МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра воспроизводства и переработки лесных ресурсов

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе

__________ Е.И. Луковникова
«_____» декабря 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Б1.В.ДВ.09.01

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ

35.03.02 Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств

ПРОФИЛЬ ПОДГОТОВКИ

Управление качеством в лесозаготовительном производстве

Программа прикладного бакалавриата

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ **Стр.**

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Вид деятельности выпускника

Дисциплина охватывает круг вопросов, относящихся к научно-исследовательской, производственно-технологической видам профессиональной деятельности выпускника в соответствии с компетенциями и видами деятельности, указанными в учебном плане.

Цель дисциплины

Подготовка обучающихся к самостоятельному решению научно-исследовательских задач лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств с использованием современного компьютерного и программного обеспечения.

Задачи дисциплины

Научить обучающихся использовать математические методы в технических приложениях; использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения; самостоятельно формулировать задачу научного исследования, наметить пути ее решения, организовать проведение научных исследований, делать выводы и обобщения.

Код компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1	способность понимать научные основы технологических процессов в области лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств	**знать:** - методы получения математически моделей технологических процессов; - математические методы и программы ЭВМ для решения моделей**.** **уметь:** - использовать математические методы в технических приложениях; - самостоятельно формулировать задачу научного исследования, наметить пути ее решения, организовать проведение научных исследований, делать выводы и обобщения. **владеть:** - математическими методами планирования эксперимента для получения математических моделей описания технологических процессов; - методами статистической обработки результатов эксперимента и проверки адекватности математической модели
ПК-8	способность использовать технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции	**знать:** - технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции; **уметь:** - использовать технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции; - **владеть:** - способами использования технических средств для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов

		и готовой продукции

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.В.ДВ.09.01 Методы и средства научных исследований относится к вариативной. Дисциплина Методы и средства научных исследований базируется на знаниях, полученных при изучении таких учебных дисциплин, как: Математика, Физика, Лесоводство, Технология и машины лесосечных работ. Основываясь на изучении перечисленных дисциплин, Методы и средства научных исследований представляет основу для изучения дисциплин: Моделирование и оптимизация процессов представляет основу для изучения дисциплин: Технология и оборудование лесных складов.

Такое системное междисциплинарное изучение направлено на достижение требуемого ФГОС уровня подготовки по квалификации бакалавр.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Распределение объема дисциплины по формам обучения

Форма обучения	*Курс*	*Семестр*	*Трудоемкость дисциплины в часах*						*Курсовая работа (проект), контрольная работа, реферат, РГР*	*Вид промежуточной аттес-тации*
			Всего часов (с экз.)	*Аудиторных часов*	*Лекции*	*Лабораторные работы*	*Практические занятия*	*Самостоятельная работа*		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Очная	3	6	108	34	17	17	-	38	-	экзамен
Заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Заочная (ускоренное обучение)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Очно-заочная	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Распределение объема дисциплины по видам учебных занятий и трудоемкости

Вид учебных занятий	*Трудо-емкость (час.)*	*в т.ч. в интерактивной, активной, инно-вационной формах, (час.)*	*Распределение по семестрам, час*
			6
1	**2**	**3**	**4**
I. Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	34	12	34
Лекции (Лк)	17	6	17
Лабораторная работа	17	6	17
Групповые (индивидуальные) консультации	+	-	+

II.Самостоятельная работа обучающихся (СР)	38	-	38
Подготовка к лабораторным работам	17	-	17
Подготовка к экзамену в течение семестра	21	-	21
III. Промежуточная аттестация экзамен	36	-	36
Общая трудоемкость дисциплины час.	108	-	108
зач. ед.	3	-	3

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение разделов дисциплины по видам учебных занятий

- для очной формы обучения:

№ раз-дела и темы	*Наименование раздела и тема дисциплины*	*Трудоем-кость, (час.)*	*Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость; (час.)*		
			учебные занятия		*самостоятельная работа обучающихся*
			лекции	*лабораторные работы*	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	**Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.**	**24**	**6**	**6**	**12**
1.1.	Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Научное творчество, научно-технологический процесс-основа развития общества и производства.	8	2	2	4
1.2	Первичная обработка результатов экспериментов. Статистические оценки результатов наблюдений. Расчет доверительного интервала для математического ожидания. Определение необходимого объема выборки. Отбрасывание грубых измерений. Проверка однородности двух дисперсий. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам одинакового объема. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам различного объема.	8	2	2	4
1.3	Проверка однородности средних. Проверка нормальности распределения. Коэффициент корреляции. Применение таблиц	8	2	2	4

	сопряженности для оценки взаимосвязи признаков. Ранговая корреляция. Использование коэффициента конкордации для обработки экспертных оценок при ранжировании.				
2.	**Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.**	**24**	**6**	**6**	**12**
2.1.	Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Активные и пассивные, однофакторные и многофакторные эксперименты. Основные задачи планирования эксперимента. Основные виды математических моделей, применяемые при исследованиях в лесной промышленности.	8	2	2	4
2.2	Метод наименьших квадратов для многофакторных экспериментов. Статистический анализ уравнения регрессии. Методы экспериментальной оптимизации. Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий. Общие сведения. Метод дихотомии. Метод золотого сечения. Метод покоординатного поиска.	8	2	2	4
2.3	Методы планирования экспериментов с качественными факторами. Однофакторный дисперсионный анализ. Применение двухфакторного дисперсионного анализа при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли. Применение латинских квадратов при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли.	8	2	2	4
3.	**Экспериментальные планы второго порядка и их применение.**	**24**	**5**	**5**	**14**
3.1	Методы имитационного	24	5	5	14

	моделирования. Исследования на имитационной модели.				
	ИТОГО	**72**	**17**	**17**	**38**

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и темам

Раздел 1. Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.

Тема 1.1. Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Научное творчество, научно-технологический процесс-основа развития общества и производства.

Научно технический прогресс на современном этапе представляет собой взаимообусловленный процесс развития науки и техники, позволяющий человеку воздействовать на окружающую среду для получения материальных и духовных благ. Наука теперь превратилась в непосредственную производительную силу. Поэтому методы научных исследований должны совершенствоваться.
Следует также отметить, что научно-технический прогресс в настоящее время проявляется в форме научно-технической революции (НТР). Особенностями НТР являются: возрастающая роль науки; возможность автоматизации не только физического, но и умственного труда; быстрый рост и обновление научно-технической информации; быстрая смена материалов, конструкций, машин, технологических процессов; резкое увеличение разновидностей инженерных решений; повышение уровня комплексной механизации и автоматизации производства, а также бурное развитие сложных систем управления.
Современное производство требует от специалистов умение самостоятельно ставить и решать различные, принципиально новые задачи. Этого нельзя достичь без овладения студентами методами научных исследований. Таким образом , научная подготовка в вузах-одна из важнейших сторон обучения. Введение в учебный процесс дисциплины «Основы научных исследований в деревообработке» является одним из важнейших этапов развития высшей школы. В результате изучения данной дисциплины студент должен освоить методологию научных исследований, изучить методику планирования и организации научно-исследовательских работ, способы обработки и анализа необходимой информации по теме научного исследования. Кроме того он должен уметь формулировать цель и задачи эксперимента, разрабатывать теоретические предпосылки, планировать и проводить эксперимент; обрабатывать результаты измерений и оценивать погрешности наблюдений; сопоставлять результаты эксперимента с теоретическими предпосылками и формулировать выводы научного исследования.
В лесной и деревообрабатывающей промышленности исследования проводят часто с целью отыскивания наивыгоднейших условий протекания процессов, оптимальных режимов работы и параметров машин и механизмов при их проектировании и модернизации.
При исследовании любого объекта, технологического процесса и вообще системы в основу должен быть положен системный подход. Поэтому прежде чем приступить к рассмотрению методологических аспектов исследования, поговорим о системах и сущности управления ими.
При оптимизации производственных процессов часто возникает промежуточная задача-отыскивание аналитической зависимости оптимизируемого параметра от исследуемых факторов, т. е. получение математической модели процесса, причем эта задача в большинстве случаев решается экспериментально при неполном знании механизма явлений.
Для исследования важно получить математическую модель в той области изменения переменных, где находится интересующий его оптимум,-так называемая стационарная область. На первом этапе необходимо провести серию экспериментов, которая укажет, в каком направлении находится стационарная связь.
Приведенный пример далеко не исчерпывает всех задач, возникающих при экспериментальном подходе к изучению технологических процессов. Он лишь иллюстрирует актуальность теории, позволяющий выбирать оптимальную стратегию исследования при неполном знании процесса-математической теории экстремальных экспериментов.
Шагом вперед по сравнению с этим методом является классический регрессионный анализ. Он по прежнему ставит своей задачей получение уравнения регрессии-функциональной зависимости некоторого параметра y, подлежащего оптимизации, от k независимых переменных- факторов X1,X2,…,Xk.

В этом случае ставится уже многофакторный эксперимент. Это значит, что в ходе каждого эксперимента мы задаем определенные значения каждому из k исследуемых факторов.

Остановимся вкратце на различных направлениях в теории планирования экстремальных экспериментов.

Одним из разделов этой теории явилась методика планирования полного и дробного факторного эксперимента. В случае планирования 1-го порядка(линейное уравнение) этот метод удовлетворяет почти всем требованиям.

Если линейное уравнение регрессии не дает требуемой точности, приходится применять планирование 2-го порядка. В этом случае теория планирования экспериментов дает методику построения плана, при котором оценки коэффициентов регрессии получают независимо друг от друга. Такой план называется ортогональным.

Адаптационная оптимизация. Методами решения этой задачи являются, в частности, эволюционное планирование и симплекс-планирование.

Развитие теории эксперимента оказало влияние на принципы подхода к экспериментальным задачам. В частности, для экспериментатора очень важна идея рандомизации, имеющая целью свести эффект влияния некоторого неслучайного фактора к случайной ошибке. Рандомизация условий проведения эксперимента позволяет исследователю обойти трудности, возникающие при попытке стабилизировать мешающие факторы.

Опыт применения теории планирования эксперимента в деревообработке показывает, что эффективность исследований по сравнению с традиционным методом возросла в несколько раз.

Задача 1. Планирование эксперимента с целью математического описания объекта.

Целью экспериментального исследования здесь является получение эмпирической математической модели объекта, т. е. отыскивание зависимости каждой из выходных величин объекта от варьируемых факторов.

Задача 2. Отсеивающие эксперименты в технологических исследованиях.

Позволяет ставить на первых этапах исследования меньшее число опытов, чем число факторов и их сочетание, взятых под подозрение.

Задача здесь заключается в том, чтобы в сложных мало изученных процессах выделить доминирующие факторы среди очень большого числа априорно принятых.

Задача 3. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий.

Целью этого эксперимента является отыскивание таких значений варьируемых факторов, при которых выходная величина объекта применяет экстремальное, т. е. максимальное или минимальное значение.

Задача 4. Планирование экспериментов с качественными факторами.

Этот метод планирования экспериментов является также общепринятым. Применение этого метода диктуется необходимостью раздельной оценки рассеяния, обусловленного различными источниками. Другими словами, здесь нужно применять такую схему расположения опытов, которая позволила бы разложить суммарную дисперсию на отдельные составляющие.

Задача 5. Планирование эксперимента при изучении свойств смесей.

Методы планирования экспериментов при построении диаграмм состав-свойство широко используется при исследовании очень сложных поверхностей отклика. Задача заключается в том, чтобы найти оптимальное в некотором смысле расположение точек в факторном пространстве с целью описания диаграммы состав-свойство в виде полинома.

Задача 6. Планирование эксперимента при эволюционной оптимизации производственных процессов.

Этот метод заключается в непрерывном проведении, как правило, факторного эксперимента в рабочей области процесса. Постановка таких экспериментов базируется на предложении, что варьируемые переменные измеримы.

Целью планирования эксперимента является получение максимально возможной информации при минимальных затратах средств по сравнению с традиционными методами проведения экспериментов.

Любое экспериментальное исследование условно можно разделить на 3 этапа: подготовка эксперимента- включает в себя выявление цели и постановку задачи, подлежащей решению; планирование и постановка опытов-заключается в разумном и наиболее целесообразном выборе методики планирования экспериментов с целью описания поверхности отклика. В следующей фазе планирования необходимо определить порядок проведения опытов.; анализ результатов-первую фазу анализа эксперимента начинают с первичной обработки опытных данных, при котором отбрасывают грубые измерения. Вторую фазу третьего этапа начинают с выбора метода обработки опытных данных. Следующую фазу начинают с обработки опытных данных по выбранному методу и получения уравнения регрессии. В последующей фазе производится анализ и исследование поверхности отклика. Предпоследняя фаза третьего этапа состоит из математического описания процесса.

Тема 1.2 Первичная обработка результатов экспериментов. Статистические оценки результатов наблюдений. Расчет доверительного интервала для математического ожидания. Определение необходимого объема выборки. Отбрасывание грубых измерений. Проверка однородности двух дисперсий. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам одинакового объема. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам различного объема.

Планирование эксперимента- это постановка опытов по некоторой заранее составленной схеме, обладающей некоторыми оптимальными свойствами.

При этом характерны следующие особенности:

1)стремление к минимизации числа опытов;

2)одновременное варьирование всеми факторами, определяющими протекание процесса, по специальным алгоритмам;

3)использование математического аппарата, формализующего многие действия экспериментатора;

4)наличие у экспериментатора четкой стратегии, позволяющей ему принимать обоснованные решения после каждой проведенной серии опытов.

Расчет доверительного интервала для математического ожидания.

Параметром процесса (оптимизации) является характеристика цели, заданная количественно.

Параметры оптимизации условно можно разделить на:

1)экономические к ним относятся: прибыль; себестоимость; рентабельность по отношению к капиталовложениям, к свободным основным фондам; оборачиваемость оборотных средств; максимальный реализованный доход; минимальный уровень затрат на производство; затраты на эксперимент и др.

2)технико-экономические к ним относятся: производительность; заданная структура ассортимента выпускаемой продукции; коэффициент полезного действия; стабильность; надежность характеристик качества продукта; долговечность

3)технологические к ним относятся: выход продукта; физические и химические характеристики продукта; минимальное время для достижения планированного результата; качество продукта и т. д.

4)прочие критерии составляют особую группу. К ним относятся: эстетические, психологические и статистические.

