{Y})$.

2. Упростить выражения

а) $(X\vee Y\vee Z)\&(X\vee\overline{Y}\vee\overline{Z})$

б) $(\overline{\overline{X}\&\overline{Y}}\vee\overline{X})\&\overline{(X\vee\overline{\overline{X}\&Y})}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B\&\overline{A}$ и $\overline{B\vee A}$

ВАРИАНТ 12

1. Построить таблицу истинности для формулы $\overline{(X\to Y)\leftrightarrow(\overline{\overline{X}}\vee Y)}$.

2. Упростить выражения

а) $X\&Y\&Z\vee X\&Y\&\overline{Z}\vee\overline{X}\&Y\&Z$

б) $(\overline{A}\&B)\&(B\vee C)\&(A\vee(B\&C))$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $\overline{A\&B}$ и $A\vee B$

ВАРИАНТ 13

1. Построить таблицу истинности для формулы $A\vee B\wedge(C\vee\overline{A}\wedge C)$.

2. Упростить выражения

а) $\overline{(X\&\overline{Y}\vee Z)\&Y\vee\overline{Z}}$

б) $(\overline{A}\&B)\&(B\vee C)\&(A\vee(B\&C))$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $\overline{B\vee A}$ и $\overline{\overline{B}\&\overline{A}}$

ВАРИАНТ 14

1. Построить таблицу истинности для формулы $A\vee B\wedge(C\vee\overline{A}\wedge C)\wedge B$.

2. Упростить выражения

а) $(A\vee\overline{B})\&(\overline{A}\vee B)\vee\overline{A\&B}$

б) $(X\vee Y\vee Z)\&(X\vee\overline{Y}\vee\overline{Z})$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $A\vee\overline{B}$ и $\overline{A}\&\overline{B}$

ВАРИАНТ 15

ВАРИАНТ 16

1. Построить таблицу истинности для формулы $A\vee B\wedge(C\vee A\wedge C)\wedge\overline{B}$.

2. Упростить выражения

а) $X\&Y\&Z\vee X\&\overline{Y\&Z}\vee X\&\overline{Y}$

б) $A\&(B\vee\overline{C})\vee(\overline{B}\&C)\vee\overline{A}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B\&A$ и $\overline{B}\vee\overline{A}$

1. Построить таблицу истинности для формулы $\overline{A}\wedge B\vee(C\vee\overline{A}\wedge C)\wedge B$.

2. Упростить выражения

а) $(\overline{\overline{X}\&\overline{Y}}\vee\overline{X})\&\overline{(X\vee\overline{\overline{X}}\&Y)}$

б) $(A\vee C)\&(\overline{A}\vee B)\&(A\vee\overline{C})$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $\overline{A}\&B$ и $\overline{A\vee B}$

ВАРИАНТ 17

1. Построить таблицу истинности для формулы $A\wedge\overline{B}\wedge(C\vee\overline{A}\wedge\overline{C})\wedge B$.

2. Упростить выражения

а) $(\overline{A}\&B)\&(B\vee C)\&(A\vee(B\&C))$

б) $X\&Y\&Z\vee X\&Y\&\overline{Z}\vee\overline{X}\&Y\&Z$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B\vee A$ и $\overline{\overline{B}\&A}$

ВАРИАНТ 18

1. Построить таблицу истинности для формулы $A\wedge B\wedge(C\vee\overline{A}\vee A\wedge C)\wedge B$.

2. Упростить выражения

а) $((X\vee Y)\&\overline{X})\vee(\overline{X\vee Y}\&\overline{\overline{X}})$

б) $(A\vee\overline{B})\&(\overline{A}\vee B)\vee\overline{A\&B}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $A\vee B$ и $\overline{A\&\overline{B}}$

ВАРИАНТ 19

1. Построить таблицу истинности для формулы $\overline{A\vee B}\wedge(C\vee\overline{A}\vee A\wedge C)$.

2. Упростить выражения

а) $(A\vee C)\&(\overline{A}\vee B)\&(A\vee\overline{C})$

б) $\overline{(X\&\overline{Y}\vee Z)\&Y\vee\overline{Z}}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $B\&A$ и $\overline{B\vee\overline{A}}$

ВАРИАНТ 20

1. Построить таблицу истинности и для формулы $A\vee B\wedge(C\vee\overline{A}\vee\overline{A\wedge C})\vee\overline{B}$.

2. Упростить выражения

а) $A\&(B\vee\overline{C})\vee(\overline{B}\&C)\vee\overline{A}$

б) $X\&Y\&Z\vee\overline{X\&Y\&Z}\vee X\&\overline{Y}$

3. Установить, равносильны ли два высказывания: $A\&B$ и $\overline{\overline{A}\vee B}$

Порядок выполнения:

Соответствует пунктам 1-4 задания.

Форма отчетности:

Отчет по практической работе, скрепленный титульным листом сдаётся в печатном виде. В отчёте должны присутствовать:
1. Номер варианта индивидуального задания (ВИЗ).
2. Цель работы.
3. Задание.
4. Поэтапное выполнения всех заданий ВИЗ.
5. Заключение (вывод).

Задания для самостоятельной работы:
Предусмотрены ВИЗ обучающегося.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практической работе

При подготовке и выполнении практической работы рекомендуется использовать материал лекций соответствующих разделов и литературу, предложенную для изучения данной дисциплины.

Основная литература

1. Логика : учебник для бакалавров / Под ред. А. И. Мигунова. - Москва : Проспект, 2014. - 680 с.

Дополнительная литература

2. Информатика: учебное пособие / О. П. Новожилов. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Юрайт, 2012. - 564 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Каков порядок выполнения логических операций?
2. По какому правилу выполняется операция отрицание?
3. По какому правилу выполняется операция конъюнкция?
4. По какому правилу выполняется операция дизъюнкция?
5. По какому правилу выполняется операция импликация?
6. По какому правилу выполняется операция эквиваленция?
7. Что называют таблицей истинности?
8. Каков алгоритм построения таблицы истинности?
9. Какие высказывания называют: тождественно истинными, тождественно ложными, равносильными?

Практическая работа № 2 Теория множеств. Операции над множествами

Цель работы: изучить базовые понятия теории множеств и операции над множествами**.**

Краткие теоретические сведения

Математика утверждает, что теория множества появилась на свет 7.12.1873 г. В этот день Г. Кантор (1845 – 1918 профессор математики и философии в Галле) написал письмо Дедекинду (1831 – 1918 немецкий математик), в котором утверждал, что ему удалось посредством множеств доказать, что действительных чисел больше, чем натуральных.

Множество – основное математическое понятие. Его смысл выражается словами *совокупность, набор и т. д. однотипных элементов, воспринимаемых как единое целое*.

Множества обозначают большими латинскими буквами.

Например, A = {Коля, Петя, Маша, Ира}, $B = \{1, 2, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, \ldots, n, \ldots\}$.

Все предметы, составляющие множества, называются ***элементами множества***. Элементы множества обозначают маленькими латинскими буквами. Например, если элемент x принадлежит множеству K, то пишут $x \in K$, если элемент x не принадлежит множеству K, то пишут $x \notin K$.

Есть множество, в котором *нет ни одного элемента*. Его называют ***пустым*** множеством и обозначают Ø.

Множество может быть ***конечным***, если оно *состоит из конечного числа элементов*, и ***бесконечным***, если оно *содержит бесконечно много элементов*. Примером конечного множества может служить множество дней недели, примером бесконечного множества – множество натуральных чисел.

Из школьного курса вам известны примеры бесконечных числовых множеств – множеств натуральных, целых, рациональных и действительных чисел.

Множество может быть задано:

- перечислением. Например, $K = \{2, 4, 20, 40\}$;
- характеристическим свойством, т.е. свойством, характерным только для элементов этого множества. Например, $C = \{x \in Z \mid x < 5\}$.

Из элементов множества A = {Коля, Петя, Маша, Ира}, например, можно составить новое множество M = {Петя, Маша}. Оно характеризуется тем, что все элементы M принадлежат множеству A. Говорят, что M – *подмножество* множества A и пишут $M \subset A$.

Множество M является ***подмножеством*** *множества A, если всякий элемент множества M является элементом множества A и обозначают* $M \subset A$.

Например, множество всех первокурсников является подмножеством множества всех студентов.

Для любого множества A справедливо:

1) *Само множество является своим подмножеством, т.е.* $A \subset A$.
2) *Пустое множество является подмножеством любого множества, т.е.* $\varnothing \subset A$.

Пример:

Сколько можно составить подмножеств множества B?

1.$B = \{0, 1\}$, тогда $\{0\} \subset B$, $\{1\} \subset B$, $\varnothing \subset B$, $\{0, 1\} \subset B$ – четыре.