К параметрам процесса предъявляются следующие требования:

1) Параметр процесса должен быть эффективным с точки зрения достижения цели, т. е. он должен действительно оценивать эффективность функционирования системы в определенном заранее выбранном смысле.
2) Параметр оптимизации должен быть универсальным, т. е. способным всесторонне характеризовать объект.
3) Параметр оптимизации должен быть количественным, т. е. выражаться однозначно некоторым числом.
4) Параметр оптимизации должен быть эффективным в статистическом смысле, т. е. он должен определятся с возможно наибольшей точностью и легко вычисляться.\
5) Параметр оптимизации должен иметь физический смысл, т. е. легко интерпретироваться.
6) Параметр оптимизации должен быть однозначен в статистическом смысле. Это означает, что заданному набору входных переменных должно соответствовать одно, с точностью для ошибки опытов, значение параметра объекта.

Определение необходимого объема выборки.

Фактор-управляемая независимая переменная величина, которая принимает в некоторый момент времени определенное значение и соответствует одному из способов воздействия на объект исследования.

Выбранные для эксперимента количественные и качественные состояния фактора называют значениями фактора в эксперименте. Наименьшее значение, которое принимает фактор в эксперименте, называется нижним уровнем варьирования, а наибольшее-верхним уровнем варьирования. Среднее их значение называется центром эксперимента, или основным уровнем. Расстояние между основным уровнем и верхним или нижним уровнем называется интервалом варьирования фактора.

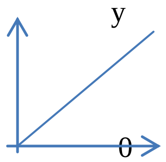
При выборе интервала варьирования необходимо руководствоваться следующими соображениями:
1)интервал варьирования должен быть больше удвоенной квадратичной ошибки фиксирования данного фактора
2)интервал варьирования не должен быть настолько велик , чтобы верхний и нижний уровни выходили за пределы исследуемой области. Следует учитывать:
а)точность фиксирования факторов: чем точность фиксирования меньше, тем больше должен быть интервал варьирования;
б)кривизну поверхности откликов: при большей кривизне следует снижать интервал варьирования;
в)диапазон изменения параметра оптимизации в различных точках: чем он уже, в сравнении сего изменением в повторных опытах, тем шире должен быть интервал варьирования.
Требования, предъявляемые к варьируемым факторам.
1)Управляемость. Каждый фактор должен быть точной характеристикой определенного воздействия на объект исследований, которым можно управлять
2)Независимость – это возможность устанавливать любое значение данного фактора в диапазоне варьирование независимо от уровней варьирования остальных факторов.
3)Совместимость факторов означает, что все их комбинации, возможные при планировании и проведении эксперимента, могут быть реализованы на практике и безопасны.
4)Однозначность. Факторы должны непосредственно воздействовать на процесс, не должны являться функцией других факторов, должны точно фиксироваться во всей выбранной области определения факторов.
При наличии качественных факторов принимается одно из решений:
а)исследование проводить отдельно для каждого фактора, затем сопоставлять полученные результаты;
б)проводить эксперимент при одновременном варьировании и количественных и качественных факторов.

Отбрасывание грубых измерений.

Выбор модели-сложный процесс, связанный со многими обстоятельствами и соображениями.
Как уже отмечалось выше, под математической моделью будем понимать вид функции отклика
$y = (X_1, X_2, \ldots X_k)$.
Выбрать модель это значит выбрать вид этой функции, записать ее уравнение.
На рис. Изображена логарифмическая функция. На некотором отрезке $[X_{min}, X_{max}]$ она с достаточной точностью описывается двумя уравнениями:

1. $y = \log_b x$;
2. $y = bx$

В уравнении 2 b-коэффициент, который можно оценить, например, по результатам опытов.



Графическое изображение логарифмической функции
Выпишем полиномы для случая двух факторов. Они различаются по максимальным степеням входящих в них переменных.
Полином нулевой степени: $y = b_0$.
Полином первой степени: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.
Полином второй степени: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2$.
Полином третьей степени: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{112}x_1^2x_2 + b_{122}x_1x_2^2 + b_{111}x_1^3 + b_{222}x_2^3$.

Итак, мы представили неизвестную нам функцию полиномом. Операция замены одной функции другой, в каком-то смысле эквивалентной функцией называется аппроксимацией.
Чтобы модель предсказывала направление наискорейшего улучшения параметра оптимизации. Такое направление называют направлением градиента. В этом случае лучше использовать полином первой степени, так как он содержит информацию о направлении градиента, и кроме того, в нем минимально возможное число коэффициентов при данном числе факторов.

Проверка однородности двух дисперсий.

Множество значений случайной величины, полученных в результате эксперимента или наблюдений над объектом исследования, представляет собой статистическую совокупность. Статистическая совокупность, содержащая в себе все возможные значение случайной величины, называется генеральной статистической совокупностью. Выборочной статистической совокупностью называется совокупность, в которой содержится только некоторая часть элементов генеральной совокупности. Выборочную статистическую совокупность будем в дальнейшем называть выборкой, а число опытов n, содержащееся в выборке,-объемом выборки.

$$M_y = p_1 y_1 + p_2 y_2 + \cdots + p_n y_n = \sum_{i=}^{n} p_i y_i$$

Величину M_y называют математическим ожиданием, или генеральным средним случайной величины.

$$\sigma^2 = \sum_{i=}^{n} p_i \left(y_i - M_y\right)^2$$

Рассеивание случайной величины относительно математического характеризуется величиной, называемой дисперсией обозначается σ^2

Дисперсию σ^2называют генеральной дисперсией. Квадратный корень из дисперсии называется средним квадратическим отклонением случайной величины или стандартом.
Наилучшей оценкой для математического ожидания является среднее арифметическое
$y=(y_1+y_2\ldots+y_n)/n$ –выборочное среднее

$$S^2 = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \cdots + (y_n - \bar{y})^2}{n-1}$$

Знаменатель называется числом степеней свободы.

$$f = n - 1$$

Преобразуем

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2\right)$$

Величина

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

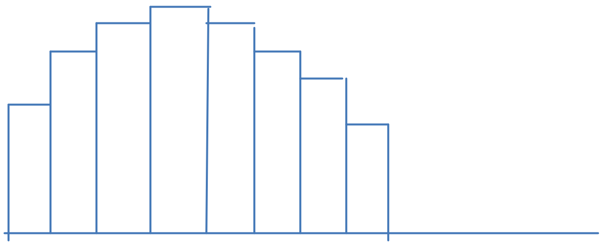
является оценкой среднего квадратического отклонения выборки. Ее также называют выборочным стандартом.
Часто для оценки изменчивости (вариации) случайных величин используют коэффициент вариации
$v = (s/\bar{y})100$

Выборочное среднее y и выборочная дисперсия S^2 определяется по следующим формулам:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} y_i^* m_i$$

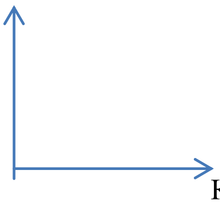
$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} m_i (y_i^* - \bar{y})^2$$

График, построенный по данным статистического ряда, называется гистограммой



Гистограмма распределения

Если одновременно с увеличением числа опытов n увеличивать и количество интервалов, то ломаная, ограничивающая гистограмму сверху, приближается к некоторой кривой, называемой кривой распределения, или кривой плотности вероятности. В теории вероятностей это соотношение называется статистическим распределением. Распределение называемое нормальным или гауссовским, которое применяется наиболее часто и играет важную роль в теории вероятностей и математической статистики.



Кривая плотности нормального распределения

Расчет доверительного интервала для математического ожидания

Величина максимальной ошибки Δ

$\bar{y}-\Delta \le M_y \le \bar{y}+\Delta$.

Неравенством задается интервал, в котором находится значение математического ожидания M_y. Этот интервал называется доверительным интервалом для математического ожидания. Будем пользоваться чаще величиной q=1-p называемой уровнем значимости. Уровень значимости задается заранее, до проведения расчетов. Типичные значения для q: 0,01; 0,05 и 0,1 или в процентах: 1,5,10.

Доверительный интервал для математического ожидания равен

$$\bar{y} - ts/\sqrt{n} \le M_y \le \bar{y} + ts/\sqrt{n}$$

Величина S-оценка стандарта, величина t называется табличным значением t-критерия Стъюдента. В соответствующей таблице ее следует отыскать по предварительному заданному уровню значимости q и числу степеней свободы f=n-1.

Оценку для математического ожидания в виде интервала часто называют интервальной оценкой, в отличии от оценок по формулам и, которые называют точечными оценками для математического ожидания.

Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам одинакового объема.

Пусть требуется найти минимальное число n повторений опытов, при котором среднее арифметическое y, найденное по этой выборке, отличалось бы от математического ожидания не более чем на заданную величину Δ. Это по существу задача обратная предыдущей. Для ее решения необходимо знать оценку дисперсии s^2. Здесь можно использовать, например результаты проведенных ранее исследований. Искомое значение n определяется по формуле

$n = t^2 s^2/\Delta^2$

Статистическая гипотеза-некоторое предположение относительно свойств генеральной совокупности, проверяемое по выборке. Выдвинутую гипотезу называют основной или нулевой. Гипотезу противоречащую нулевой, называют конкурирующей. Для проверки нулевой гипотезы используют специально подобранную случайную величину, распределение которой известно. Ее называют статистическим критерием. Если оно находится внутри некоторой заданной заранее области, называемой областью принятия гипотезы, то нулевая гипотеза принимается. В противном случае значение критерия попадает в критическую область, и тогда гипотеза отвергается.

Ошибка первого рода состоит в том, что отвергается гипотеза, которая на самом деле верна. Ошибка второго рода состоит в том, что гипотеза принимается, а на самом деле она не верна.

Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам различного объема

Систематические ошибки порождены причинами, действующими регулярно в одном направлении.

Случайные ошибки появляются нерегулярно, причины их возникновения неизвестны и учесть их заранее невозможно.

Систематические ошибки можно разделить на следующие 5 групп:
1)инструментальные, связанные с нарушением измерительных средств;
2)ошибки, возникающие из-за неправильной установки измерительных средств;
3)погрешности, возникающие из-за индивидуальных психофизиологических, физиологических, антропологических свойств человека;
4)ошибки, связанные с погрешностями метода измерений;
5)погрешности, связанные с влиянием внешней среды: влияние электрических и магнитных полей; вибраций и колебаний движущегося транспорта; атмосферного давления и влажности воздуха, высоких и низких температур окружающей среды.

Систематические ошибки обязательно необходимо исключить. Грубые наблюдения (промахи) подлежат исключению из выборки. Далее вычисляем величину $t_{расч}=|yi-y|/s$.

Из таблиц распределения Стъюдента по выбранному уровню значимости q и числу степеней свободы f, связанному с оценкой дисперсии s^2, находят табличное значение t-критерия $t_{табл}$. Если $t_{расч}$□$t_{табл}$, то подозреваемый результат является промахом и должен быть исключен из выборки. Если наименее сомнительный элемент не оказался промахом,
$t_{расч}$□$t_{табл}$, то его присоединяют к выборке и исследуют следующий сомнительный элемент, и т. д.

Пусть имеются две выборки объемом n1 и n2 по которым найдены выборочные дисперсии s_1^2 и s_2^2. Они являются оценками для генеральных дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 соответственно. Выборочные дисперсии называются однородными, а различие между ними объясняется влиянием случайных ошибок. В противном случае генеральные дисперсии не равны друг другу. Тогда говорят что различие между выборочными дисперсиями значимо.

Для проверки статистической гипотезы об однородности двух дисперсий используют F-критерий Фишера. Если $t_{расч}$□$t_{табл,}$ то выборочные дисперсии считаются неоднородными для выбранного уровня значимости q. Если $t_{расч}$□$t_{табл}$, то можно принять гипотезу об однородности дисперсий.

Для проверки использован критерий Кохрена.

Пусть m-количество выборочных дисперсий, однородность которых проверяется. Обозначим эти дисперсии: s_1^2 , $s_2^2\ldots$, s_m^2. Вычисляется расчетное G-отношение по формуле
$G_{расч}=s_{max}^2/(s_1^2+s_2^2\ldots+s_m^2)$.

В числителе этой формулы стоит наибольшая из рассматриваемых дисперсий, а в знаменателе-сумма всех дисперсий. Далее обращаются к таблицам Кохрена. Если $G_{расч}$□$G_{табл}$, то можно принять гипотезу об однородности дисперсий. В противном случае она отвергается.

Тема 1.3 Проверка однородности средних. Проверка нормальности распределения. Коэффициент корреляции. Применение таблиц сопряженности для оценки взаимосвязи признаков. Ранговая корреляция.

Использование коэффициента конкордации для обработки экспертных оценок при ранжировании.В этом случае используют критерий Бартлетта. Предварительно вычисляют величину s_y^2, представляющую собой среднее взвешенное значение дисперсий, взятое с учетом числа степеней свободы:

$$s_y^2=(f_1s_1^2+f_2s_2^2+\ldots+f_ms_m^2)/f\quad.$$

Далее рассчитывают величину B, равную отношению B=V/C. Здесь V и C соответственно равны:

$$V=2{,}303\left(f\lg s_y^2-\sum_{i=1}^{m} f\lg s_i^2\right)$$

$$C=1+\frac{1}{3(m-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{f_i}-\frac{1}{f}\right)$$

Гипотеза од однородности дисперсий принимается, если B≤$\chi^2_{табл}$. В данной проверке требуется , чтобы объем каждой выборки был не менее четырех. Поскольку величина C заведомо больше единицы, то после вычисления значения V можно уже проверить выполнение неравенства V≤ $\chi^2_{табл}$. Если оно окажется справедливым, то гипотезу об однородности дисперсий можно принять. Если V□ $\chi^2_{табл}$ следует вычислить C и довести проверку до конца.

Здесь исследуется две выборки, имеющие различные средние арифметические. Данная проверка позволяет установить, вызвано ли расхождение между средними случайными ошибками измерения

или оно связано с влиянием каких-либо неслучайных факторов. Проверка проводится критерием Стьюдента.
Предстоит рассмотреть два случая
1) Оценки дисперсий s_1^2 и s_2^2 однородны. Вычисляется расчетное отношение по формуле

$$t_{\text{рас}} = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left[\frac{(n_{1-1})s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\right]}}$$

Если $t_{\text{расч}}$□$t_{\text{табл}}$ то расхождение между средними значимо. В противном случае можно принять гипотезу об однородности средних.
2) Оценки дисперсий s_1^2 и s_2^2 неоднородны. Как и предыдущем случае здесь можно использовать критерий Стьюдента, но формула будет иметь следующий вид:

$$t_{\text{рас}} = |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| / \sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}$$

Далее вычисляют величину f по формуле

$$f = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1+1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2+1}}$$

Найденное значение f округляют до целого и принимают за число степеней свободы. По этой величине и находя табличное значение. Дальнейший ход проверки не отличается от предыдущего случая.