2.$B = \{1, 2, 3\}$, тогда $\{1\} \subset B$, $\{2\} \subset B$, $\{3\} \subset B$, $\{1, 2\} \subset B$, $\{1, 3\} \subset B$, $\{2, 3\} \subset B$, $\varnothing \subset B$, $\{1, 2, 3\} \subset B$ – восемь.

Можно доказать, что если в множестве n элементов, то оно имеет 2^n подмножеств.

Множества считаются ***равными***, если они *состоят из одних и тех же элементов.* А также *множества A и B* ***равны,*** *если* $A \subset B$ *и* $B \subset A$.

Пусть $A=\{2, 1, 3\}$, а $B = \{1, 2, 3\}$ тогда $A= B$.

Операции над множествами

Над множествами производятся операции: *пересечение, объединение, разность, дополнение.*

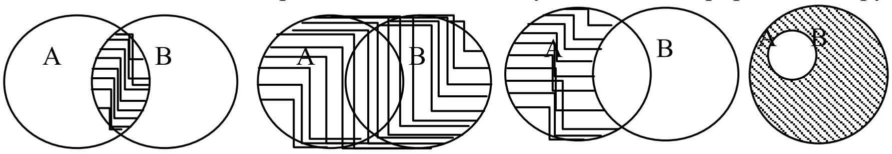
Пересечением *множеств A и B называется новое множество* $A \cap B$*, которое состоит из всех элементов, принадлежащих одновременно множествам A и B*, т.е. $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$.

Объединением *множеств A и B называется новое множество* $A \cup B$*, которое состоит из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A или B*, т.е. $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$.

Разностью *множеств A и B называется новое множество* $A \setminus B$*, которое состоит из всех элементов множества A, не принадлежащих множеству B*, т.е. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$.

Дополнением *множества A до множества B называется новое множество* $C(A)_B$*, которое состоит из всех элементов из* $B \setminus A$, т.е. $C(A)_B = \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$.

Выполнение операций с множествами удобно иллюстрировать на кругах Эйлера.



$A \cap B$ $\quad$ $A \cup B$ $\quad$ $A \setminus B$ $\quad$ $C(A)_B$

Пример:

Пусть $X = \{a, б\}$, а $Y = \{a, в, c\}$, тогда $X \cup Y = \{a, б, в, c\}$, $X \cap Y = \{a\}$, $X \setminus Y = \{б\}$, $C(X)_Y = \{в, c\}$, $C(Y)_X = \{б\}$.

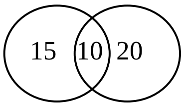
С помощью кругов Эйлера можно доказать следующие ***свойства множеств****, справедливые для произвольных множеств A, B, C и D:*

1) $A \cup B = B \cup A$ (коммутативность объединения);
2) $A \cap B = B \cap A$ (коммутативность пересечения);
3) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (ассоциативность объединения);
4) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (ассоциативность пересечения);
5) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (дистрибутивность объединения);
6) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (дистрибутивность пересечения);
7) $A \cup A = A$;
8) $A \cap A = A$;
9) $A \cup \emptyset = A$;
10) $A \cap \emptyset = \emptyset$;
11) $A \setminus B \subset A$;
12) $A \subset A \cup B$ и $B \subset A \cup B$;
13) $A \cap B \subset A$ и $A \cap B \subset B$

Пример:

В бригаде 25 человек. Среди них 20 моложе 30 лет, 15 старше 20 лет. Может ли так быть?

Решение: Может! Пусть *A* – множество членов бригады моложе 30 лет. *B* – множество членов бригады старше 20 лет. *C* – множество всех членов бригады. $C = A \cup B$. Так как 20+15 >25, то $A \cap B \neq \emptyset$.



Из рисунка видно, что $A \cap B$ составляет (15+20) – 25 =10 человек.
Тогда *A* состоит из 15 – 10 =5 членов,
B состоит из 20 – 10 = 10 членов.

Декартовым произведением *множеств A и B называется новое множество* $A \times B$*, элементами которого являются всевозможные пары* $(a; b)$*, где* $a \in A$ *и* $b \in B$*, т.е.* $A \times B = \{(a; b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$.

Задание:
1. Изучить теоретические положения, примеры решения задач,
2. Решить задачи индивидуального задания

Порядок выполнения:
Соответствует пункту 1-2 задания.

(*) Индивидуальные варианты заданий выдаются преподавателем.

Индивидуальные задания

1. Изобразите с помощью кругов Эйлера множества: A – множество всех женщин, B – множество всех пенсионеров, C – множество людей, D – множество студенток	2. Найдите $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$ если: а) $A = \{x \mid -3 < x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 7\}$; б) $A = \{x \mid 3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 7\}$.

БрГУ, E – множество кошек, F – множество бездомных кошек. Выделите штриховкой женщин, не являющихся пенсионерами.	
3. Изобразите с помощью кругов Эйлера следующие числовые множества: N – множество натуральных чисел, Z – множество целых чисел, Q – множество рациональных чисел, R – множество действительных чисел.	4. Выпишите все подмножества множества $K=\{a,b,c,d\}$.
5. Выберите верные утверждения: а) $\sqrt[3]{2}\in R$; б) $0\in N$; в) $\sqrt{5}\in Q$; г) $4{,}25\in R$; д) $0{,}001\in Q$; е) $-1\in Z$; ж) $-\pi\in Q$; з) $-2\in N$.	6. Задайте множества перечислением: а) $A=\{x\in N \mid 2<x<5\}$; б) $A=\{x\in N \mid x^2\le 5\}$; в) $A=\{x\in Z \mid 2<\lvert x\rvert\le 5\}$ г) $A=\{x \mid 3x+1=0\}$
7. С помощью кругов Эйлера докажите равенства: а) $A\cup(B\cap D)=(A\cup B)\cap(A\cup D)$; б) [illegible]; в) $A=(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})$; г) $A\setminus B=(A\cup B)\setminus B$; д) [illegible].	8. В деревне 44 дома. В каждом доме живет одна семья. 25 семей держат коров, 28 – овец, 26 свиней, 15 – коров и овец, 13 – овец и свиней, 5 - коров, овец и свиней. Сколько семей держат коров и свиней?
9. Расположите множества в порядке их включаемости друг в друга: а) $A\cup C$, $(A\cap B)\cup C$, $A\cup B\cup C$, $A\cap B$; б) $A\cup B$, $A\cap C$, A, $B\cap C\cap A$, $A\cup B\cup C$; в) B, $B\cup A$, $B\cap A$, $A\cup B\cup C$; $(A\cap B)/C$; г) $A\cap B\cap C$, C, $A\cup C\cup B$, $A\cap B$, $C\cup B$.	10. В одной семье было много детей. 7 из них любили капусту, 6 – морковь, 5 – горох, 4 – капусту и морковь, 3 – капусту и горох, 2 – морковь и горох, один – и капусту, и морковь, и горох. Сколько детей было в семье?
11. Расположите множества в порядке их включаемости друг в друга: а) $A\cup C$, $(A\cap B)\cup C$, $A\cup B\cup C$, $A\cap B$; б) $A\cup B$, $A\cap C$, A, $B\cap C\cap A$, $A\cup B\cup C$; в) B, $B\cup A$, $B\cap A$, $A\cup B\cup C$; $(A\cap B)/C$; г) $A\cap B\cap C$, C, $A\cup C\cup B$, $A\cap B$, $C\cup B$.	12. Староста курса представил отчет преподавателю физкультуры: Всего студентов 45. Из них в футбольной секции – 25, баскетбольной – 30, шахматной – 28, футбольной и баскетбольной – 16, футбольной и шахматной – 18, баскетбольной и шахматной – 17, во всех трех секциях – 15. Отчет был забракован. Почему?
13. Найдите $A\cup B$; $A\cap B$; $A\setminus B$; $B\setminus A$; $(A\setminus B)\times(B\setminus A)$, если: а) $A=\{0;3;5;7;9\}$; $B=\{5;6;8;9\}$; б) $A=\{0;3;5\}$; $B=\{6;8;9\}$.	14. Из 100 туристов, отправляющихся в заграничное путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским – 28, французским – 42. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским – 10, немецким и французским – 5, всеми тремя языками – 3. Сколько туристов не владеют ни одним языком?
15. В сентябре было 12 дождливых дней, 8 ветреных, 4 холодных, 5 дождливых и ветреных, 3 дождливых и холодных, 2 ветреных и холодных, 1 дождливый, ветреный и холодный. Сколько было ясных дней?	

Форма отчетности:

Отчет по практической работе, скрепленный титульным листом сдаётся в печатном виде. В отчёте должны присутствовать:

1. Номер варианта индивидуального задания (ВИЗ).
2. Цель работы.
3. Задание.
4. Поэтапное выполнения всех заданий ВИЗ.
5. Заключение (вывод).

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены ВИЗ обучающегося.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практическому занятию

При подготовке и выполнении практического задания рекомендуется использовать материал лекций соответствующих разделов и литературу, предложенную для изучения данной дисциплины.

Основная литература

1. Поздняков, С. Н. Дискретная математика: учебник для вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. - Москва: Академия, 2008. - 448 с.

Дополнительная литература

2. Дьяконица, С. А. Основы дискретной математики: практикум / С. А. Дьяконица. - Братск : БрГУ, 2015. - 97 с.
3. Новиков, Ф. А. Дискретная математика: учебник для бакалавров и магистров / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Санкт-Петербург: Питер, 2014. - 432 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Основные понятия теории множеств.
2. Операции над множествами.
3. Круги Эйлера

Практическая работа № 3 Комбинаторика

Цель работы: изучить общие правила комбинаторики

Краткие теоретические сведения

Комбинаторные задачи – задачи о комбинациях каких-либо объектов. При составлении комбинации приходится из предоставленного множества выбрать определенное количество элементов.

Существуют два принципиально различных *способа выбора* некоторого числа элементов из заданного множества:

- *выбор без повторения (без возвращения)*, т.е. отобранные элементы исключаются из множества;
- *выбор с повторением (с возвращением)*, т.е. отбор производится поэлементно с обязательным возвращением отобранного элемента в исходное множество перед выбором следующего.

В более сложных ситуациях могут быть полезными правила, которые мы рассмотрим на следующем примере.

Пример:

В магазине 5 видов коробок конфет и 4 вида коробок печенья. Сколькими способами можно купить в подарок: а) коробку конфет или коробку печенья; б) набор из коробки конфет и коробки печенья?

Решение: а) Коробку конфет можно выбрать пятью способами, а коробку печенья – четырьмя способами. Следовательно, коробку конфет или коробку печенья можно выбрать 5 + 4 = 9 способами.

б) Будем составлять наборы из коробки конфет и коробки печенья. С первым видом коробки конфет возможно 4 варианта подарка (с каждым из четырех видов коробок печенья), со вторым видом коробок конфет аналогично 4 варианта и т.д. Следовательно, с каждым из пяти видов коробок конфет возможно по 4 варианта подарка. Итого 5*4=20 способов купить подарок.

Правило произведения. *Если некоторый объект A можно выбрать m способами, а объект B – k способами, то объект «A и B» можно выбрать (* $m \cdot k$ *) способами.*

Пример:

Сколькими способами можно выбрать 3 шара из 8 (без возвращения)?

Решение: Первый шар можно выбрать восьмью способами, второй – семью способами, а третий – шестью способами. Тогда три шара можно выбрать $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ способами.

Правило суммы. *Если объект A можно выбрать m способами, а объект B – k способами (выбор объекта A и объекта B - взаимоисключающие действия), то объект «A или B» можно выбрать (m+k) способами.*

Пример:

В группе 20 человек – 12 девушек и 8 юношей. Сколькими способами можно выбрать двух человек одного пола?

Решение: Можно выбрать двух юношей или двух девушек. Двух девушек можно выбрать $12 \cdot 11 = 132$ способами, двух юношей $8 \cdot 7 = 56$ способами. Тогда выбрать двух человек одного пола можно выбрать 132 + 36 = 168 способами.

Размещения, сочетания и перестановки без повторения (без возвращения)

Пусть дано множество $E = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$, состоящее из *n* различных элементов. Из E будем выбирать *m* элементов без повторения (без возвращения) последовательно по одному. Будем получать *m*-элементные подмножества множества E ($m < n$).

А) Если при этом ***порядок следования элементов важен***, то будем получать упорядоченные *m*-элементные подмножества множества E, отличающиеся друг от друга либо набором элементов, либо порядком их следования. Такие комбинации называют ***размещениями из n элементов по m без повторения (без возвращения)***. Их количество вычисляется по формуле:

$$\boxed{A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}}.$$

Замечание: Для любого натурального *n* можно вычислить *n*-факториал по формуле: $n! = 1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n$. При чем, принято считать, $0! = 1$.

<u>Пример</u>:

Имеется 10 футбольных команд. Сколькими способами можно провести награждение этих команд медалями (золотой, серебряной и бронзовой)?

Решение: Из 10 команд нужно выбрать 3. Значит $n = 10$, а $m = 3$. При этом $m < n$. Порядок следования элементов важен, т.к. если одни и те же элементы брать в разном порядке, то будем получать отличные варианты награждения. Кроме того, награжденная команда исключается из исходного множества команд (выбор без возвращения). Значит, полученные комбинации являются размещениями из 10 по 3 без возвращения. Количество таких комбинаций: $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot7} = 720$. Итак, 720 способов.

Б) Если при этом ***порядок следования элементов не важен***, то будем получать *m*-элементные подмножества множества E, отличающиеся друг от друга только набором элементов. Такие комбинации называют ***<u>сочетаниями</u> из n элементов по m без повторения (без возвращения)***. Их количество вычисляется по формуле:

$$\boxed{C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\cdot m!}}.$$

<u>Пример</u>:

В группе 10 человек. Сколькими способами можно выбрать 3 дежурных?

Решение: Из 10 человек нужно выбрать 3. Значит $n = 10$, а $m = 3$. При этом $m < n$. Порядок следования элементов не важен, т.к. трое отобранных дежурных могут быть выбраны в разном порядке – суть от этого не меняется. Кроме того, выбранный дежурный исключается из исходного множества и не может быть выбранным снова (выбор без возвращения). Значит, полученные комбинации являются сочетаниями из 10 по 3 без возвращения. Количество таких комбинаций: $C_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!\cdot 3!} = \frac{8\cdot9\cdot10}{1\cdot2\cdot3} = 120$. Итак, 120 способов.

Напомним, что имеем множество $E = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$, состоящее из *n* различных элементов. Будем задействовать в комбинации ***все*** *n* элементов множества E, получая при этом множества состоящие из различных элементов, т.е. комбинации без повторения и отличающиеся друг от друга только порядком следования элементов. Таким образом, получим размещениями без повторения, но $n = m$, т.е. $A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$. Такие комбинации называют ***<u>перестановками</u> из n элементов без повторения***. Их количество вычисляется по формуле:

$$\boxed{P_n = n!}$$

<u>Пример</u>:

Сколькими способами могут встать в очередь 5 студентов?

Решение: Из 5 студентов нужно задействовать в комбинации всех 5 студентов. Значит, в комбинации использованы все предоставленные элементы. Выбранный и поставленный в очередь студент исключается из исходного множества и не может быть выбранным снова (выбор без повторения). Значит, полученные комбинации являются перестановками из 5 элементов без повторения. Количество таких комбинаций: $P_5 = 5! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 120$. Итак, 120 способами могут встать в очередь 5 студентов.

Размещения, сочетания и перестановки с повторением (с возвращением)

Пусть дано множество $E = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$, состоящее из *n* различных элементов. Из E будем выбирать *m* элементов <u>с повторением</u> (<u>с возвращением</u>) последовательно по одному. Будем получать *m*-элементные подмножества множества E ($m < n$).

А) Если при этом ***порядок следования элементов важен***, то будем получать упорядоченные *m*-элементные подмножества множества E, отличающиеся друг от друга либо набором элементов, либо порядком их следования. Такие комбинации называют ***<u>размещениями</u> из n элементов по m с повторением (с возвращением)***. Их количество вычисляется по формуле:

$$\boxed{\overline{A_n^m} = n^m}.$$

<u>Пример</u>:

Сколько различных трехзначных чисел можно составить, используя цифры 2, 4, 6, 7, 9?

Решение: Чтобы составить трехзначное число из 5 цифр нужно выбрать 3. Значит $n = 5$, а $m = 3$. При этом $m < n$. Порядок следования элементов важен, т.к. если выбрать одни и те же цифры, но в разном порядке, то будем получать отличные друг от друга числа. Кроме того, выбранная цифра может в числе встретиться не один раз, значит выбор с повторением (с возвращением). Значит, полученные комбинации являются размещениями из 5 по 3 с возвращением. Количество таких комбинаций: $\overline{A_5^3} = 5^3 = 125$. Итак, 125 трехзначных чисел можно составить, используя цифры 2, 4, 6, 7, 9.