Проверка нормальности распределения

Для этого используют критерий Пирсона
Используют формулу

$$p_{i=}\Phi(z_2)\text{-}\Phi(z_1),$$

$$Z_1=(y_i^{\text{н}}\text{-}y)/s;\ z_2=(y_i^{\text{в}}\text{-}y)/s,$$

Где y-среднее арифметическое выборки;
s-среднее квадратическое отклонение выборки;
$y_i^{\text{н}}$-нижняя граница i-го интервала;
$y_i^{\text{в}}$-верхняя граница i-го интервала;
Ф(z)-нормированная функция Лапласа,

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z e^{-x^2/2}dx$$

Значения ее для $z=z_1$ и $z=z_2$ определяется из таблиц. При отыскании значений этой функции для отрицательных значений аргумента следует иметь в виду, что функция Ф(z) нечетная: Ф(-z)=-Ф(z).
Следующим этапом является вычисление величины $\chi^2_{\text{расч}}$ по формуле

$$X^2_{\text{расч}} = \sum_{i=1}^{l}(m_i - p_i n)^2/p_{in}$$

Далее находим по таблице. Гипотезу о нормальности распределения можно принять, если $\chi^2_{\text{расч}}$□ $\chi^2_{\text{табл}}$.

Коэффициент корреляции

Во многих случаях целью экспериментальных исследований являются установление и изучение зависимости между некоторыми величинами. Если каждая из этих величин является случайной, то используют методы корреляционного анализа.
Для оценки статистической связи по данным эксперимента широко используется выборочный коэффициент корреляции. Рассчитывается по формуле

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)} s_x s_y$$

Которую можно переписать в виде, более удобном для вычислений:

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{\sqrt{[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2][n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2]}}$$

Коэффициент корреляции всегда лежит в пределах $-1 \le r \le 1$. Он характеризует не всякую, а только линейную зависимость между случайными величинами. Такие случайные величины называются некоррелированными.

$$t_{расч} = |r|\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

Ее сравнивают с табличным значением критерия Стъюдента. Если $t_{расч}$□$t_{табл}$ принимается гипотеза о некоррелированности величин x и y. В противном случае коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, т.е. между величинами x и y существует линейная статистическая связь.

Если требуется исследовать статистическую связь между тремя и более случайными величинами, то пользуются коэффициентом множественной корреляции.

Ранговая корреляция. Использование коэффициента конкордации для обработки экпертных оценок при ранжировки.

Одним из способов оценки между двумя качественными признаками является вычисление коэффициента ранговой корреляции Спирмена. Формула для него имеет вид

$$R = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n^3 - n}$$

Коэффициент ранговой корреляции может использоваться и тогда, когда рассматриваемые признаки являются количественными, но для целей исследования достаточно проранжировать объекты по возрастанию или убыванию каждого из них.

Раздел 2. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.

Тема 2.1 Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Активные и пассивные, однофакторные и многофакторные эксперименты. Основные задачи планирования эксперимента. Основные виды математических моделей, применяемые при исследованиях в лесной промышленности.

Задачами регрессинного анализа являются: получение математической модели процесса; проверка адекватности полученной модели; оценка влияния каждого фактора на процесс.

Предпосылки, при которых может быть использован регрессинный анализ для получения математической модели:

1) Независимые переменные x_i не являются случайными величинами, и задаются они с высокой точностью.

2) Измеряемые выходные величины y_i являются независимыми нормально распределенными случайными величинами, и измеряются они с меньшей точностью.

3) Каждая из независимых переменных не является линейной комбинацией остальных независимых переменных.

4) Интервал между значениями факторов в соседних точках не должен быть меньше или равен ошибке, с которой задается этот интервал.

5) Значения отклика в точках факторного пространства должны определяться независимо друг от друга.

6) В исслед-уемом интервале варьирования факторов дисперсии воспроизводимости должны быть равны, а их выборочные оценки однородны. Проверка оценок дисперсии на однородность проводится по критериям Фишера, Кохрена и Бартлетта.

Активные и пассивные, однофакторные и многофакторные эксперименты.

Зависимость выходной величины (отклика) y от варьируемых факторов X1,X2,…, Xк, полученная с применением регрессионного анализа, называется регрессионной моделью:

y =f(X1,X2,…,Xk),

где f(X1,X2,…,Xk)-обозначение некоторой функции от варьируемых факторов, называемой функцией отклика.

Чтобы оценить применимость построенной модели, соответствие ее исследуемому объекту , в планировании эксперимента предусмотрена специальная процедура, называемая проверкой адекватности регрессионной модели. Модель в виде многочлена первого порядка сокращенно называют моделью первого порядка, или линейной. В общем случае, при наличии k варьируемых факторов линейная регрессионная модель объекта имеет вид

$y = B_0+B_1X_1+B_2X_2+\ldots+B_кX_к$,

где: $B_0,B_1,B_2,\ldots,B_к$- коэффициенты, числовые значения которых определяются по результатам эксперимента. Их называют коэффициентами регрессии, а уравнение в общем случае-уравнением регрессии.

Коэффициенты $B_0,B_1,B_2,\ldots,B_к$, стоящие перед обозначениями факторов $X_1,X_2,\ldots,X_к$, называют линейными коэффициентами регрессии, а коэффициент B_0-уравнением регрессии.

Обратимся к рассмотрению моделей второго порядка, то есть моделей в виде многочленов второго порядка от варьируемых факторов. Построим модель второго порядка например для трех варьируемых факторов:

$y= B_0+B_1X_1+B_2X_2+B_3X_3+B_{11}X_1^2+B_{22}X_2^2+B_{33}X_3^2+B_{12}X_1X_2+B_{13}X_1X_3+B_{23}X_2X_3$.

Модель второго порядка включает квадратичные члены, являющиеся произведениями коэффициентов регрессии на квадраты факторов: $B_{11}X_1^2, B_{22}X_2^2, \ldots, B_{кк}X_к^2$ и члены с парными взаимодействиями, которые представляют собой коэффициенты регрессии, умноженные на произведение двух различных факторов, то есть члены вида $B_{12}X_1X_2+B_{13}X_1X_3+B_{23}X_2X_3$.

Основные задачи планирования эксперимента.

В данном пункте рассматривается идея основного метода обработки результатов эксперимента с целью получения математического описания объекта-метода наименьших квадратов. Цель эксперимента-получение регрессионной зависимости $y=f(X_1)$, которая с достаточной точностью описывала бы результаты эксперимента. График зависимости $y=f(X_1)$-это искомая кривая.

Значениями фактора X_1, равным X_{11}, $X_{12},\ldots,X_{1N}$, соответствуют точки на кривой $y_1,y_2,\ldots,y_N$.

К обоснованию метода наименьших квадратов

Эти точки являются значения выходной величины, рассчитанными по уравнению регрессии $y=f(X_1)$:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{y}_1 = f(X_{11}); \\ \hat{y}_2 = f(X_{12}); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hat{y}_N = f(X_{1N}); \end{array}\right\}$$

Найдем величину $\delta_1=y_1-y_1$, которая характеризует отклонение результата эксперимента y_1 в точке X_{11} от значения функции отклика $y_1=f(X_{11})$ в этой же точке. Аналогично рассмотрим отклонения $\delta_2=y_2-y_2,\ldots,\delta_N=y_N-y_N$.

Согласно методу наименьших квадратов (МНК) оценки для коэффициентов регрессии отыскиваются из условия минимума суммы квадратов отклонений Ф, то есть

$$\Phi = \delta_1^2+\delta_2^2+\cdots+\delta_N^2 = (y_1-\bar{y}_1)^2+(y_2-\bar{y}_2)^2+\cdots+(y_N-\bar{y}_N)^2 =$$

$$= \sum_{j=1}^{N}\left(y_j-\bar{y}_j\right)^2 \rightarrow min$$

Выполнение этой процедуры дает возможность составить систему, число уравнений которой равно числу искомых коэффициентов регрессии. Такая система называется системой нормальных уравнений (СНУ).

Исходя из сформулированного требования, найдем формулы для вычисления коэффициентов регрессии в простейшем случае линейной модели с единственным фактором X_1. Это модель вида

$y = B_0 + B_1X_1$

Формулы для данной модели примут вид:

$$\left.\begin{array}{c} \widehat{y}_1 = B_0 + B_1X_{11} \\ \widehat{y}_2 = B_0 + B_1X_{12} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots. \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots.. \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots.. \\ \widehat{y}_n = B_0 + B_1X_{1N} \end{array}\right\}$$

Подставим найденные значения $y_1, y_2, \dots, y_N$ в формулу. Тогда

$$\Phi = (y_1 - B_0 - B_1X_{11})^2 + (y_2 - B_0 - B_1X_{12})^2 + \dots + (y_N - B_0 - B_1X_{1N})^2$$

Чтобы найти значения B_0 и B_1, при которых сумма Ф минимальна, возьмем производные от Ф по B_0 и по B_1 и приравняем их нулю:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial B_0} = 2(y_1 - B_0 - B_1X_{11})(-1) + 2(y_2 - B_0 - B_1X_{12})(-1) + \dots +$$
$$+2(y_N - B_0 - B_1X_{11})(-1) = 0$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial B_1} = 2(y_1 - B_0 - B_1X_{11})(-X_{11}) + 2(y_2 - B_0 - B_1X_{12})(-X_{12}) +$$
$$+ \dots + 2(y_N - B_0 - B_1X_{1N})(-X_{1N}) = 0$$

После элементарных преобразований эти уравнения примут вид:

$$NB_0 + B_1(X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1N}) = y_1 + y_2 + \dots + y_N;$$
$$B_0(X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1N}) + B_1(X_{11}^2 + X_{12}^2 + \dots + X_{1N}^2) =$$
$$= y_1X_{11} + y_2X_{12} + \dots + y_NX_{1N},$$

Или, короче

$$\left.\begin{array}{r} NB_0 + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j} = \sum_{j=1}^{N} y_j\,; \\ B_0\sum_{j=1}^{N} X_{1j} + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 = \sum_{j=1}^{N} X_{1j}y_j. \end{array}\right\}$$

Полученная система из двух линейных уравнений с двумя неизвестными B_0 и B_1 является системой нормальных уравнений. Решая ее, придем к искомым формулам.

$$\left.\begin{array}{l} B_0 = \dfrac{\left(\sum_{j=1}^{N} y_i\right)\left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2\right) - \left(\sum_{j=2}^{N} X_{1j}y_j\right)\left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}\right)}{N\left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2\right) - \left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}\right)^2}; \\ B_1 = \dfrac{N\left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}y_i\right) - \left(\sum_{j=2}^{N} y_j\right)\left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}\right)}{N\left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2\right) - \left(\sum_{j=1}^{N} X_{1j}\right)^2}. \end{array}\right\}$$

Для придания системе более симметричного вида введем фиктивный фактор X_0. Этот фактор не имеет физического смысла и в каждом опыте принимает одинаковые значения, равные $X_{01}=X_{02}=\dots=X_{0N}=1$. Теперь регрессионную модель можно представить следующим образом: $y=B_0X_0+B_1X_1$, а систему с введением фиктивного фактора можно переписать в виде

$$\left.\begin{array}{r} B_0\sum_{j=1}^{N} X_{0j}^2 + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{0j}X_{1j} = \sum_{j=1}^{N} X_{0j}y_j \\ B_0\sum_{j=1}^{N} X_{1j}X_{0j} + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 = \sum_{j=1}^{N} X_{1j}y_j \end{array}\right\}$$

Система нормальных уравнений имеет следующие особенности:

1)по диагонали левых частей уравнений под знаком суммы последовательно стоят квадраты независимых переменных;

2)относительно этой диагонали имеется симметрия;

3)в правой части системы под знаками суммы расположены произведения, полученные в результате умножения столбца выходной величины на столбец соответствующего фактора.

Для отыскивания трех неизвестных коэффициентов регрессии B_0, B_1 и B_{11} надо решить следующую систему из трех линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$\left.\begin{aligned}
&NB_0 + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j} + B_{11}\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 = \sum_{j=1}^{N} y_j;\\
&B_0\sum_{j=1}^{N} X_{1j} + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 B_1 + B_{11}\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^3 = \sum_{j=1}^{N} y_j X_{1j};\\
&B_0\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^3 + B_{11}\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^4 = \sum_{j=1}^{N} y_j X_{1j}^2.
\end{aligned}\right\}$$

Тема 2.2. Метод наименьших квадратов для многофакторных экспериментов. Статистический анализ уравнения регрессии. Методы экспериментальной оптимизации. Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий. Общие сведения. Метод дихотомии. Метод золотого сечения. Метод покоординатного поиска.

Пусть был поставлен эксперимент в котором факторы X_1,X_2 и X_3 принимали значения X_{11},X_{12},…,X_{1N}; X_{21},X_{22},..,X_{2N}; X_{31}, X_{32},..,X_{3N}. Введем фиктивную переменную X_0. Составим систему нормальных уравнений. Во всех уравнениях расположим коэффициенты B_i в одинаковом порядке

$$\left.\begin{aligned}
&B_0\sum_{j=1}^{N} X_{0j}^2 + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{0j}X_{1j} + B_2\sum_{j=1}^{N} X_{0j}X_{2j} + \cdots + B_k\sum_{j=1}^{N} X_{0j}X_{kj} = \sum_{j=1}^{N} X_{0j}y_j;\\
&B_0\sum_{j=1}^{N} X_{0j}X_{1j} + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 + B_2\sum_{j=1}^{N} X_{1j}X_{2j} + \cdots + B_k\sum_{j=1}^{N} X_{1j}X_{kj} = \sum_{j=1}^{N} X_{1j}y_j;\\
&B_0\sum_{j=1}^{N} X_{0j}X_{1j} + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 + B_2\sum_{j=1}^{N} X_{1j}X_{2j} + \cdots + B_k\sum_{j=1}^{N} X_{1j}X_{kj} = \sum_{j=1}^{N} X_{1j}y_j;\\
&B_0\sum_{j=1}^{N} X_{0j}X_{1j} + B_1\sum_{j=1}^{N} X_{1j}^2 + B_2\sum_{j=1}^{N} X_{1j}X_{2j} + \cdots + B_k\sum_{j=1}^{N} X_{1j}X_{kj} = \sum_{j=1}^{N} X_{1j}y_j;
\end{aligned}\right\}$$

Решая совместно систему получим значения B_0,B_1,B_2 и B_3.

Статистический анализ уравнения регрессии.