Б) Если при этом ***порядок следования элементов не важен***, то будем получать m-элементные подмножества множества Е, отличающиеся друг от друга только набором элементов. Такие комбинации называют ***сочетаниями** из n элементов по m с повторением (с возвращением)*. Их количество вычисляется по формуле:

$$\boxed{\bar{C}_n^m=\frac{(m+n-1)!}{m!(n-1)!}}.$$

Пусть во множестве $F=a_1,a_2,a_3,...,a_n$ встречаются одинаковые элементы. Допустим, элемент a_1 встречается k_1 раз, элемент a_2 встречается k_2 раз и т.д. (пусть при этом во множестве *F t* различных элементов). Будем задействовать в комбинации ***все** n* элементов множества F, получая при этом комбинации, отличающиеся друг от друга только порядком следования элементов. Такие комбинации называют ***перестановками** из n элементов с повторением*. Их количество вычисляется по формуле:

$$\boxed{\bar{P}_n=\frac{n!}{k_1!k_2!...k_t!}}$$

Пример:

На карточках написаны буквы, образующие слово «математика». Их перемешивают и выкладывают в ряд. Сколько различных вариантов это сделать?

Решение: Из 10 карточек нужно задействовать в комбинации все 10. Значит, в комбинации использованы все предоставленные элементы. Среди 10 букв некоторые встречаются несколько раз, значит комбинации с повторениями и являются перестановками. Количество таких комбинаций: $\bar{P}_{10}=\frac{10!}{2!\,3!\,2!\,1!\,1!}=5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10$. Ответ: 151200 способов.

Задание:

1. Изучить теоретические положения, примеры решения задач,
2. Решить задачи индивидуального задания

Порядок выполнения:

Соответствует пункту 1-2 задания.

(*) Индивидуальные варианты заданий выдаются преподавателем.

Индивидуальные задания

1. Три друга, Антон, Борис и Виктор, приобрели два билета на футбольный матч. Сколько существует различных вариантов похода на футбол?
2. Антону, Борису и Виктору повезло, они купили 3 билета на футбол на 1-е, 2-е и 3-е места первого ряда стадиона. Сколькими способами могут занять мальчики эти места?
3. В алфавите племени УАУА имеются только две буквы – «а» и «у». Сколько различных слов по три буквы в каждом можно составить, используя алфавит этого племени?
4. Сколько «слов» можно составить из букв слова:
   а) «семинар», б) «колокол», в) ваше полное имя?
5. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал:
   а) трех различных цветов? б) пяти различных цветов?
6. Сколькими способами можно расположить 6 книг на книжной полке?
7. Для 15 участников конкурса распределяют дипломы пяти степеней. Сколькими способами могут быть распределены места?
8. Сколькими способами может быть сформирована команда из 9 человек на олимпиаду от студенческой группы из 23 человек?
9. У студента 3 экзамена. Сколько возможностей распределения оценок (неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично)?
10. Сколько существует четырехзначных номеров машин?
11. Сколькими способами можно рассадить на скамейке 4 детей?
12. В 5«А» классе в среду 4 урока: математика, информатика, русский язык, английский язык. Сколько можно составить вариантов расписания на среду?
13. Первого сентября на 1 курсе некоторого факультета запланировано 3 лекции по разным предметам. Всего на 1 курсе изучается 10 предметов. Сколько существует способов составить расписание на 1 сентября?
14. В группе студентов 25 человек. Необходимо избрать старосту, заместителя старосты и профорга. Сколькими способами это можно сделать?
15. Сколько четырехбуквенных слов можно составить из букв слова «семинар»? Сколько таких слов начинается с буквы «р»?
16. Сколько можно составить всевозможных шестизначных номеров телефона, используя цифры от 0 до 9?
17. Сколько слов можно составить из букв слова «кукла», если на первом месте должна быть буква «л», а на последнем буква «к»?
18. Сколькими способами можно составить трехзначное число, используя цифры 2,3,5,7,8,9?
19. Врач для приема выбирает 2 рабочих дня из дней с понедельника по пятницу. Сколько возможно способов это сделать?

20. Сколько словарей надо издать, чтобы можно было выполнять перевод с одного из пяти языков (русского, английского, итальянского, французского, немецкого) на один из этих же языков?

21. Из А в В ведут 5 дорог, а из В в С – 3 дороги. Сколькими способами можно проехать из А в С?

22. Сколькими способами можно составить разведгруппу из пяти солдат роты или взвода, если в роте 10 человек, а во взводе – 15?

23. Сколько способов выбрать на обед одно первое, два вторых блюда и 3 напитка, если в столовой 3 вида первого блюда, 5 видов вторых и 7 видов напитков?

24. Тринадцать одноклассников решили прийти друг к другу в гости на чай. а) Сколько раз попьет чай каждый? б) Сколько различных встреч при этом произойдет?

25. На вечере встречи 25 выпускников обменялись рукопожатиями. Сколько всего рукопожатий было сделано? На том же вечере они решили обменяться фотокарточками. Сколько всего фотографий будет заказано?

26. В продаже 11 видов роз и 4 вида декоративных украшений. Сколькими способами можно составить букет из 5 роз и 3 декоративных украшений?

27. На студенческом вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно из них выбрать троих однополых дежурных?

28. Сколькими способами можно из 15 солдат и 4 офицеров назначить в патруль 3 солдат и одного офицера?

29. Из 4 инженеров и 9 экономистов составляют комиссию, состоящую из 7 человек. Сколькими способами это можно сделать, если в комиссию должны войти хотя бы 2 инженера.

30. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой – 6 мужчинам, по третьей – 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

31. В подъезде поставили кодовый замок. Код – три цифры. Жильцы решили менять код каждый день. Через сколько дней код повторится?

32. В вузе учатся 30 000 студентов. Обязательно ли среди них найдутся хотя бы 2 человека с одинаковыми инициалами (первая буква фамилии, имени, отчества)?

Форма отчетности:

Отчет по практической работе, скрепленный титульным листом сдаётся в печатном виде. В отчёте должны присутствовать:

1. Номер варианта индивидуального задания (ВИЗ).
2. Цель работы.
3. Задание.
4. Поэтапное выполнения всех заданий ВИЗ.
5. Заключение (вывод).

Задания для самостоятельной работы:
Предусмотрены ВИЗ обучающегося.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практической работе

При подготовке и выполнении практической работы рекомендуется использовать материал лекций соответствующих разделов и литературу, предложенную для изучения данной дисциплины.

Основная литература

1. Поздняков, С. Н. Дискретная математика: учебник для вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. - Москва: Академия, 2008. - 448 с.

Дополнительная литература

2. Дьяконица, С. А. Основы дискретной математики: практикум / С. А. Дьяконица. - Братск: БрГУ, 2015. - 97 с.

3. Новиков, Ф. А. Дискретная математика: учебник для бакалавров и магистров / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Санкт-Петербург: Питер, 2014. - 432 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что изучает комбинаторика?
2. Сформулируйте правила суммы и произведения.
3. Размещения, сочетания и перестановки с повторением.
4. Размещения, сочетания и перестановки без повторения.

Практическая работа № 4 Теория вероятностей

Цель работы: изучить основные понятия теории вероятности, операции над вероятностями, формулу Байеса

Краткие теоретические сведения

Теория вероятностей – математическая наука, изучающая закономерности случайных явлений и событий, способных многократно повторяться при воспроизведении определенного комплекса условий.

Однако, теория вероятностей имеет дело лишь с теми случайными событиями, которые могут быть многократно воспроизведены при одном и том же комплексе исходных условий. Например, случайная встреча двух людей не относится к случайным событиям теории вероятностей, а подбрасывание монеты, стрельба по мишени – относятся.

Каждая наука оперирует понятиями, среди которых обязательно есть основные. Для теории вероятностей одним из основных понятий является понятие *событие*.

Под ***событием*** понимается *явление, которое происходит в результате осуществления какого-либо определенного комплекса условий. Осуществление этого комплекса условий* назовем ***опытом*** или ***испытанием***.

Случайным *называется событие, которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания (опыта).* Случайные события обозначают большими латинским буквами.

Примеры:

1. Бросили монету. Выписать все случайные события.

Решение: Бросание монет – опыт. Событие А – выпал герб. Событие В – выпала решка.

2. Завтра днем – ясная погода. Выписать случайные события.

Решение: Наступление дня – опыт. Событие А – в течение дня наблюдалась ясная погода.

Не всякое предложение описывает событие («Миру нужен мир»).

Событие называется ***достоверным****, если оно при реализации комплекса условий непременно произойдет* (принято обозначать буквой *U*).

Например, событие *U* – из ящика с белыми шарами вынут белый шар.

Событие называется ***невозможным****, если оно заведомо не может произойти при реализации эксперимента* (принято обозначать буквой *V*).

Например, событие *V* – из ящика с синими шарами вынут белый шар.

Если событие В происходит каждый раз, как происходит событие А, то говорят, что событие А ***благоприятно*** *для В и пишут* $A \subset B$.

Суммой *событий А и В называется событие А+В, состоящее в том, что в результате испытания произошло хотя бы одно из событий А или В.*

Произведением *событий А и В называется событие* $A \cdot B$*, состоящее в совместном осуществлении в результате испытания событий А и В.*

Разностью *событий А и В называется событие А – В, состоящее в том, что событие А происходит, а событие В не происходит.*

События А и В называются ***несовместными****, если в результате данного испытания появление одного исключает появление другого*. Другими словами, А и В несовместны, если $A \cdot B = V$, т.е. если они не могут произойти одновременно.

Например, при бросании одной монеты событие А – выпал герб, событие В – выпала решка. А и В события несовместные.

События А и В называются ***совместными****, если в результате данного испытания появление одного из них не исключает появление другого.*

Например, событие А – вошел человек старше 40 лет, событие В – вошла женщина. А и В – совместные события.

События A *и* $\overline{A}$ *противоположные, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит.* Событие $\overline{A}$ состоит в том, что событие *A* не происходит. События *A* и $\overline{A}$ несовместны.

Например, взята деталь. Событие А – деталь стандартная. Событие $\overline{A}$ - деталь бракованная. А и $\overline{A}$ - несовместные события, т.к. одна и та же деталь не может быть стандартной и бракованной одновременно.

Проиллюстрируем все операции над событиями на примере.

Пример:

По мишени произведено 3 выстрела. Введем следующие события:

A_0 – попаданий нет; A_1 – одно попадание;

A_2 – два попадания; A_3 – одно попадания;

А – произошло не больше двух попаданий.

Тогда верными будут следующие утверждения: $A_0 \subset A$, $A_1 \subset A$, $A_2 \subset A$, $A_0 + A_1 + A_2 = A$, $A_0 \cdot A_1 = V$, $A_3 = \overline{A}$, $A - A_2 = A_0 + A_1$ и т.д.

События называются ***равновозможными****, если по условию испытаний нет оснований считать какое-либо из них более возможным, чем другое.*

Например, бросаем игральный кубик. Выпадение грани с номером 1, 2, 3, 4, 5, 6 – равновозможные события. Но нельзя сказать, что событие – число выпавших очков больших 5 и событие – число выпавших очков меньших 5 – равновозможны.

Множество элементарных событий – это полное множество взаимоисключающих исходов эксперимента.

Полная группа попарно несовместных событий (пространство элементарных событий) – множество событий таких, что в результате испытания обязательно должно произойти хотя бы одно из них, и любые два из них несовместны. Другими словами, *события* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *образуют* ***полную группу попарно несовместных событий****, если* $A_1 + A_2 + \ldots + A_n = U$ *и никакие два из событий* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *не могут произойти одновременно.*

Например, при бросании игральной кости в полной группе попарно несовместных событий имеется 6 элементарных событий. Или при бросании монеты в полной группе попарно несовместных событий два события – выпал орел и выпала решка.

Определения вероятности

Вероятность события – это численная мера объективной возможности его появления. Существуют классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности события.

Классическое определение вероятности. *Пусть n – число всех элементарных исходов опыта, которые образуют полную группу попарно несовместных и равновозможных событий, а m – число тех из них, которые благоприятны событию А. тогда* ***вероятностью события А*** *называется число*

$$\boxed{P(A) = \frac{m}{n}}$$

Примеры:

1. Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет число очков не меньше 5?

Решение: Число всех элементарных исходов опыта, которые образуют полную группу попарно несовместных и равновозможных событий равно 6 (выпало 1 очко, 2, 3, 4, 5, или 6). Из них благоприятны только – выпадение 5 и 6 (т.к. не меньше 5). Значит вероятность события А – выпадение числа очков не меньше 5 равна $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2. В группе 20 студентов. В деканат вызвали двух. Какова вероятность того, что вызвали двух юношей, если их в группе 5?

Решение: Число всех элементарных исходов опыта, которые образуют полную группу попарно несовместных и равновозможных событий равно $C_{20}^2 = \frac{20!}{18! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 18 \cdot 1 \cdot 2} = 190$ (количество сочетаний из 20 по 2). Из них благоприятных $C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$ (количество сочетаний из 5 по 2). Значит вероятность события А – в деканат вызвали двух юношей равна $P(A) = \frac{10}{190} = \frac{1}{19}$.

Замечания:

1. Вероятность достоверного события равна 1, т.к. $P(U) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1$.

2. Вероятность невозможного события равна 0, т.к. $P(V) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0$.

3. Для любого события А справедливо условие $0 \le P(A) \le 1$.

4. Чтобы вероятность указать в процентах, полученное по указанной формуле значение нужно умножить на 100 %.

Если число исходов некоторого опыта бесконечно, то классическое определение вероятности не может служить характеристикой степени возможности наступления того или иного события. В этом случае пользуются геометрическим подходом к определению вероятности.

Геометрическое определение вероятности. *Вероятность события есть отношение меры (длины, площади, объема) к мере пространства элементарных событий. Другими словами, пусть случайное испытание можно представить себе как бросание точки наудачу в некоторую геометрическую область G (на прямой, плоскости или пространстве). Элементарные исходы – это отдельные точки G, любое событие – это подмножество этой области, пространства элементарных исходов G. Можно считать, что все точки G «равноправны» и тогда вероятность попадания точки в некоторое подмножество пропорционально его мере (длине, площади, объему) и не зависит от его расположения и формы. Геометрическая вероятность события А определяется отношением:* $\boxed{P(A) = \frac{m(A)}{m(G)}}$,

где m(G), m(A) – геометрические меры (длины, площади или объемы) всего пространства элементарных исходов и события А.

Пример:

В прямоугольник 5*4 см^2 вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?

Решение: По определению геометрической вероятности искомая вероятность равна отношению площади круга (в который точка должна попасть) к площади прямоугольника (в которой точка ставится), т.е. $P(A)=\frac{S_{круга}}{S_{квадрат}}=\frac{\pi 2^2}{5\cdot 4}=0{,}63$.

Классическое и геометрическое определения вероятности не требуют того, чтобы испытание проводилось практически. Но эти формулы можно применять лишь тогда, когда все события равновозможны и образуют полную группу попарно несовместных событий.

Например, нельзя использовать формулу классического определения вероятности в том случае, когда требуется вычислить вероятность попадания в мишень двух стрелков: профессионала и новичка, т.к. по классической формуле вероятность попадания в мишень каждого из них была бы равно 0,5, что на сомом деле не так (она не может быть одинаковой для этих случаев).

В таком случае оценка вероятности дается из практики. Каждым стрелком производятся N выстрелов. Если стрелок попадает при этом M раз, то вероятность события вычисляется как $P(A)=\frac{M}{N}$. $P(A)$ при этом называется статистическим значением вероятности.

Статистическое определение вероятности. *Пусть проводится некоторое испытание, в результате которого может наступить событие А. предположим, что такое испытание произведено N раз, и при этом событие А появилось ровно M раз. Тогда число* $\boxed{\mu(A)=\frac{M}{N}}$ *называется статистической вероятностью (или относительной частотой) события А в рассматриваемой серии испытаний.*

Например, рассмотрим событие рождения мальчика или рождения девочки. По статистике на каждую 1000 рожденных детей приходится 518 мальчиков. Значит статистическая вероятность рождения мальчика (событие А) равна $\mu(A)=\frac{518}{1000}=0{,}518$, *а* статистическая вероятность рождения девочки (событие В) равна $\mu(B)=\frac{482}{1000}=0{,}482$.

Операции над вероятностями

Теорема 1 ***(о сумме попарно несовместных событий)***. *Вероятность суммы попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий, т.е.* $\boxed{P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)}$.

Пример:

В лотерее выпущено 10 000 билетов и установлено 10 выигрышей по 200 рублей, 100 выигрышей по 100 рублей, 500 выигрышей по 25 рублей и 1 000 выигрышей по 5 рублей. Какова вероятность того, что человек, купивший билет выиграет не менее 25 рублей?

Решение:

A – человек выиграл не менее 25 рублей;

A_1 – выигрыш составил 200 рублей;

A_2 – выигрыш составил 100 рублей;

A_3 – выигрыш составил 25 рублей;

$A=A_1+A_2+A_3$, при чем A_1, A_2, A_3 - попарно несовместные события. Значит, $P(A)=P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=\frac{10}{10000}+\frac{100}{10000}+\frac{500}{10000}=0{,}061$.

Теорема 2 ***(о сумме двух произвольных событий)***. *Вероятность суммы двух любых событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного осуществления, т.е.* $\boxed{P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1A_2)}$.