Таблицы в которых записаны условия опытов называют матрицами планов. Прежде чем проводить вычисления, запишем регрессионную модель в более симметричном виде, введя фиктивный фактор X_0:

$$\boldsymbol{y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_kx_k}$$

Номер опыта	X_1	X_2	…	X_k
1	X_{11}	X_{21}	…	X_{k1}
2	X_{12}	X_{22}	…	X_{k2}
3	X_{13}	X_{23}	…	X_{k3}
.	.	.	…	.
.	.	.	…	.
.	.	.	…	.
N	X_{1N}	X_{2N}	…	X_{kN}

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	…	X_k
1	X_{01}	X_{11}	X_{21}		X_{k1}
2	X_{02}	X_{12}	X_{22}		X_{k2}
3	X_{03}	X_{13}	X_{23}		X_{k3}
.	.	.	.		.
.	.	.	.		.
.	.	.	.		.
N	X_{0N}	X_{1N}	X_{2N}		X_{kN}

Теперь каждому слагаемому модели соответствует определенный столбец этой матрицы: слагаемому B_0X_0-столбец X_0; B_1X_1-столбец X_1 и т. д. такая матрица называется матрицей базисных функций.

$$\left.\begin{array}{l}
B_0\sum_{j=1}^{N}X_{0j}^2+B_1\sum_{j=1}^{N}X_{0j}X_{1j}+B_2\sum_{j=1}^{N}X_{0j}X_{2j}+\cdots+B_k\sum_{j=1}^{N}X_{0j}X_{kj}=\sum_{j=1}^{N}X_{0j}y_j;\\
B_0\sum_{j=1}^{N}X_{0j}X_{1j}+B_1\sum_{j=1}^{N}X_{1j}^2+B_2\sum_{j=1}^{N}X_{1j}X_{2j}+\cdots+B_k\sum_{j=1}^{N}X_{1j}X_{kj}=\sum_{j=1}^{N}X_{1j}y_j;\\
B_0\sum_{j=1}^{N}X_{0j}^2X_{2j}+B_1\sum_{j=1}^{N}X_{1j}X_{2j}+B_2\sum_{j=1}^{N}X_{2j}^2+\cdots+B_k\sum_{j=1}^{N}X_{2j}X_{kj}=\sum_{j=1}^{N}X_{2j}y_j;\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
B_0\sum_{j=1}^{N}X_{0j}^2X_{kj}+B_1\sum_{j=1}^{N}X_{1j}X_{kj}+B_2\sum_{j=1}^{N}X_{2j}X_{kj}+\cdots+B_k\sum_{j=1}^{N}X_{kj}^2=\sum_{j=1}^{N}X_{kj}y_j;
\end{array}\right\}$$

Отметим что число уравнений этой системы равно числу коэффициентов регрессии, подлежащих определению, т. е. в данном случае k+1. Ясно также, что в случае применения метода наименьших квадратов число опытов N должно быть не меньше числа p оцениваемых коэффициентов регрессии: $N \geq p$. План, для которого p=N называется насыщенным планом. Насыщенные планы не позволяют проверить адекватность математической модели. План, для которого pN называется ненасыщенным

Пусть в эксперименте варьируется k факторов, и X_i-любой из них, i-1,2,…,k. Его диапазон варьирования $X_{imin} \leq X_i \leq X_{imax}$. Величина X_{imax} называется верхним уровнем фактора X_i, а величина X_{imin}-его нижним уровнем. Середину диапазона варьирования фактора X_i назовем его основным уровнем.

Методы экспериментальной оптимизации.

идея обобщения метода наименьших квадратов на этот случай заключается в том, что любое произведение факторов, или их степень, можно рассматривать в качестве нового фактора. Пусть например экспериментатор, исследуя влияние трех факторов на объект, решил задаться моделью $y=B_0+B_1X_1+B_2X_2+B_{11}X_1^3+B_{22}X_2^2+B_{12}X_1X_2$.

Заменим члены второго и более высокого порядка новыми линейными членами $X_1^3=X_3$, $X_2^2=X_4$, $X_1X_2=X_5$. В результате исходная модель заменена линейной с пятью факторами. Таким образом, данный случай сводится к предыдущему. Для того чтобы выписать систему нормальных уравнений, аналогичным образом составляют матрицу базисных функций. Каждому слагаемому модели должен соответствовать определенный столбец матрицы. Поэтому он включает все степени и произведения факторов, которые фигурируют в модели.

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	X_1^3	X_2^2	X_1X_2
1	1	X_{11}	X_{21}	X_{11}^3	X_{21}^2	$X_{11}X_{21}$
2	1	X_{12}	X_{22}	X_{12}^3	X_{22}^2	$X_{12}X_{22}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
N	1	X_{1N}	X_{2N}	X_{1N}^3	X_{2N}^2	$X_{1N}X_{2N}$

С помощью этой таблицы можно составить систему нормальных уравнений.

Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий. Общие сведения.

Дисперсия возпроизводимости обозначается $s^2\{y\}$. Рассмотрим способы ее вычисления в зависимости от методики дублирования опытов.

1) Равномерное дублирование. Каждый из N запланированных опытов повторяется одинаковое число n раз, то есть имеется N серий, в каждой из которых ставиться n дублированных опытов

Обозначим результаты опытов первой серии через y_{11}, y_{22},…, y_{1n}. По ним можно рассчитать дисперсию первого опыта s_1^2:

$$s_1^2=[(y_{11}-\bar{y}_1)^2+(y_{12}-\bar{y}_1)^2+\cdots+(y_{1n}-\bar{y}_1)^2]/(n-1)=$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_{1i}-\bar{y}_1)^2/(n-1)$$

где $\bar{y}_1$- среднее по серии дублированных опытов, равное

$$\bar{y}_1=(y_{11}+y_{12}+\cdots+y_{1n})\Big/n=\sum_{i=1}^{n}y_{1i}/n$$

Аналогично рассчитываются средние y_j и дисперсии s_j^2 всех остальных опытов:

$$\bar{y}_j=\sum_{i=1}^{n}y_{ij}/n$$

$$s_j^2=\sum_{i=1}^{n}\left(y_{ji}-\bar{y}_j\right)^2/(n-1) \qquad j=1{,}2\ \ldots,N.$$

Отметим, что числа степеней свободы всех дисперсий одинаковы и равны n-1: $f_j=f=n-1$. В качестве дисперсии воспроизводимости $s^2\{y\}$ берется среднее арифметическое дисперсий опытов:

$$s^2\{y\}=\frac{s_1^2+s_2^2+\cdots+s_N^2}{N}=\frac{(y_{11}-\bar{y}_1)^2+(y_{12}-\bar{y}_1)^2+\cdots+(y_{1n}-\bar{y}_1)^2+(y_{21}-\bar{y}_2)^2+}{}$$

$$\frac{+(y_{22}-\bar{y}_2)^2+\cdots+(y_{2n}-\bar{y}_2)^2+\cdots+(y_{N1}-\bar{y}_N)^2+(y_{N2}-\bar{y}_N)^2+\cdots++(y_{Nn}-\bar{y}_N)^2}{N(n-1)}=$$

$$=\sum_{J=1}^{N}\sum_{I=1}^{n}\left(y_{ji}-\bar{y}_j\right)^2$$

Число степеней свободы f_y этой дисперсии равно сумме чмсел степеней свободы дисперсий опытов:

$$f_y=\sum_{j=1}^{N}f_j=N(n-1)$$

Необходимыми предпосылками статистического анализа является нормальность распределения выходной величины и однородность дисперсий опытов. Проверка однородности дисперсий опытов при равномерном их дублировании проводится по критерию Кохрена.

2) Неравномерное дублирование. Каждый j-й опыт повторяется в этом случае некоторое число n_j раз. Как и в предыдущем случае, вычисляются дисперсии первого, второго,…, j-го опытов: s_1^2, s_2^2,…,s_N^2, только вместо n здесь будет стоять n_j:

$$s_j^2=\sum_{i=1}^{n}\left(y_{ji}-\bar{y}_j\right)^2/(n_j-1)$$

Числа степеней свободы дисперсий, вообще говоря, различны: $f_j=n_j-1$. Дисперсия воспроизводимости для этого случая определяется по формуле

$$s^2\{y\}=(s_1^2f_1+s_2^2f_2+\cdots+s_N^2f_N)/(f_1+f_2+\cdots+f_n)=$$

$$=\sum_{j=1}^{N}s_j^2f_j\Big/\sum_{j=1}^{N}f_j$$

Число степеней свободы ее равно

$$f_y=\sum_{j=1}^{N}f_j=\sum_{j=1}^{N}(n_j-1)$$

Для проверки однородности дисперсий в данном случае необходимо воспользоваться критерием Бартлетта.

3) Рассмотрим частный случай неравномерного дублирования, когда из N поставленных опытов дублируется только один, для определенности-первый с числом повторений n_1

Построение и геометрическая интерпретация полного факторного плана

С данной главы начнем рассмотрение методов планирования многофакторных экспериментов. Наиболее содержательными рекомендациями в планировании эксперимента являются ответы на вопросы: как, на каких уровнях и в каких сочетаниях варьировать факторы в эксперименте? Этим рекомендациям можно следовать, если все варьируемые факторы являются управляемыми.

Полными факторными планами (ПФП) называют такие планы, в которых число уровней варьирования всех факторов одинаково и всевозможные комбинации этих уровней встречаются одинаковое количество раз. Ниже подробно рассматриваются ПФП, в которых число уровней каждого фактора равно двум. Эти планы обозначаются 2к, где к - число факторов. По результатам ПФП 2к всегда можно получить линейную модель, то есть модель вида

y = Bo + B1X1+ B2X2 + ... + BkXk.

Как будет показано ниже, эту модель можно дополнить членами, содержащими произведения факторов, но в любом случае при построении регрессионной модели по результатам полного факторного плана 2к предполагается линейная зависимость выходной величины от каждого из варьируемых факторов. В деревообработке, как и в других отраслях, ПФП широко применяют на первых этапах экспериментального изучения объектов, при остром дефиците информации о закономерностях их функционирования.

Нормирование обозначений варьируемых факторов

Рассмотрим многофакторные планы (эксперименты). То есть будем считать, что на объект исследований воздействуют сразу несколько, в общем случае к, факторов, которые в натуральных обозначениях запишем так: X1,X2,...,Xк

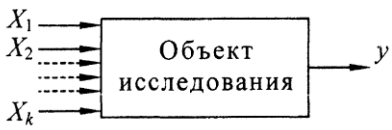


Рис. Геометрическое представление объекта исследования

Пусть некоторый фактор Xi варьируется в диапазоне Xi min < Xi < Xi max.. Для упрощения записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных имеет смысл перейти от натуральных обозначений факторов к безразмерным (нормализованным) обозначениям факторов, т. е. от Xi к xi по формуле

$$x_i = \frac{X_i - X_i^0}{\Delta_i}$$

Особенности полных факторных планов 2к

Каждый фактор в полных факторных планах варьируется лишь на двух уровнях, которые нормируются: (- 1) - нижний и (+ 1) - верхний уровень. В ПФП 2к реализуются все возможные сочетания уровней факторов.

Общее число различных опытов в ПФП N = 2к, где к - число факторов; 2 - число уровней их варьирования.

По результатам ПФП 2/с, в частности, можно получить линейное уравнение регрессии

$$\boldsymbol{y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \cdots + b_k x_k}$$

Случай двух варьируемых факторов (к = 2) в нормализованных обозначениях

ПФП для двух факторов легко построить перебором всех сочетаний их верхних и нижних уровней. Например, в табл. приведены два возможных варианта, где строки соответствуют различным опытам, а столбцы - значениям факторов в эксперименте. Эти таблицы будем называть матрицами планирования эксперимента. Из таблиц видно, что два значения факторов (- 1) и (+ 1) принимаются во всевозможных сочетаниях, то есть все их комбинации различны.

Номер	X1	X2
1	-1	-1
2	+ 1	-1
3	-1	+ 1
4	+ 1	+ 1

Номер	X1	X2
1	-1	+ 1
2	-1	-1
3	+ 1	+ 1

4	+ 1	-1

Метод дихотомии. Метод золотого сечения.

Наглядное представление об условиях постановки опытов можно получить, пользуясь геометрическими понятиями. Было введено понятие факторной плоскости - это координатная плоскость, по оси абсцисс которой отложены значения хь а по оси ординат - значения х2- Построим на этой плоскости точки, координаты которых соответствуют координатным значениям факторов в опытах 1, 2, 3 и 4 ПФП 22

Точки этого плана образуют вершины квадрата, центр которого совпадает с началом координат. Внутренность квадрата является областью варьирования нормализованных факторов.

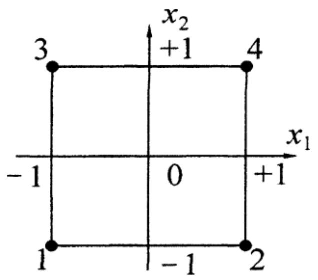


Рис. Геометрическое изображение ПФП для к - 2 в нормализованных обозначениях факторов

Рис. Геометрическое изображение ПФП для к = 2 в натуральных обозначениях факторов

Точки этого же плана для натуральных значений факторов представляют собой прямоугольник В этих координатах область варьирования факторов представляет собой внутренность прямоугольника.

Для геометрического изображения ПФП 23 потребуется уже факторное пространство с тремя координатами x1, x2,x3. В этих координатах опытам ПФП 23 соответствуют вершины куба, а в натуральных обозначениях факторов - вершины параллелепипеда. Геометрические представления оказываются полезными и при рассмотрении экспериментов с числом факторов к, большим трех, хотя в этом случае и нет возможности изобразить точки факторного пространства на чертеже. Так, опыты ПФП 24 образуют вершины куба в четырехмерном пространстве факторов. Такую фигуру обычно называют гиперкубом.

Способы построения ПФП для любого числа факторов

Как уже отмечалось для двух факторов все возможные сочетания уровней факторов легко найти перебором. С увеличением числа факторов следует запомнить некоторые приемы. Рассмотрим два наиболее распространенных приема:

1.Чередование знаков факторов. Здесь в столбце x1 табл. 6.4 знаки меняются поочередно, в столбце x2 чередуются по два, в столбце хз по четыре. При большем количестве факторов в эксперименте знаки для x4 необходимо чередовать уже по восемь и т. д. по степеням двойки. Можно заполнять столбцы не с первого, а с любого фактора. В конечном счете будет получен тот же ПФП, но с другой нумерацией опытов.