Пример:

Бросаем две игральные кости. Вычислить вероятность выпадения хотя бы одной «шестерки».

Решение:

А – выпадение «шестерки» на первой кости;

В – выпадение «шестерки» на второй кости.

Тогда $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{36}=\frac{11}{36}$.

Часто возникает ситуация, когда вероятность появления некоторого события В зависит от того, произошло или нет ранее событие А. в таком случае говорят, что событие В зависит от события А, а вероятность появления события В называют ***условной вероятностью*** и обозначают $P(B/A)$ *- условная вероятность события В при условии, что событие А произошло или* $P(B/\overline{A})$ *- условная вероятность события В при условии, что событие А не произошло.*

Пример:

В урне 10 белых и 5 черных шаров. Вынимают один за другим 2 шара. Какова вероятность того, что второй шар окажется белым?

Решение: Событие А – первый шар белый; событие В – второй шар белый. Тогда $P(A)=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$, а $P(B)$ зависит от того, какой была первая карта. Возможны два случая: $P(B/A)=\frac{9}{14}$ и $P(B/\bar{A})=\frac{10}{14}=\frac{5}{7}$.

<u>Теорема 3</u> (о произведении двух произвольных событий)*. Вероятность произведения двух любых событий равна произведению вероятности одного из этих событий на условную вероятность другого события при условии, что первое событие произошло, т.е.* $\boxed{P(AB)=P(A)P(B/A)}$.

<u>Пример</u>:

Из колоды в 36 карт наугад вынимают две карты. Вычислить вероятность того, что вынуты две дамы.

Решение:

А – первая карта – дама; В – вторая карта – дама.

Тогда $P(AB)=P(A)P(B/A)=\frac{4}{36}\cdot\frac{3}{35}=\frac{1}{105}$.

Если $P(B/A)=P(B)$*, т.е. если условная вероятность события В равна его безусловной вероятности, то событие В называют* ***независимым*** *от события А.* Другими словами, два события называются независимыми, если появление любого из них не изменит вероятность появления другого. При этом, если A и В независимы, то $\bar{A}$ и $\bar{B}$ - независимы.

<u>Теорема 4</u> (о произведении независимых событий)*. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий, т.е.* $\boxed{P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\ldots\cdot P(A_n)}$

<u>Пример</u>:

В одной урне – 5 красных шаров. В другой – 2 красных и 4 белых. Из каждой урны берут по одному шару. Какова вероятность, что оба они окажутся красными?

Решение:

А – шар из первой урны – красный;

В – шар из второй урны – красный. События А и В – независимые.

Тогда $P(AB)=P(A)P(B)=\frac{5}{5}\cdot\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

<u>Теорема 5</u> (о противоположном событии) $\boxed{P(\bar{A})=1-P(A)}$ *и* $\boxed{P(\bar{A}+A)=1}$

<u>Пример</u>:

Вероятность студента сдать зачет равна 0,76. Какова вероятность того, что студент не сдаст зачет?

Решение:

Событие А – студент сдал зачет. Тогда $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0,76=0,24$.

Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Во многих прикладных задачах рассматриваются процессы, которые могут пойти по одному из нескольких возможных вариантов развития, т.е. процесс может «разветвляться» случайным образом.

Например, на заводе на нескольких станках обрабатываются однотипные детали, которые случайным образом попадают на станок и после обработки поступают в общий контейнер. В таких ситуациях возникают две различные постановки задачи:

- Найти вероятность изготовления бракованной детали, не зная на каком станке она обработана;
- Обнаружив бракованную деталь, попытаться оценить на каком станке она обрабатывалась.

Решение этих двух типов задач возможно с помощью формулы полной вероятности и формулы Байеса.

Пусть события $B_1, B_2, \ldots B_n$ образуют полную группу попарно несовместных событий и соответствуют всем возможным разветвлениям процесса. Пусть событие А происходит вместе с одним из событий $B_1, B_2, \ldots B_n$ (событие А произошло в результате одного из *n* разветвлений). Значит произошло одно из несовместных событий $A\cdot B_1$ или $A\cdot B_2$, или … или $A\cdot B_n$. Это значит, что $A=AB_1+AB_2+\ldots+AB_n$. По теореме о сумме попарно несовместных событий имеем $P(A)=P(AB_1)+P(AB_2)+\ldots+P(AB_n)$. По теореме о произведении двух событий получим $\boxed{P(A)=P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)P(A/B_2)+\ldots+P(B_n)P(A/B_n)}$. Эта формула называется ***формулой полной вероятности.***

События $B_1, B_2, \ldots B_n$ в формуле полной вероятности называются ***гипотезами***.

<u>Пример</u>:

Два станка производят детали, поступающие в общий контейнер. Вероятность получения стандартной детали на первом станке равна 0,9, а на втором 0,85. Второй станок имеет производительность в два раза больше, чем первый. Какова вероятность того, что выбранная случайным образом деталь с конвейера стандартная?

Решение:

Введем события: A – наудачу взятая деталь с конвейера – стандартная;

B_1 – взятая деталь изготовлена на 1 станке;

B_2 – взятая деталь изготовлена на втором станке.

$$P(A)=P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)P(A/B_2)=\frac{1}{3}\cdot[illegible]+\frac{2}{3}\cdot[illegible].$$

Пусть i принимает значения от 1 до n, тогда т.к. $P(AB_i)=P(A)P(B_i/A)=P(B_i)P(A/B_i)$, то $P(B_i/A)=\frac{P(AB_i)}{P(A)}=\frac{P(B_i)P(A/B_i)}{P(A)}$. Подставим в эту формулу вместо $P(A)$ выражение из формулы полной вероятности.

$$\boxed{P(B_i/A)=\frac{P(B_i)P(A/B_i)}{P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)P(A/B_2)+\ldots+P(B_n)P(A/B_n)}}$$ -

формула Байеса.

Формула Байеса широко применяется при решении практических задач, связанных с вероятностной оценкой гипотез после проведения эксперимента, т.к. позволяет найти вероятность каждой гипотезы при условии, что событие А произошло.

Пример:

Для сдачи зачета студентам необходимо подготовить 30 вопросов. Из 25 студентов 10 подготовили ответы на все вопросы, 8 – на 25 вопросов, 5 – на 20 вопросов и 2 – на 15 вопросов. Вызванный наугад студент ответил на поставленный перед ним вопрос. Найти вероятность того, что этот студент подготовил все вопросы.

Решение: Событие A – студент ответил на поставленный вопрос.

Гипотезы: B_1 – студент подготовил все 30 вопросов;

B_2 – студент подготовил 25 вопросов из 30;

B_3 – студент подготовил 20 вопросов из 30;

B_4 – студент подготовил 15 вопросов из 30.

Требуется найти $P(B_1/A)$. Воспользуемся формулой Байеса:

$$P(B_1/A)=\frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)P(A/B_2)+P(B_3)P(A/B_3)+P(B_4)P(A/B_4)}=$$

$$=\frac{\frac{10\cdot 30}{25\cdot 30}}{\frac{10\cdot 30}{25\cdot 30}+\frac{8\cdot 25}{25\cdot 30}+\frac{5\cdot 20}{25\cdot 30}+\frac{2\cdot 15}{25\cdot 30}}=\frac{1}{2}$$

Задание:

1. Изучить теоретические положения, примеры решения задач
2. Решить задачи индивидуального задания

Порядок выполнения:

Соответствует пункту 1-2 задания.

(*) Индивидуальные варианты заданий выдаются преподавателем.

Индивидуальные задания

1. Выберите среди следующих событий случайные, достоверные и невозможные:

   А – при нагревании проволоки ее длина увеличивается;

   В – при бросании игрального кубика выпало 4 очка;

   С – при температуре 30 градусов вода закипает;

   D – при температуре ниже нуля вода замерзает;

   Е – из вашей группы выбрать 2 студентов, оказавшихся девушками.

2. Образуют ли полную группу событий следующие события (если не образуют, то какое событие нужно добавить, чтобы ответ был «да»):

   а) А: «Выпадение орла при подбрасывании одной монеты»;

   В: «Выпадение решки при подбрасывании одной монеты»;

   б) А: «Выпадение двух орлов при подбрасывании двух монет»;

   В: «Выпадение двух решек при подбрасывании двух монет»;

3. Стрелок произвел 2 выстрела по цели. Образуют ли полную группу попарно несовместных событий следующие события (если не образуют, то какое событие нужно добавить, чтобы ответ был «да»):

   а) А: «Попаданий нет»; В: «Попаданий не менее одного»; С: «Ровно два попадания»;

   б) А: «Попаданий не менее одного»; В:«Не менее одного промаха».

4. На конкурс красоты от Вашей группы выбирают одного претендента. Какова вероятность, что выберут Вас?