2.Использование правила перемножения столбцов плана. При построчном перемножении двух столбцов плана произведение едининиц с одинаковыми знаками дает (+1) с разными (-1)

Свойства полных факторных планов 2к

Особое место, занимаемое полными факторными планами 2к в теории эксперимента, связано с целым рядом их достоинств, по сравнению с другими планами, позволяющими получить регрессионные модели аналогичного вида. Эти достоинства проявляются в ценных свойствах регрессионных моделей, полученных по результатам реализации ПФП 2 : независимые друг от друга оценки коэффициентов регрессии, минимальные их дисперсии, а также простота обработки результатов экспериментов. Хорошие качества ПФП 2 объясняются рядом особенностей матриц этих планов.

Матрицы ПФП 2к в нормализованных обозначениях обладают следующими характерными свойствами.

Симметричность относительно центра эксперимента.

Сумма значений любого фактора в нормализованных обозначениях для всех опытов равна нулю (алгебраическая сумма элементов каждого столбца равна нулю), то есть

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 0, \qquad \{x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{iN} = 0\}$$

Нормированность. Сумма квадратов значений каждого фактора в нормализованных обозначениях по всем опытам равна числу опытов N (сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов N), то есть

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 = N, \quad \{x_{i1}^2 + x_{i2}^2 + \cdots + x_{iN}^2 = N\}$$

Ортогональность. Скалярное произведение двух любых столбцов матрицы ПФП в нормализованных обозначениях равно нулю, то есть

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij}x_{ij} = 0, \quad \{x_{i1}x_{u1} + x_{i2}x_{u2} + \cdots + x_{iN}x_{uN} = 0\}, \quad i \neq u; \quad i,u = 1,2,3,\ldots k.$$

Матрицы планов, обладающие свойством , называются ортогональными.

Свойство ротатабельности означает, что точки в ПФП подбираются так, что точность значений отклика одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления.

Продемонстрируем эти свойства на примере. Пусть даны два ПФП .Определим, который из них удовлетворяет первым трем свойствам.

№ опыт	X11	X22	x3
1	-1	-1	+ 1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1
5	-1	-1	-1
6	+1	-1	+ 1
7	-1	+ 1	+ 1
8	+1	+ 1	-1

№ опыт	x1	X22	x3
1	-1	-1	+ 1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	+ 1
4	+1	+1	-1
5	-1	-1	+ 1
6	+1	-1	-1
7	-1	+ 1	+ 1
8	+1	+ 1	-1

Так для ПФП, приведенного в табл. имеем следующее. Свойство симметричности:
для
Свойство нормированности:
для первого столбца

$$x_{11}^2+x_{12}^2+x_{13}^2+x_{14}^2+x_{15}^2+x_{16}^2+x_{17}^2+x_{18}^2=+1+1+1+1+1+1+1+1=8$$

для второго столбца

$$x_{21}^2+x_{22}^2+x_{23}^2+x_{24}^2+x_{25}^2+x_{26}^2+x_{27}^2+x_{28}^2=+1+1+1+1+1+1+1+1=8$$

для третьего столбца

$$x_{31}^2+x_{32}^2+x_{33}^2+x_{34}^2+x_{35}^2+x_{36}^2+x_{37}^2+x_{38}^2=+1+1+1+1+1+1+1+1=8$$

Свойство ортогональности:
для первого и второго столбцов

$$x_{11}x_{21}+x_{12}x_{22}+x_{13}x_{23}+\cdots+x_{18}x_{28}=(-1)(-1)+(+1)(-1)+$$
$$+(-1)(+1)+(+1)(+1)+(-1)(-1)+(+1)(-1)+(-1)(+1)+(+1)(+1)=0$$

для второго и третьего столбцов

$$x_{21}x_{31}+x_{22}x_{32}+x_{23}x_{33}+\cdots+x_{28}x_{38}=(-1)(+1)+(-1)(-1)+$$
$$+(+1)(-1)+(+1)(+1)+(-1)(-1)+(-1)(+1)+(+1)(+1)+(+1)(-1)=0$$

для первого и третьего столбцов

$$x_{11}x_{31}+x_{12}x_{32}+x_{13}x_{33}+\cdots+x_{18}x_{38}=(-1)(+1)+(+1)(-1)+$$
$$+(-1)(-1)+(+1)(+1)+(-1)(-1)+(+1)(+1)+(-1)(+1)+(+1)(-1)=0$$

Свойство симметричности выполняется для трех столбцов хь x2 и x3, так как значения (- 1) и (+ 1) встречаются одинаковое число раз в каждом столбце. Свойство нормированности также выполняется для x1 x2 и x3, так как (- 1) и (+ 1) дает плюс единицу.

Расчет коэффициентов регрессии линейной модели по результатам ПФП 2*

В основе расчета коэффициентов регрессии математической модели, полученной по результатам ПФП, лежит метод наименьших квадратов (МНК), подробно рассмотренный выше. Применение этого метода требует громоздких вычислений: необходимо решить определенным образом составленную систему из N линейных уравнений с р неизвестными, где р - число оцениваемых коэффициентов регрессии. Свойства матриц ПФП значительно облегчают расчет коэффициентов регрессии по результатам соответствующего эксперимента, сводя его к простейшим вычислениям.

В соответствии с матрицей базисных функций составим систему нормальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&b_0\sum_{j=1}^{N}\overset{N}{x_{0j}^2}+b_1\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{0j}x_{1j}}+b_2\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{0j}x_{2j}}+b_3\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{0j}x_{3j}}=\sum_{j=1}^{N}y_jx_{0j};\\
&b_0\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{0j}x_{1j}}+b_1\sum_{j=1}^{N}\overset{N}{x_{1j}^2}+b_2\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{1j}x_{2j}}+b_3\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{1j}x_{3j}}=\sum_{j=1}^{N}y_jx_{1j};\\
&b_0\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{0j}x_{2j}}+b_1\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{1j}x_{2j}}+b_2\sum_{j=1}^{N}\overset{N}{x_{2j}^2}+b_3\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{2j}x_{3j}}=\sum_{j=1}^{N}y_jx_{2j};\\
&b_0\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{0j}x_{3j}}+b_1\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{1j}x_{3j}}+b_2\sum_{j=1}^{N}\overset{0}{x_{2j}x_{3j}}+b_3\sum_{j=1}^{N}\overset{N}{x_{3j}^2}=\sum_{j=1}^{N}y_jx_{3j}.
\end{aligned}\right\}\quad(6.5)$$

Эффекты взаимодействий факторов ПФП 2k

Во многих случаях степень влияния одного фактора зависит от уровня, на котором находится другой фактор. Тогда говорят о наличии эффекта взаимодействия между этими факторами.

Полный факторный план 2к позволяет, кроме линейных коэффициентов регрессии, оценить всевозможные эффекты взаимодействия факторов. Рассмотрим вначале эксперимент с двумя факторами. Здесь существует единственное - парное - взаимодействие между факторами x1 и x2, коэффициент при котором b12 можно оценить по результатам ПФП. Таким образом, с помощью ПФП 22 можно построить модель вида

$$y=b_0+b_1x_1+b_2b_2+b_{12}x_1x_2$$

Заметим, что в такой модели число р коэффициентов регрессии равно четырем. Оно совпадает с числом N поставленных опытов. Это означает, что ПФП 22, по результатам которого отыскивается модель , является насыщенным. Возможность ПФП оценивать эффекты взаимодействия факторов объясняется свойствами матрицы базисных функций ПФП.

Число коэффициентов регрессии определяют по формулам:

а) для линейного уравнения

$$p = k + 1$$

б) для неполного квадратного уравнения

$$p = \frac{k(k+1)}{2} + 1$$

в) для полного квадратного уравнения

$$p = \frac{k(k+3)}{2} + 1$$

Еще раз отметим, что число вычисленных коэффициентов не должно быть больше числа поставленных опытов, т. е. p<N. Если p<N, план называется ненасыщенным. Если p=N, план называется насыщенным, и если p>N - сверхнасыщенным. Проверку адекватности выполняют только для ненасыщенных планов.

Метод планирования экспериментов с качественными факторами. Однофакторный дисперсионный анализ.

Свойства матрицы ПФП упрощают не только расчет коэффициентов регрессии, но и статистический анализ регрессионной модели, полученной по результатам его реализации.

Благодаря этим свойствам матрица (XTX)-1 оказывается диагональной. В результате все ковариации между коэффициентами регрессии равны нулю. Следовательно, коэффициенты регрессии определяются независимо друг от друга, и отпадает надобность в пересчете их величин после отбрасывания незначимых членов в уравнении регрессии. Кроме того, дисперсии всех коэффициентов регрессии равны между собой определяются по формулам

а) при равномерном дублировании опытов

$$s^2\{b_i\} = s^2\{y\}/(nN)$$

где s2{y} - оценка дисперсии воспроизодимости;

N - число основных опытов, запланированных матрицей, т.е. число серий опытов, каждая из которых содержит п дублированных опытов;

б) при отсутствии дублированных опытов

$$s^2\{b_i\} = s^2\{y\}/N$$

При равномерном дублировании опытов сохраняются свойства

матрицы планирования, а следовательно, и все достоинства ПФП. Формулы для коэффициентов регрессии, как уже отмечалось, также остаются справедливы с учетом того, что в качестве значений отклика в них следует брать средние по результатам серий дублированных опытов.

Неравномерное дублирование опытов нарушает ортогональность плана. Перечисленные выше свойства матрицы ПФП и формулы для расчета коэффициентов регрессии по его результатам оказываются несправедливыми. Для расчета коэффициентов регрессии в этом случае приходится пользоваться общей формулой.

Для оценки значимости коэффициентов регрессии, найденных по результатам ПФП, используется, как и в общем случае,t -критерий Стьюдента. Коэффициенты регрессии, для которых выполняется неравенство , приравниваются нулю в уравнении регрессии, при этом пересчет коэффициентов регрессии не производится.

По результатам ПФП можно определить независимо друг от друга и доверительные интервалы для всех коэффициентов регрессии по формулам .

Проверка адекватности математической модели, построенной по результатам реализации ПФП, проводится так же, как и в общем случае .

Пример применения ПФП 23 для исследования влияния факторов гидролиза древесной массы на прочность древесноволокнистых плит (ДВП)

Эксперимент был поставлен в объединении «Бобруйскдрев» (Л.И. Рыщук). Предварительными исследованиями установлено, что важнейшими факторами гидролиза древесной массы, влияющими на предел прочности при изгибе 0ИЗг> МПа, являются: температура t, °С; время т, мин; кислотность древесной массы v, pH.

Формула связывающая нормализованные и натуральные значения факторов, имеет в данном случае следующий вид:

$$x_1 = (t - 40)/20;$$

$$x_3 = (\mathrm{v} - 4{,}85)/0{,}35;$$

Для проверки гипотезы о нормальном распределении выходной величины была поставлена отдельная серия из 50 опытов в условиях: t = 20 °С; τ = 0 мин; v = 5,2 pH. Нормальность распределения проверялась по критерию χ2 Пирсона. Вычисленное значение =3,55 оказалось меньше найденного при уровне значимости q = 0,05 (χ2абл =5,99). Это позволило принять гипотезу о нормальном распределении выходной величины эксперимента.

Далее на основе той же серии было рассчитано необходимое число дублированных опытов, которое оказалось равным п = 5.

Была проведена проверка однородности дисперсий опытов. Поскольку в данном случае имеется равномерное дублирование, здесь использовался критерий Кохрена. Максимальной из дисперсий оказалась дисперсия четвертого опыта s42 = 2,2. Поэтому

$$G_{\text{расч}} = s_4^2/(s_1^2 + s_2^2 + \cdots + s_8^2) = 2{,}2/11{,}25 = 0{,}196$$

Из таблиц распределения Кохрена для q - 0,01, f=n-1=4 (число степеней свободы каждой выборки), т = 8 (количество выборок) находим: Gтабл = 0,46. Полученное соотношение Gрасч < Gтабл позволяет принять гипотезу об однородности дисперсий опытов.

Находим оценку дисперсии воспроизводимости эксперимента как среднее арифметическое дисперсий опытов:

$$s^2\{y_i\} = \left(\sum_{j=1}^{8} s_j^2\right)\Big/ 8 = 11{,}225/8 = 1{,}4$$

Статистический анализ полученного уравнения регрессии начинали с отыскания дисперсий коэффициентов регрессии. Все они одинаковы и согласно формуле равны

$$s^2\{b_i\} = s^2\{y_i\}/nN$$

$$s^2\{b_i\} = 1{,}4/5 \cdot 8 = 0{,}035$$

Среднее квадратическое отклонение для каждого коэффициента регрессии составляет

$$s\{b_i\} = \sqrt{s^2\{b_i\}} = 0{,}187$$

Для оценки значимости коэффициентов регрессии проверялось для каждого из них соотношение. Величина tтабл найдена из таблиц t-распределения Стьюдента при уровне значимости q - 0,01 и числе степеней свободы fy, связанном с дисперсией воспроизводимости.

Далее была проверена адекватность математической модели. Дисперсия адекватности определена по формуле:

$$s_{\text{ад}}^2 = S_{\text{ад}}\Big/ f_{\text{ад}} = n\sum_{j=1}^{N} \left(\bar{y}_j - \hat{y}_j\right)^2/(N-p)$$

Здесь p - число коэффициентов регрессии анализируемой модели (6.21), равное 7;

y j - значение отклика в j- м опыте, рассчитанное по уравнению (6.21).

Затем найдено значение Fрасч

$$F_{\text{расч}} = s_{\text{ад}}^2/s^2\{y\} = 8{,}62/1{,}4 = 6{,}15$$

Из таблиц F-распределения для q = 0,01 и чисел степеней свободы= N-p = 8-7=1 (числитель) fy=N(n-1) = 32 (знаменатель) было найдено значение FТабЛ, равное 7,57. Поскольку Fрасч < Fтабл, была принята гипотеза об адекватности модели

Дробные факторные планы и их построение. Эксперименты в деревообрабатывающей промышленности, и особенно в лесопилении, в производстве ДСтП, ДВП, фанеры оказываются трудоемкими и дорогими.