5. На карточках написаны буквы, образующие слово «комбинаторика». Наудачу извлекается 1 карточка. Какова вероятность того, что вынутая буква – гласная?

6. Студент выучил 25 вопросов к зачету из 30. какова вероятность того, что он не ответит на вопрос?

7. Баскетболист из 20 штрафных бросков в среднем забрасывает 16. Производится 1 бросок. Какова вероятность, что он промахнется (в %)?

8. В партии 1000 деталей ОТК обнаружил 20 нестандартных. Найти статистическую вероятность появления нестандартных деталей.

9. Отделом технического контроля завода установлено, что 2% изготавливаемых деталей – бракованные. Найти вероятность, что произвольно взятая с конвейера деталь окажется годной.

10. Бросают две игральные кости. Что вероятнее: выпадет сумма очков 11 или 12?

11. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

12. При стрельбе из винтовки вероятность попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

13. Вероятность для студента сдать экзамен 0,7, а вероятность сдать зачет – 0,8. Какова вероятность того, что он не сдаст ни экзамен, ни зачет?

14. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10000 билетов разыгрывается 150 вещевых и 50 денежных выигрышей. Чему равна вероятность выигрыша, безразлично денежного или вещевого, для владельца одного лотерейного билета?

15. По статистическим данным ремонтной мастерской, в среднем на 20 остановок токарного станка приходится: 10 — для смены резца; 3 — из-за неисправности привода; 2 — из-за несвоевременной подачи заготовок. Остальные остановки происходят по другим причинам. Найти вероятность остановки станка по другим причинам.

16. Игральный кубик бросают 2 раза. Какова вероятность того, что: а) сумма выпавших очков равна 12? б) сумма выпавших очков делится на 3?

17. Из колоды из 36 карт наудачу по одной вынимают 2 карты. Какова вероятность того, что обе эти карты а) пиковые; б) черной масти?

18. В первой урне 5 белых, 6 зеленых и 2 красных шаров. Во второй – 3 белый, 1 зеленый и 4 красных шара. Из каждой урны наугад вынимаем по одному шару. Найти вероятность того, что:

а) оба шара белые; б) среди выбранных нет белых шаров;
в) хотя бы один шар красный; г) один шар черный.

19. Два стрелка стреляют в одну и ту же мишень по 1 разу. Вероятности их попадания соответственно равны 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что в мишени: а) окажется ровно 2 пробоины; б) не окажется ни одной пробоины; в) окажется ровно одна пробоина.

20. В мешочке имеется 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных "в одну линию" кубиков можно будет прочесть слово "спорт".

21. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех, вынутых по одной и расположенных "в одну линию" карточках можно будет прочесть слово "трос".

22. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.

23. Библиотечка состоит из десяти различных книг, причем пять книг стоят по 4 рубля каждая, три книги — по одному рублю и две книги — по 3 рубля. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят 5 рублей.

24. Есть набор букв А, Б, У, К, Е. Потеряли одну букву. Из оставшихся взяли одну букву. Найти вероятность того, что это гласная буква.

25. Студент знает ответы на 15 экзаменационных билетов из 20. В каком случае он имеет большую вероятность сдать экзамен: если он заходит на экзамен первым или вторым?

26. Три охотника стреляют в кабана по 1 разу. Вероятность того, что первый охотник поразит цель равна 0,9, второй – 0,7, третий – 0,4. Вычислить вероятность того, что кабан будет убит.

27. Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 30% общего количества электроламп, 2-й - 25%, а 3-й - остальную часть. Продукция 1-го завода содержит 1% бракованных электроламп, 2-го - 1,5%, 3-го - 2%. В магазин поступает продукция всех 3-х заводов. Купленная в магазине лампа оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она произведена 1-м заводом?

28. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 студента подготовлены отлично, 4 - хорошо, 2 - удовлетворительно и 1 - плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный - на 16, удовлетворительно подготовленный - на 10, плохо подготовленный - на 5. Вызванный наугад студент ответил на все три заданных преподавателем вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен отлично.

29. В сборочный цех поступают детали с трех поточных линий. Производительности этих линий относятся как 5:3:2. Вероятность брака для 1-й линии составляет 0,01; для 2-й линии - 0,02; для 3-й линии - 0,03. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь бракована.

30. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей отличного качества, а второй - 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

31. На спортивной площадке играют 10 мальчиков, забивая мяч в ворота. Для пяти из них вероятность попадания равна 0,9 (они отлично забивают), для трех мальчиков вероятность попадания равна 0,7 (они забивают голы хорошо), остальные забивают мяч в ворота плохо с вероятностью 0,3. Один из мальчиков забил мяч в ворота. Какова вероятность, что этот мальчик отлично забивает голы?

Форма отчетности:

Отчет по практической работе, скрепленный титульным листом сдаётся в печатном виде. В отчёте должны присутствовать:
1. Номер варианта индивидуального задания (ВИЗ).
2. Цель работы.
3. Задание.
4. Поэтапное выполнения всех заданий ВИЗ.
5. Заключение (вывод).

Задания для самостоятельной работы:

Предусмотрены ВИЗ обучающегося.

Рекомендации по выполнению заданий и подготовке к практической работе

При подготовке и выполнении практической работы рекомендуется использовать материал лекций соответствующих разделов и литературу, предложенную для изучения данной дисциплины.

Основная литература

1. Поздняков, С. Н. Дискретная математика: учебник для вузов / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин. - Москва: Академия, 2008. - 448 с.

Дополнительная литература

2. Дьяконица, С. А. Основы дискретной математики: практикум / С. А. Дьяконица. - Братск: БрГУ, 2015. - 97 с.
3. Новиков, Ф. А. Дискретная математика: учебник для бакалавров и магистров / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Санкт-Петербург: Питер, 2014. - 432 с.

Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что изучает теория вероятности.
2. Событие, случайное событие.
3. Сумма событий А и В.
4. Произведение событий А и В.
5. Разность событий А и В.
6. Классическое определение вероятности.
7. Геометрическое определение вероятности.
8. Статистическое определение вероятности.
9. Операции над вероятностями.
10. Формула Байеса.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

− Авторские комплекты слайдов, используемых при проведении лекционных занятий.
− ОС Windows 7 Professional.
− Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level.
− Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Вид занятия	***Наименование аудитории***	***Перечень основного оборудования***	***№ ПЗ***
1	**2**	**3**	**4**
Лк	Лекционный кабинет/ дисплейный класс	Интерактивная доска SMART Board 680I со встроенным XGA проектором Unifi 35 (77"/195,6 см); 18-ПК: CPU 5000/RAM 2Gb/HDD; Монитор TFT 19 LG1953S-SF; Принтер: HP LaserJet Pro 400M 401dne; Сканер: Canon LiDE 220	-
ПЗ	Лекционный кабинет/ дисплейный класс	Интерактивная доска SMART Board 680I со встроенным XGA проектором Unifi 35 (77"/195,6 см); 18-ПК: CPU 5000/RAM 2Gb/HDD; Монитор TFT 19 LG1953S-SF; Принтер: HP LaserJet Pro 400M 401dne; Сканер: Canon LiDE 220	ПЗ № 1-4
СР	Читальный зал №1	Оборудование 10 ПК i5-2500/H67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	-

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	**1.** Элементы математической логики	1.1. Высказывания и операции над ними 1.2. Формулы логики высказываний. Равносильность формул. Предикаты и кванторы	вопросы к зачету 1.1.– 1.8.
		2. Теория множеств	2.1. Основные понятия 2.2. Операции над множествами	вопросы к зачету 2.1.– 2.4.
		3. Комбинаторика	3.1. Общие правила комбинаторики 3.2. Размещения, сочетания и перестановки	вопросы к зачету 3.1.– 3.6.
		4. Теория вероятностей	4.1. Историческая справка 4. 2. Случайные события 4.3. Определение вероятности 4.4. Операции над вероятностями 4.5. Формула полной вероятности. Формула Байеса	вопросы к зачету 4.1.– 4.15.
ПК-2	способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	**1.** Элементы математической логики	1.1. Высказывания и операции над ними 1.2. Формулы логики высказываний. Равносильность формул. Предикаты и кванторы	вопросы к зачету 1.1.– 1.8.
		2. Теория множеств	2.1. Основные понятия 2.2. Операции над множествами	вопросы к зачету 2.1.– 2.4.
		3. Комбинаторика	3.1. Общие правила комбинаторики 3.2. Размещения, сочетания и перестановки	вопросы к зачету 3.1.– 3.6.
		4. Теория вероятностей	4.1. Историческая справка 4. 2. Случайные события 4.3. Определение вероятности 4.4. Операции над вероятностями 4.5. Формула полной вероятности. Формула Байеса	вопросы к зачету 4.1.– 4.15.

2. Вопросы к зачету

№ п/п	Компетенции		ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном ин-	**1.1.** Математическая логика. **1.2.** Высказывание. **1.3.** Логические операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция. **1.4.** Логическая формула. Приоритет выполнения операций.	**1.** Элементы математической логики

		формационном пространстве	**1.5.** Тавтология. Противоречие. **1.6.** Равносильность формул. **1.7.** Законы алгебры логики. Предикаты. Кванторы. **1.8.** Таблицы истинности.	
			2.1. Множество. **2.2.** Элементы множества. Виды множеств. Подмножества **2.3.** Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, дополнение. **2.4.** Круги Эйлера	**2.** Теория множеств
			3.1. Комбинаторные задачи. **3.2.** Способы выбора некоторого числа из заданного множества. **3.3.** Правило произведения. **3.4.** Правило суммы. **3.5.** Размещение, сочетание и перестановки с повторением. **3.6.** Размещение, сочетание и перестановки без повторения.	**3.** Комбинаторика
			4.1. История возникновения теории вероятности **4.2.** Событие. Опыт или испытание. Случайное событие. **4.3.** Сумма, произведение, разность событий. **4.4.** Совместные события. **4.5.** Разновозможные события. **4.6.** Классическое определение вероятности. **4.7.** Геометрическое определение вероятности. **4.8.** Статистическое определение вероятности. **4.9.** Теорема 1. О сумме попарно несовместных событий. **4.10.** Теорема 2. О сумме двух произвольных событий. **4.11.** Теорема 3. О произведении двух произвольных событий. **4.12.** Теорема 4. О произведении независимых событий. **4.13.** Теорема 5. О противоположном событии. **4.14.** Формула полной вероятности. **4.15.** Гипотеза. Формула Байеса	**4.** Теория вероятностей
2.	ПК-2	способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	**1.1.** Математическая логика. **1.2.** Высказывание. **1.3.** Логические операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция. **1.4.** Логическая формула. Приоритет выполнения операций. **1.5.** Тавтология. Противоречие. **1.6.** Равносильность формул. **1.7.** Законы алгебры логики. Предикаты. Кванторы. **1.8.** Таблицы истинности.	**1.** Элементы математической логики
			2.1. Множество. **2.2.** Элементы множества. Виды множеств. Подмножества **2.3.** Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, дополнение. **2.4.** Круги Эйлера	**2.** Теория множеств

			3.1. Комбинаторные задачи. **3.2.** Способы выбора некоторого числа из заданного множества. **3.3.**Правило произведения. **3.4.**Правило суммы. **3.5.**Размещение, сочетание и перестановки с повторением. **3.6.**Размещение, сочетание и перестановки без повторения.	**3.** Комбинаторика
			4.1. История возникновения теории вероятности **4.2.** Событие. Опыт или испытание. Случайное событие. **4.3.** Сумма, произведение, разность событий. **4.4.** Совместные события. **4.5.** Разновозможные события. **4.6.** Классическое определение вероятности. **4.7.** Геометрическое определение вероятности. **4.8.** Статистическое определение вероятности. **4.9.** Теорема 1. О сумме попарно несовместных событий. **4.10.** Теорема 2. О сумме двух произвольных событий. **4.11.** Теорема 3. О произведении двух произвольных событий. **4.12.** Теорема 4. О произведении независимых событий. **4.13.** Теорема 5. О противоположном событии. **4.14.** Формула полной вероятности. **4.15.** Гипотеза. Формула Байеса	**4.**Теория вероятностей

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать: **ОК-3:** основы методов математической обработки информации; основные математические понятия и методы решения базовых математических задач, рассматриваемых в рамках дисциплины; **ПК-2:** современные методы и технологии обучения и диагностики при изучении основ математической обработки информации; **Уметь**: **ОК-3:** применять методы математической обработки информации; **ПК-2:** формулировать и решать конкретные задачи, применяя современные методы математической обработки информации; **Владеть:** **ОК-3:** основами методов решения задач, рассматриваемых в рамках дисциплины; **ПК-2:** навыками использования современных методов и технологий математической обработки информации.	**зачтено**	Оценка «зачтено» выставляется студенту, если вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок, показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков. Допускаются незначительные ошибки.
	не зачтено	Оценка «не зачтено» выставляется, если не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов; не сформированы компетенции, умения и навыки.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Цель и задачи дисциплины «Основы математической обработки информации» представлены в разделе 1 настоящей рабочей программы. Место дисциплины в структуре образовательной программы представлено в разделе 2 настоящей рабочей программы. Распределение объема дисциплины по формам обучения с указанием видов учебных занятий представлено в разделе 3 настоящей рабочей программы. Содержание дисциплины указано в разделе 4 настоящей рабочей программы.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине находятся в свободном доступе в соответствии с разделом 6 настоящей рабочей программы.

При изучении дисциплины необходимо использовать литературу, указанную в разделе 7 настоящей рабочей программы, а также перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», представленных в разделе 8 настоящей рабочей программы.

Консультации для обучающихся по дисциплине проводятся в соответствии с графиком проведения консультаций, представленном на стенде кафедры, за которой закреплена указанная дисциплина.

К зачету допускаются обучающиеся очной, заочной и ускоренной формы обучения, которые выполнили и оформили все практические задания, предусмотренные в конкретном семестре. Методические указания по выполнению и оформлению представлены в разделе 9.1. настоящей рабочей программы.

Информационные технологии, используемые при освоении дисциплины, перечислены в разделе 10 настоящей рабочей программы.

Система оценивания уровня освоения дисциплины предусматривает текущий и итоговый (промежуточная аттестация) виды контроля.

Текущий контроль основан на проверке выполнения практических работ. При этом оценивается: правильность выполнения заданий, соблюдение требований к содержанию и оформлению отчетов, соблюдение сроков выполнения работ, уровень ответов при защите работ.

Оценка знаний, умений, навыков осуществляется в процессе промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине, которая осуществляется в виде зачета (устного собеседования). Для оценивания знаний, умений, навыков используются ФОС по дисциплине, содержащий вопросы для зачета.

По итогам выполненного задания преподаватель оценивает уровень знаний, умений, навыков. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, сформированных по итогам изучения дисциплины, представлено в разделе 3 Приложения 1 настоящей рабочей программы.

Приложение 2

АННОТАЦИЯ
рабочей программы дисциплины
Основы математической обработки информации

1. Цель и задачи дисциплины

Цель изучения дисциплины состоит в формировании знаний основ классических методов математической обработки информации, умений представить и обработать информацию, навыков применения математического аппарата для обработки данных теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

Задачами изучения дисциплины являются:

- выработка представления о роли и месте математики в современном мире;
- выработка умения логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и понятиями;
- практическое освоение основ математической обработки информации.

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебных занятий, включая самостоятельную работу: лекции – 18 часов, практические занятия – 36 часов, самостоятельная работа 54 часа.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 108 часов, 3 зачетные единицы.

2.2 Основные разделы дисциплины:

1 – Элементы математической логики.
2 – Теория множеств.
3 – Комбинаторика.
4 – Теория вероятностей.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОК-3 – способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-2 – способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики.

4. Вид промежуточной аттестации: зачет.

Приложение 3

Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20___-20___ учебный год

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:
____
____

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

____
____
____

Протокол заседания кафедры №____ от «___» __________ 20 ____ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой _____________________ _______________________
(подпись) *(Ф.И.О.)*

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование от «04» декабря 2015 г. № 1426

для набора 2015 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «09» июля 2018 г. №413

для набора 2016 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «06» июня 2016 г. № 429

для набора 2017 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «06» марта 2017 г. №125 , заочной формы обучения от «06» марта 2017 г. №125, заочной формы обучения (ускоренное обучение) от «04» апреля 2017 г. №203

для набора 2018 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «12» марта 2018 г. №130 , заочной формы обучения от «12» марта 2018 г. №130

Программу составили:

Ефремова Аида Николаевна,
ст. преподаватель кафедры ИиПМ ________________________

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры ИиПМ

от «19» декабря 2018 г., протокол № 5

И.о. заведующего кафедрой ИиПМ _________________ А.С. Толстиков

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий базовой кафедрой ПриФ _________________ Т.А. Мамонтова

Директор библиотеки _________________ Т.Ф. Сотник

Рабочая программа одобрена методической комиссией ____ЕН____факультета

от «20» декабря 2018 г., протокол № 4

Председатель методической комиссии факультета _________________ М.А. Варданян

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
учебно-методического управления _________________ Г.П. Нежевец

Регистрационный №________