Поэтому актуальной является проблема сокращения затрат на эксперимент и, в частности, уменьшение числа опытов. В этой ситуации находят широкое применение рассматриваемые ниже дробные факторные планы (ДФП). При заданном числе факторов ДФП содержат меньшее число опытов по сравнению с ПФП 2к. Но эта экономия достигается ценой упрощения математической модели. Напомним, что по результатам ПФП 2к можно оценить свободный член в регрессионной модели, все линейные коэффициенты регрессии и все взаимодействия факторов. Однако во многих случаях учет всех взаимодействий факторов не вызывается необходимостью. Так, при первоначальном изучении объектов часто ставят эксперименты с целью получения линейной мо дели. Для к варьируемых факторов такая модель имеет, как известно, вид y=b0+b1x1+b2x2+…+bkxk содержит (к + 1) коэффициент регрессии. Эксперимент, позволяющий отыскать эти коэффициенты, дол* жен содержать не менее чем (к + 1) опыт. С точки зрения экономий средств желательно, чтобы число опытов N не слишком превышало эту величину. С этой позиции ПФП при отыскании линейной модели неудовлетворительны. Действительно, число опытов ПФП, равное 2к, существенно превосходит величину (к + 1), начиная уже с трех факторов. Если же, кроме отыскания линейных коэффициентов, необходимо проверить адекватность уравнения регрессии, то эксперимент должен состоять из N\ = к + 2 опытов. Тогда: для к = 4, N = 24 = 16; N1 = к + 2 = 4 + 2 = 6, т. е. лишних 10 опытов; для к = 6, N = 26 = 64; N1 = к + 2 = 6 + 2 = 8, т. е. опытов больше в 8 раз; для к= 7, N = 27 = 128; N1= k+ 2 = 7 + 2 = 9, следовательно, лишних опытов более чем в 14 раз.

ПФП неэкономичны, даже если экспериментатора интересуют, кроме линейных коэффициентов регрессии, некоторые (но не все) взаимодействия факторов. Поэтому желательно сократить число опытов N за счет той информации, которая не является существенной при построении линейной модели. При этом необходимо сохранить основные свойства ПФП, то есть 1) симметричность относительно центра эксперимента; 2) нормированность; 3) ортогональность. Таким образом, наша задача сводится к минимизации числа опытов при ограничениях 1), 2), 3).

Применение двухфакторного дисперсионного анализа при исследованиях в лесозаготовительной и деревообрабатывающей отрасли.

Для уяснения идеи построения ДФП обратимся сначала к ПФП 22. В табл. воспроизведена матрица базисных функций этого плана, соответствующая модели.

Предположим, что по некоторым соображениям можно пренебречь парным взаимодействием x1x2. Тогда оставшийся вакантным столбец x1x2 можно использовать, варьируя в соответствии с элементами этого столбца некоторый третий фактор x3

Таким образом, для эксперимента тремя факторами получен план из четырех опытов, по результатам которого можно построить линейную модель:

Таблица 6.15 Таблица 6.16

№	X0	X1	X2	(x3) X1x2
1	+	_-	_-	+
2	+	+	-	-
3	+	-	+	-
4	+	+	+	+

№	X0	X1	X2	X3
1	+	_-	_-	+
2	+	+	-	-
3	+	-	+	-
4	+	+	+	+

Очевидно, что матрица плана в табл. 6.16, как и матрица в табл. 6.15, удовлетворяет свойствам. Планы такого типа, полученные из ПФП заменой некоторых взаимодействий новыми факторами, называют дробными факторными планами (ДФП) или дробными репликами полного факторного плана. В частности, план, приведенный в табл. 6.16, называют полурепликой (или 1/2-репликой) от ПФП 23. Его обозначают 23-1. Здесь 3 - число факторов, а единица символизирует тот факт, что только одно взаимодействие заменяется новым фактором. Именно такие ДФП и называют полурепликами. В ДФП 23-1 фактор x3 варьируется одинаково с парным взаимодействием xix2. Поэтому в уравнении регрессии нельзя отделить влияние фактора xз от влияния взаимодействия x1x2. Если обозначить через β истинные величины соответствующих коэффициентов регрессии, то можно сказать, что коэффициент b3 дает совместную, или смешанную, оценку двух истинных коэффициентов регрессии: β3 и β2. Символически это записывается так: b3 β3 + β12.

Если построить столбцы x1x3 и x2xз, то легко убедиться, что они совпадут со столбцами x2 и x1 .
Следовательно, имеем дополнительно смешанные оценки: b2-β2+β13; b1-β1+β23

Для большего числа факторов получение ДФП, т. е. минимизация числа опытов, сильно усложняется.

Дробные факторные планы различной дробности

Применив дробный факторный план (ДФП) (табл. 6.16) 23-1 с четырьмя опытами, мы использовали половину ПФП 23, т. е. полуреплику (1/2-реплику).

Объединив эти две полуреплики, мы получим ПФП 23 с раздельными оценками парных взаимодействий и линейных эффектов.

Возьмем теперь матрицу базисных функций ПФП 23 (табл. 6.17) и построим на ее основе ряд дробных факторных планов.

Если пренебречь тройным взаимодействием xix2x3 и вместо него поставить x4, то получим полуреплику 24-1 от ПФП 24. Когда известно, что можно пренебречь некоторыми или всеми парными взаимодействиями, то из ПФП 23 получим ряд новых ДФП.

Таблица 6.17

№	X1	X2	X3	X1x2	X2x3	X1x3	X1x2x3
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	+	-	+
3	_	+	-	_	-	+	+
4	+	+	-	+	-	_	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	_	+	-
7	-	+	+	-	+	_	-
8	+	+	+	+	+	+	+

Так, заменяя x\x2 на x5, получим 1/4-реплики от ПФП 25, которая обозначается 25-2. Заменяя x2x3 на x6, получим 1/8-реплики 26-3 от ПФП 26 и, наконец, заменяя X1X3 на x7, получим 1/16-реплики 27-4 от ПФП 27 при N = 8 и к = 7. Можно также получить ДФП для к = 15 с числом опытов N = 16. Тогда это будет 1/2048-реплики от ПФП 215, т. е. ДФП 215-11. Для реализации ПФП 215 потребовалось бы поставить 32768 опытов.

Выбор 1/4-реплики и ее разрешающая способность

Идею построения дробных реплик можно развивать дальше, заменяя в ПФП не одно, а большее число взаимодействий новыми факторами. При замене двух взаимодействий новыми факторами получим четверть- реплики (или 1/4-реплики) ПФП. Их условное обозначение 25-2.

В табл. 6.22 приведен план 1/4-реплики для пяти факторов, полученной заменой в ПФП 23 взаимодействий x1x2x3 и x2x3 факторами x4 и x5 соответственно.

Генераторы этого плана: x4 = x1x2x3; x5 = x2x3.

Для получения системы смешивания рассмотрим соответствующие определяющие контрасты: 1 =x1x2xзx4 и 1 =x2x3x5.

Таблица 6.22

Номер опыта	X1	x2	X3	X4	X5
1	_-	_-	-_	_-	+
2	+	_-	-	+	+
3	-	+	-	+	-
4	+	+		-	-
5	-	-	+	+	-
6	+	-	+	-	-

7	-	+	+	-	+
8	+	+	+	+	+

Кроме того, имеется еще один определяющий контраст, полученный перемножением двух записанных выше контрастов: 1 = x1x4x5. Все три контраста можно записать в виде одной цепочки равенств, которая называется обобщающим определяющим контрастом: 1 = X1X2X3X4 = x2x3x5 = =X1 X4X5.

Умножая его последовательно на x1 x2,..получим генераторы:

$$x_1 = x_2x_3x_4 = x_1x_2x_3x_5 = x_4x_5$$
$$x_2 = x_1x_3x_4 = x_3x_5 = x_1x_2x_4x_5$$
$$x_3 = x_1x_2x_3x_4 = x_2x_5 = x_1x_3x_45$$
$$x_4 = x_1x_2x_3 = x_2x_3x_4x_5 = x_1x_5$$
$$x_5 = x_1x_2x_3x_4x_5 = x_2x_3 = x_1x_4$$
$$x_1x_2 = x_3x_4 = x_1x_3x_5 = x_2x_4x_5$$
$$x_1x_3 = x_2x_4 = x_1x_2x_5 = x_3x_4x_5$$
$$x_2x_3 = x_1x_4 = x_5 = x_1x_2x_3x_4x_5$$

Отсюда имеем следующую систему смешивания:

Из нее следует, что в рассматриваемом плане все линейные эффекты смешаны с парными взаимодействиями. Если это не устраивает экспериментатора, то можно применить метод «перевала» [1], согласно которому данный план дополняется второй серией опытов, также представляющей собой 1/4-реплику. Эту новую реплику надо выбрать так, чтобы по результатам всего эксперимента в целом линейные эффекты были освобождены от эффектов парных взаимодействий. Обобщающий определяющий контраст такой реплики получается изменением знаков перед всеми тройными взаимодействиями в обобщающем определяющем контрасте первой четверть-реплики на противоположные.

При замене в ПФП трех взаимодействий новыми факторами получаются 1/8-реплики ПФП, обозначаемые 26-3. Аналогично строят реплики большей дробности.

Поскольку матрицы ДФП обладают теми же свойствами, что и матрицы ПФП, расчет коэффициентов регрессии по результатам ДФП, а также статистический анализ полученного уравнения регрессии проводятся с применением тех же формул и по тем же правилам, что и для полных факторных планов.

Рассмотрим пример применения ДФП. В МЛТИ (В .Г. Бирюков) исследовали влияние основных технологических факторов процесса прессования фанеры на ее прочностные показатели. Перечень варьируемых факторов приведен в табл. 6.23.

В основу экспериментального плана положена 1/4- реплика от ПФП 26 с генераторами:

$$x_5 = x_1x_2x_3; \;\; x_6 = x_1x_2x_4;$$

Применение латинских квадратов при исследованиях в лесозаготовительной и деревообратывающей отрасли

Большие неприятности исследователям доставляют систематические ошибки. Они искажают результаты эксперимента, а следовательно, и оценки коэффициентов регрессии. Пытаясь изменить их влияние, исследователи стремятся, по возможности, стабилизировать факторы, связанные с характеристиками экспериментальных образцов и условиями постановки эксперимента. К сожалению, это не всегда удается, особенно для экспериментов, проводимых в производственных условиях. Кроме того, результаты эксперимента, проведенного при жесткой стабилизации многих параметров, имеют ограниченную ценность, так как такие результаты применимы только в подобной ситуации, при тех же значениях стабилизированных факторов. Если при этом утратить чувство меры, то результаты экспериментов вообще не будут воспроизводимы. Можно, например, все опыты в эксперименте, связанном с исследованием усилий резания при поперечном раскрое бревен, выполнить на образцах из одного бревна, но большой практической ценности результаты такого эксперимента представлять не будут. Теория эксперимента рекомендует использовать наряду с традиционным способом стабилизации факторов, вносящих систематическую ошибку, принципиально другой подход к их исключению. Это так называемая рандомизация (от английского слова random - случайный). Метод рандомизации заключается в том, что для факторов, влияние которых вносит систематическую ошибку, задают случайные значения. Тем самым их влияние сказывается уже только на величине случайной ошибки, которая не искажает оценок математического ожидания коэффициентов регрессии.

Поскольку опасность появления систематических ошибок всегда существует, рекомендуется во всех случаях рандомизировать последовательность постановки опытов или применять другие средства уменьшения систематических ошибок, которые будут рассмотрены ниже. Систематические ошибки могут появляться из-за неучитываемого влияния свойств экспериментальных образцов, поэтому желательна рандомизация «по сырью». Если, например, для проведения эксперимента необходимо использовать несколько партий образцов, лучше для каждого опыта случайным образом выбирать партию, из которой берется образец. Аналогичным образом рандомизируются при необходимости и другие условия проведения эксперимента.

Разбиение матрицы плана на ортогональные блоки

В случаях, если можно предвидеть источник систематической ошибки и ее характер, возможно применение другого метода исключения систематических ошибок - разбиения матрицы плана на ортогональные блоки. Согласно этому методу запланированные опыты разбиваются на несколько блоков (групп). При реализации плана сначала ставятся опыты первого, потом второго и других блоков. Разбиение на блоки проводится так, чтобы исключить влияние систематической ошибки. Здесь используются свойства матрицы плана. Для ПФП, как известно, оценки любого взаимодействия факторов определяются независимо от оценок остальных коэффициентов регрессии. Если, воспользовавшись этим, заставить фактор, вызывающий систематическую ошибку, варьироваться так же, т. е. на тех же уровнях, что и некоторое взаимодействие, которым допустимо пренебречь, то влияние систематической ошибки не скажется на оценках всех остальных коэффициентов регрессии. При этом предполагается, что фактор, вызывающий систематическую ошибку, принимает только два значения, как и варьируемые факторы. Пусть, например, для ПФП 23 мешающий фактор - изменение внешних условий - сказывается на результатах той половины опытов, которые поставлены последними - каждый из них будет иметь систематическую ошибку, равную δ.

Здесь по-прежнему через yj, j - 1,..., 8, обозначены результаты опытов, свободные от систематических ошибок. При такой постановке опытов коэффициент 63, например, окажется равен

$$b_3 = {}^1/_8\,(-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8) + \delta/2$$

то есть вычисляется с систематической ошибкой 8/2. Для разбиения этой матрицы на блоки выберем наименее важное взаимодействие, которым можно пренебречь. Обычно, при отсутствии априорных сведений, выбирают взаимодействие наиболее высокого порядка, в данном случае X1X2X3. С уровнями этого взаимодействия свяжем фактор изменения внешних условий. Можно считать, что этот фактор тоже принимает два значения: значение (-1) соответствует времени проведения первой половины опытов, значение (+1) времени проведения второй половины опытов. Так как в первом опыте X1X2X3 = - 1, то первый опыт должен находиться в первом блоке, то есть среди первых четырех поставленных опытов, второй опыт будет во втором блоке, так как для него X1X2X3 равно (+1), третий опыт также попадет во второй блок, четвертый - в первый блок и т. д. Таким образом, в первом блоке окажутся опыты 1,4, 6, 7. Их ставят в первую очередь, и их результаты будут свободны от систематических ошибок. Опыты 2, 3, 5 и 8 образуют второй блок. Результаты этих опытов имеют систематические ошибки. Коэффициент b3 при такой постановке опытов окажется равным

$$b_3 = {}^1/_8\,[-y_1 - (y_2 + \delta) - (y_3 + \delta) - y_4 + (y_5 + \delta) + y_6 + y_7 + (y_8 + \delta)] =$$
$$= {}^1/_8\,(-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8)$$

Как видно, коэффициент b3 будет найден уже без систематической ошибки. Сопоставление оценок остальных коэффициентов регрессии при разбиении матрицы плана на блоки и без разбиения предоставляется читателю.

Аналогичным образом производится разбиение на два блока матрицы любого ПФП при к > 3.

В-планы второго порядка

Полные и дробные факторные планы позволяют получить линейное описание зависимости отклика от каждого из варьируемых факторов. При детальном изучении большинства процессов лесопромышленных и деревообрабатывающих производств такое представление оказывается слишком грубым. В такой ситуации необходимо обратиться к экспериментальным планам второго порядка.

Планами второго порядка называют такие планы многофакторного эксперимента, с помощью которых можно получить математическое описание объектов в виде полиномов второго порядка. Для трех факторов соответствующее уравнение регрессии записывается в виде

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{23}x_2x_3 + b_1x_1x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2$$

В общем случае, когда число варьируемых факторов равно к, модель имеет следующий вид:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_ix_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i<j}}^{k} b_{ij}x_ix_j + \sum_{i=1}^{k} b_{ii}\, x_i^2$$

Отметим, что планы, позволяющие получить линейную модель объекта, например, ПФП и ДФП, называют планами первого порядка.

Регрессионные модели называют, как уже отмечалось, моделями второго порядка, или квадратичными моделями. Число коэффициентов регрессии такой модели составляет

$$p = 1 + 2k\frac{k(k-1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

или

$$p = \frac{k(k+3)}{2} + 1$$

Из выражения видно, что реализация плана второго порядка позволяет описать зависимость выходной величины от каждого фактора в виде уравнения параболы. В соответствии с современными взглядами, в планировании эксперимента синтез экспериментальных планов производится с позиций некоторого критерия, связанного с оценками параметров получаемой регрессионной модели. Так были построены ортогональные планы второго порядка, позволяющие получать статистически не зависимые друг от друга оценки коэффициентов.

С позиций перечисленных критериев очень хорошо обстоит дело с линейными моделями. Рассмотренные в главе 6 ПФП и ДФП являются по отношению к этим моделям А-, G- и D-оптимальными, а также обладают свойствами ортогональности и ротатабельности. Вместе с тем построение D-оптимальных планов второго порядка для заданного числа опытов - задача, еще не решенная. Однако известен ряд планов, близких к D-оптимальным. Такими являются, в частности, рассматриваемые ниже В-планы второго порядка или планы типа В*. Эти планы оказались очень удобными для экспериментаторов и деревообработчиков из-за простоты их применения и других удобных свойств, о которых говорится ниже.

В В-планах второго порядка каждый фактор Xi варьируется на трех уровнях, т. е. принимает в каждом опыте одно из трех значений: наименьшее Ximin, наибольшее Ximax, и среднее =(Xmin +Zmax)/2.

В нормализованных обозначениях эти уровни обозначаются, соответственно, (-1), (+1), 0.

Назовем звездной точкой В-плана условия опыта, в котором один из факторов принимает нормализованное обозначение (+1) или (-1), а остальные фиксируются на основном ^фовне (ноль в нормализованных обозначениях). Например, звездные точки для плана с тремя факторами в нормализованных обозначениях:

$$\begin{gathered} x_1 = +1,\ \ x_2 = 0,\ \ x_3 = 0; \\ x_1 = -1,\ \ x_2 = 0,\ \ x_3 = 0; \\ x_1 = 0,\ \ x_2 = +1,\ \ x_3 = 0; \\ x_1 = 0,\ \ x_2 = -1,\ \ x_3 = 0; \\ x_1 = 0,\ \ x_2 = 0,\ \ x_3 = +1; \\ x_1 = 0,\ \ x_2 = 0,\ \ x_3 = -1; \end{gathered}$$

Очевидно, что при числе факторов k имеется 2к различных звездных точек.

В-план состоит из точек ПФП, к которым добавлено 2 к звездных точек. Общее число опытов В-плана, таким образом, равно N=2к +2к. Кроме того, при числе факторов к ≥5 можно построить разновидность В-плана, поставив полуреплику 2k-1и добавив к ней по-прежнему 2к звездных точек. Такой план называют В-планом с полурепликой. Он содержит N =2k-1;+2k опытов. Так, для к=5 В-план с ПФП содержит 25-1 + 2 • 5 = 42 опыта, а В-план с полурепликой 25-1+ 2 • 5 = 26 опытов. В табл. 7.1 и 7.2 приведены В-планы для £ = 2 и £ = 3.

Номер опыта	x1	x2	Номер опыта	x1	x2
ПФП 1	-1	-1	ПФП 1	-1	0
2	+1	-1	2	+1	0
3	-1	+1	3	0	-1
4	+1	+1	4	0	+1

Опыты ПФП и ДФП, входящие в состав В-плана, обычно называют его ортогональной частью. Связь нормализованных и натуральных обозначений факторов в В-плане задается формулой

Таблица 7.2

Номер опыта		x1	x2	x3	Номер опыта		x1	x2	x3
ПФП	1	-1	-1	-1	ПФП				
	2	+1	-1	-1		9	-1	0	0
	3	-1	+1	-1		10	+1	0	0
	4	+1	+1	-1		11	0	-1	0
	5	-1	-1	+1		12	0	+1	0
	6	+1	-1	+1		13	0	0	-1
	7	-1	+1	+1		14	0	0	+1
	8	+1	+1	+1					

Изобразим опыты В-плана для к-2 на факторной плоскости (табл. 7.1 и рис. 7.1). Как видно из рис. 7.1, звездные точки 5-8, дополняющие ПФП до В-плана, расположены в серединах сторон квадрата, вершинами которых являются точки ПФП. В более общем случае при к≥3 опыты ортогональной части плана образуют вершины куба (гиперкуба при к ≥4) в пространстве факторов, или часть его вершин при полуреплике. Звездные точки представляют собой центры граней этого куба.

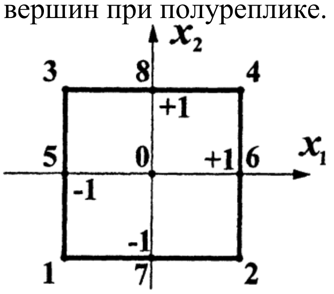


Рис. 7.1. Представление опытов плана В2 на факторной плоскости

Из геометрического рассмотрения следует, что область варьирования факторов в В-плане (как и в ПФП и ДФП) является куб (гиперкуб) в пространстве варьируемых факторов. Этот вывод должен привлечь внимание исследователя при определении диапазонов варьирования факторов: не будут ли в опытах ортогональной части нарушаться условия совместимости для варьируемых факторов из-за возможных ограничений.

План второго порядка, содержащий в своем составе план первого порядка, называют композиционным. Примерами композиционных планов служат, очевидно, В-планы. Свойство композиционности очень удобно для исследователя. Оно позволяет планировать и проводить эксперимент поэтапно. На первом этапе можно реализовать план первого порядка, например ПФП. Обработав его результаты, получим линейную модель или модель, содержащую, кроме линейных членов, взаимодействия факторов. Если такая модель окажется неадекватной, можно дополнительно поставить опыты в звездных точках. Вся совокупность опытов составит теперь В-план второго порядка. Обработка его результатов позволит получить уже квадратичную модель.

Для построения регрессионной модели по результатам В-плана нет необходимости обращаться к ЭВМ. Имеются формулы для статистических оценок коэффициентов регрессии, пригодные для «ручного» счета. Они применимы для широкого класса планов, называемых симметричными, к которым относятся В-планы второго порядка.

1.Отсутствие дублированных опытов (не считая опытов в центре плана). В этом случае N - число запланированных опытов. Например, для плана В, с ПФП в ортогональной части и с п0 опытами в центре плана.

2.Равномерное дублирование. В этом случае формулы по-прежнему справедливы, но под понимается среднее арифметическое по результатам j-й серии дублированных опытов; N - число серий дублированных опытов.

Применение В-плана второго прядка для исследования силовых характеристик процесса пиления древесины цепными моторными пилами

В эксперименте, проводимом в МЛТИ (Г. Ф. Шестаковский), был использован В-план с ПФП в ортогональной части для исследования влияния пяти основных факторов на силовые характеристики процесса пиления древесины цепными моторными пилами.

Формулы, связывающие нормализованные и натуральные обозначения, будут в данном случае иметь следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= (\Delta - 0{,}9)/0{,}3; \\ x_2 &= (v - 13{,}5)/4{,}6; \\ x_3 &= (F_{н} - 90)/30\,; \\ x_4 &= (l - 20)/10\,; \\ x_5 &= (L - 48)/18. \end{aligned}\right\}$$

Выходная величина эксперимента - усилие пиления Fu ,Н. Опыты проводились на древесине березы. Результаты предварительно проведенных экспериментов позволили принять гипотезу о нормальном распределении выходной величины - проверка проводилась по критерию $\chi 2$ Пирсона. На основе этих данных было рассчитано необходимое число п дублированных опытов, которое оказалось равным пяти.

Приведем некоторые общие выводы, касающиеся анализа и интерпретации квадратичной модели. Для этого лучше всего пользоваться уравнением в нормализованных обозначениях факторов.

Выше отмечалось: если уравнение регрессии отличается от линейного, то простое сравнение по абсолютной величине линейных коэффициентов регрессии не определяет относительную степень влияния факторов, поскольку присутствуют еще квадратичные члены и парные взаимодействия. И вообще, для квадратичной модели степень влияния фактора на изменение отклика не является постоянной. Она различна в разных точках диапазона варьирования данного фактора, а при наличии парных взаимодействий определяется еще и уровнями факторов, входящих в эти взаимодействия.

Пусть, например, при анализе квадратичной регрессионной модели y=f(x1, x2,…,xk факторы x3, x4, ..., xk зафиксированы на некоторых уровнях, в результате чего модель приобрела вид

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{12}x_2$$

Если же сравнивать факторы по максимальной степени их влияния в диапазоне варьирования, то, в общем случае, для i-го фактора критерием является максимальное по модулю значение величины

$$\partial_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} = b_i + 2b_{ii}x_i + \sum_{j \neq i} b_{ij}x_j$$

которое равно

$$|\partial_{\mathrm{i\,max}}| = |b_i| + 2|b_{ii}| + \sum_{j \neq i} |b_{ij}|$$

При изучении влияния некоторого фактора x, на изменение выходной величины наиболее наглядны графики зависимости y =f(xi), построенные по уравнению регрессии при различных фиксированных значениях остальных факторов. При сопоставлении таких графиков выявляется содержательный смысл парных взаимодействий факторов.

Обращаясь к уравнению параболы общего вида

$$y \;=\; b_0 + b_ix_i + b_{ii}x_i^2$$

напомним следующие факты:

если bii>0, то уравнение описывает вогнутую функцию (ветви параболы направлены вверх), а если bii < 0 - выпуклую;

абсцисса вершины параболы равна xiB = -bi /2bii. Из этой формулы вытекают остальные свойства;

если имеет место соотношение

$$|b_i| > 2|b_{ii}|$$

то вершина параболы находится вне диапазона варьирования фактора xt и, следовательно, уравнение описывает монотонную функцию. Если при этом bii□ 0, то эта функция монотонно возрастающая, а при bii< 0 - монотонно убывающая;

при наличии соотношения

$|b_i| < 2|b_{ii}|$

функция имеет экстремум внутри диапазона варьирования фактора Xi - максимум при bii< 0 или минимум при34 bii> 0.

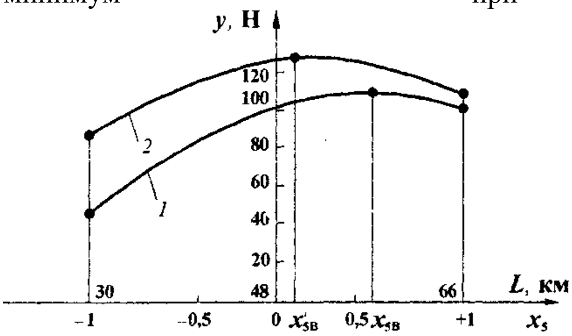


Рис. 7.2. Графики зависимостей y= f(L)

Отметим, что от графиков, построенных для нормализованных факторов, очень просто перейти к натуральным обозначениям факторов. Для этого достаточно, не изменяя самой кривой, перейти к другому масштабу по оси абсцисс. Фактически вместо указанных на оси абсцисс значений нормализованного фактора (-1) и (+1) надо написать значения нижнего и верхнего уровней соответствующего натурального фактора (см. рис. 7.2).

Униформ-ротатабельные и некоторые другие симметричные планы второго порядка

Построение униформ-ротатабелъных планов

Рассмотрим еще один широко распространенный вид планов второго порядка - центральные композиционные униформ-ротатабельные планы.

Одной из характеристик точности регрессионной модели является дисперсия значений отклика, предсказанных уравнением ретрессии.

Свойство ротатабельности плана означает, что точность уравнения регрессии, полученного по результатам его реализации, одинакова во всех точках факторного пространства, находящихся на одинаковом расстоянии от центра плана. В частном случае двух факторов точность модели постоянна для всех точек любой окружности с центром в начале координат факторной плоскости

Для планов, обладающих свойством ротатабельности без других дополнительных свойств, точность модели уменьшается при увеличении радиуса этой окружности. Свойство униформности в сочетании с ротата бельностью означает постоянство дисперсии s2{y} некоторой окрестности центра плана. Таким образом, униформ-ротатабельные планы с хорошей точностью описывают объект вблизи центра плана и со значительно большей погрешностью на границах области варьирования факторов. Благодаря этому свойству ротатабельные планы целесообразно применять для объектов деревообработки, математическое описание которых предполагается использовать впоследствии для оптимизации процесса, при условии, что искомый оптимум будет находиться недалеко от центра плана. Структура униформ-ротатабельного плана аналогична структуре В-плана. Ротатабельный план является композиционным и содержит в ортогональной части полный факторный план либо (при к > 5) его полуреп- лику. К этим опытам добавляются 2к звездных точек и некоторое число п0 опытов в центре плана. При этом, в отличие от В-плана, число опытов в центре униформ- ротатабельного плана задается однозначно в зависимости от числа варьируемых факторов исходя из требования униформности плана. Другое отличие ротатабельного плана от плана В* состоит в том, что значения факторов для опытов ортогональной части ротатабельного плана (ПФП или ДФП) располагаются не на границах диапазонов их варьирования, а внутри них. Тем не менее, значения факторов в этих опытах принято обозначать (“1) или (+1), а нижний и верхний уровни каждого фактора обозначаются соответственно (-а) и (+а), где а - положительное число, большее 1, называемое звездным плечом. Как и в В-плане, звездные точки, входящие в состав ротатабельного плана, представляют собой опыты, в которых один из варьируемых факторов находится на верхнем или нижнем уровне, а остальные - на основном уровне.

Величина звездного плеча а определяется по формуле а = 2к/4, если в ортогональной части плана содержится ПФП, либо по формуле а = 2(k-1)/4, если план содержит полуреплику.
Пусть известен диапазон варьирования натурального фактора Xi : Xi min ≤ Xi ≤Xi max- Тогда уровню (-α) надо сопоставить минимальное значение фактора Xi: Xi(-α) = Xi min; уровню (+) - максимальное его значение: Xi(+α) = Xi max; уровню (0) - середину диапазона варьирования:
$X_i^{(0)} + (X_{i\,\min} + X_{i\,\max})/2$
Уровню (-1) соответствует следующее натуральное значение фактора:
$$X_i^{(-1)} = X_i^{(0)} + \left(X_i^{(+\alpha)} - X_i^{(0)}\right)/\alpha$$
уровню (+1) – значение
$$X_i^{(+1)} = X_i^{(0)} + \left(X_i^{(+\alpha)} - X_i^{(0)}\right)/\alpha$$
С учетом этих обозначений формула (5.27J для перехода от нормализованных факторов к натуральным в случае применения ротатабельного плана остается справедливой:
$$x_i = \left(X_i - X_i^{(0)}\right)/\Delta_i$$
где Δi, равно
$$\Delta_i = X_i^{(+1)} - X_i^{(0)} = X_i^{(0)} - X_i^{(-1)}$$
Величина Δi, здесь уже не равна половине диапазона варьирования фактора
Методы исследования регрессионных моделей второго порядка для решения задач оптимизации
Регрессионная модель второго порядка дает богатую информацию о влиянии варьируемых факторов на выходную величину. Эту модель можно использовать также для оптимизации условий функционирования объекта. Имеется в виду отыскание таких значений варьируемых факторов внутри диапазона их варьирования, для которых значение выходной величины оказывается максимальным или минимальным. Экспериментальные методы решения этой задачи будут рассмотрены в главе 9.
Для исследования поверхности отклика с целью оптимизации обычно использовалось каноническое преобразование уравнения регрессии
Более эффективным методом отыскания оптимальных условий функционирования объекта по уравнению регрессии второго порядка является диссоциативно-шаговый метод
Основной интерес представляет анализ многофакторной модели, содержащей к факторов, при наличии парных взаимодействий. В этом случае согласно диссоциативно-шаговому методу на основе исходной модели записывается к квазиоднофакторных моделей, то есть моделей, каждая из которых содержит линейные и квадратичные члены только одного фактора исходной модели, а также парные взаимодействия этого фактора с остальными. Дальнейшее изложение, разбитое на этапы, будет относиться к случаю отыскания максимума функции отклика. Случай минимизации сводится к предыдущему изменением знаков всех коэффициентов регрессии в исходной модели на противоположные.
Этап 1. Из системы квазиоднофакторных моделей, полученных на основе исследуемой модели, выбирают те, для которых bii≥0. Для всех таких моделей максимум достигается на границе области варьирования фактора xi, то есть при xi = +1 или при xi = -1. Если при этом выполняется условие
$$|b_i| \geq \sum_j |b_{ij}|$$
то знак xiопт совпадает со знаком bi а именно: если bi, > 0, xiопт = +1; если
$$b_i < 0,\ \ x_{i\,\text{опт}} = -1.$$
Этап 2. Если при выполнении условия Ьи > 0 условие (7.34) не выполняется, то следует рассмотреть две конкурирующие модели: одну, полученную из исходной модели при xt = -1 (с учетом найденных ранее оптимальных значений факторов), другую - при x, = +1. Дальнейшему исследованию можно подвергать только ту из этих двух конкурирующих моделей, для которой сумма абсолютных величин свободного члена и всех линейных коэффициентов регрессии наибольшая, то есть
$$|b_i| + \sum_{i \neq j} |b_i| \to \max$$

Именно по этой модели будет получено максимальное значение отклика.
Этап 3. Для тех квазиоднофакторных моделей

$$y_i = b_0 + b_{ii}x_i^2 + b_i x_i + \sum_{i\neq j} b_{ij} x_i x_j$$

у которых bii < 0 и, кроме того, выполняется соотношение

$$|b_i| + \sum_{i\neq j} |b_{ij}| \leq 2|b_{ii}|,$$

величина x/опт определяется из условия равенства нулю производной функции по xi:
36

$$\boldsymbol{\partial y_i/\partial x_i = 2b_{ii}x_i + b_i + \sum_j b_{ij}x_j = 0}$$

Отсюда

$$x_{i\text{в}} = x_{i\text{опт}} = -b_i/2b_{ii} - \sum_{i\neq j} b_{ij}\, x_j/2b_{ii}$$

то есть xiопт представляет собой линейную функцию от Xj. Подстановка этой функции в исходную модель позволяет уменьшить на единицу число переменных и перейти к следующему шагу оптимизации.
Этап 4. Если для модели с отрицательными квадратичными коэффициентами, bii < 0, соотношение не выполняется, то есть имеет место неравенство

$$|b_i| + \sum_{i\neq j} |b_{ij}| > 2|b_{ii}|,$$

то проверяют дополнительное условие

$$|b_i| - \sum_{i\neq j} |b_{ij}| \geq 2|b_{ii}|,$$

Если оно выполняется, то xiопт равно либо (-1) при bi< 0, либо (+1) при bi> 0. Если при выполнении условия соотношение не имеет места, то для одной части диапазона варьирования фактора xi величина xiопт определяется из формулы, а для другой части, xiопт принимает граничное значение (-1) или (+1). Применение насыщенных дробных реплик в роли планов отсеивающего эксперимента
Задача планирования отсеивающих экспериментов состоит в выявлении важнейших факторов, определяющих протекание процесса, из большого числа этих факторов, воздействующих на объект. В пункте 4.14 был рассмотрен метод решения этой задачи с помощью экспертных оценок, без проведения специального эксперимента. В данной главе излагаются экспериментальные методы решения поставленной задачи. Ее особенности заключаются в необходимости включить в эксперимент максимально возможное число факторов из опасения пропустить значимые эффекты и в том, что отсеивающий эксперимент, как правило, не является конечным этапом исследования: доминирующие факторы, выявленные на стадии проведения отсеивающего эксперимента, подвергаются дальнейшему исследованию, например, для построения математической модели объекта. Результаты отсеивающего эксперимента, т. е. список доминирующих факторов, справедливы только при выбранных диапазонах варьирования факторов.
Для читателя, ознакомившегося с предыдущими главами этой книги, очевидны идеи, лежащие в основе большинства этих методов. Если для к варьируемых факторов получить даже приближенное описание объекта линейной моделью, то, сравнивая абсолютные величины коэффициентов регрессии, можно легко выявить важнейшие факторы: чем больше абсолютная величина линейного коэффициента регрессии в нормализованных обозначениях, тем сильнее влияние соответствующего фактора. Поскольку отсеивающие эксперименты должны включать все «подозреваемые» эффекты, а значит, как правило, большое число факторов, то реализация их требует и значительного числа опытов. В этом случае надо искать предельно экономные экспериментальные планы первого порядка. При планировании отсеивающего эксперимента не обязательно предполагать проверку адекватности регрессионной модели, имея в виду продолжение исследований. Поэтому в качестве планов отсеивающего эксперимента целесообразно пользоваться насыщенными или близкими к насыщенным экспериментальными планами, позволяющими получить линейную модель объекта. Планами, удовлетворяющими этим условиям, являются, в частности, насыщенные дробные реплики полных факторных планов, рассмотренные в пункте 6.7. Применение насыщенных дробных реплик в роли планов отсеивающего эксперимента.

Применение плана Плакетта-Бермана при выявлении доминирующих факторов, влияющих на процесс шлифования древесностружечных плит (ДСтП)

Дробные факторные планы (ДФП) можно построить, как известно, только для числа опытов, являющегося степенью двух, т. е. для чисел N, равных 4, 8, 16, 32, 64 и т. д. Это ограничивает их применение в качестве планов отсеивающего эксперимента. Если, например, необходимо включить в эксперимент 20 факторов, то наименьшее число опытов дает дробная реплика 220-15 - это план, содержащий 32 опыта и. уже не являющийся насыщенным. Оказывается, насыщенные ортогональные планы можно построить не только для указанных значений N, но и для любых других N, кратных четырем. Такие планы называют планами Плакетта-Бермана. В качестве планов отсеивающего эксперимента эти планы наиболее популярны для N = 12, 20, 24 и 36. Число варьируемых факторов равно, соответственно, 11, 19, 23 и 35. Для построения этих планов используются комбинации знаков

Столбец X2 для тех же опытов получают сдвигом столбца хх на одну позицию вниз, при этом знак минус из последней строки записывают в первую. Аналогично, столбец для опытов 1-11 представляет собой предыдущий столбец *2, сдвинутый вниз на одну позицию, причем знак плюс вместо 12-й строки записывают в 1-ю. По такому же правилу заполняют столбцы, соответствующие остальным факторам. В качестве 12-й строки записывают строку из минусов. Этот же принцип лежит в основе построения насыщенных планов Плакетта-Бермана для N = 20, 24 и 36. При этом используют, соответственно, строки 2, 3,4 табл. .

Номер опыта	X1	X2	x3	x4	x5	X6	x7	x8	X9	X10	X11
1	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-	+
2	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-
3	-	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+
4	+	-	+	+	-	+	-	-	-	+	+
5	+	+	-	+	+	-	+	-	-	-	+
6	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	-
7	-	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-
8	-	-	+	+	+	-	+	+	-	+	_
9	-	-	-	+	+	+	-	+	+	-	+
10	+	-	-	-	+	+	+	-	+	+	-
11	-	+	-	-	-	+	+	+	-	+	+
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Будучи насыщенными, планы Плакетта-Бермана позволяют получить линейную модель объекта с числом факторов, на единицу меньше, чем число поставленных опытов. Разумеется, в исследование можно включить число факторов и меньшее, чем (N - 1). При этом оставшиеся столбцы матрицы плана просто не используются.

Планы Плакетта-Бермана обладают всеми свойствами полных и дробных факторных планов - свойствами симметричности, нормированности и ортогональности. Благодаря этому коэффициенты линейных регрессионных моделей, полученных по результатам применения рассматриваемых планов, определяют по тем же формулам, что и для ПФП и ДФП.

Метод случайного баланса

Как уже отмечалось, метод случайного баланса представляет собой метод отсеивающего эксперимента, позволяющий выявить важнейшие линейные эффекты и парные взаимодействия факторов. Данный метод предполагает применение сверхнасыщенных планов. Это такие планы, при которых число исследуемых эффектов и их взаимодействий превосходит число поставленных опытов. Основная предпосылка, при которой может применяться метод случайного баланса, заключается в следующем: среди большого числа подозреваемых эффектов существует только несколько действительно существенных, а все остальные могут быть признаны незначимыми и отнесены к «шумовому полю». Начальным этапом отсеивающего эксперимента является составление матрицы плана. Их строят различными способами, исходя из критерия минимума максимального коэффициента корреляции между столбцами. Составлением этих планов может заняться и сам экспериментатор [30], но более эффективно использование известных планов с хорошими характеристиками [38].

Обработку результатов эксперимента по методу случайного баланса можно выполнять с использованием вычислительной техники или вручную. Компьютерная обработка результатов эксперимента является более эффективной. Ее выполняют по специальным программам, составленным на основе алгоритма «ветвящейся стратегии» или последовательного алгоритма Эфраимсона [38]. При трудоемкой ручной обработке результатов эксперимента удобно производить анализ материала графически, используя диаграммы рассеяния результатов наблюдений по каждому из факторов (рис. 8.1).

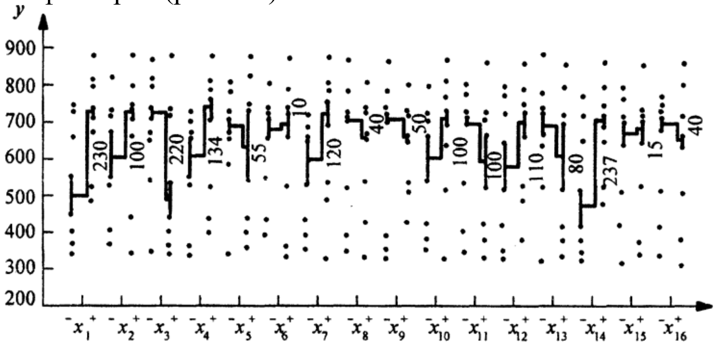


Рис. 8.1. Диаграмма рассеяния

По оси абсцисс диаграммы откладывают уровни факторов (в произвольном масштабе), по оси ординат - значения выхода. Для каждого фактора наносят одинаковое число точек, равное числу опытов N. Эти точки разбиты на две группы: одна из них относится к опытам, где данный фактор находится на верхнем уровне, другая группа - к опытам, где фактор находится на нижнем уровне. Степень влияния данного фактора на отклик оценивают по разности между значениями некоторого показателя, характеризующего центр группирования совокупности точек для разных уровней одного фактора.

В качестве такого показателя в методе случайного баланса обычно используют медиану, применение'которой в данном случае более эффективно, чем среднее арифметическое. Медиану проводят так, чтобы по обе ее стороны число точек было одинаково. Если общее число точек в ряду нечетно и равно (2т + 1), то медиана проходит через (т + 1)-ю точку. Если число точек четно и равно 2т, то медиану отыскивают как среднее арифметическое значение отклика для m-й и (т + 1)-й точек (считая снизу вверх). На рис. 8.1 медианы отмечены горизонтальными черточками, проведенными посредине между четвертой и пятой точками.

Если для какой-нибудь клетки опыты отсутствуют, переходят к таблице с числом входов на единицу меньше. При этом исключают один из факторов - тот, который имеет наибольшую корреляцию с одним из остальных факторов. Далее можно вычислять оценки линейных коэффициентов регрессии по известным формулам для ПФП. Однако в методе случайного баланса чаще пользуются удвоенными линейными коэффициентами регрессии ai= 2bi. Их называют линейными эффектами факторов. Линейный эффект фактора по своему физическому смыслу равен, очевидно, приращению отклика при переходе данного фактора с нижнего уровня на верхний. Зная формулы для коэффициентов регрессии, легко написать их для оценок эффектов факторов. В данном случае их можно представить в следующем виде:

$$a_1 = (\bar{y}_1 + \bar{y}_3 + \bar{y}_5 + \bar{y}_7)/4 - (\bar{y}_2 + \bar{y}_4 + \bar{y}_6 + \bar{y}_8)/4;$$
$$a_2 = (\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_5 + \bar{y}_6)/4 - (\bar{y}_3 + \bar{y}_4 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8)/4;$$
$$a_3 = (\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4)/4 - (\bar{y}_5 + \bar{y}_6 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8)/4;$$

Таким образом, для вычисления эффекта фактора необходимо рассчитать среднее значение отклика для опытов, поставленных на уровне «плюс» данного фактора и вычесть из него среднее для уровня «минус».

Следующий этап - вычисление Г-критерия Стьюдента для выделенных эффектов по формуле:

$$t_i = a_i / s_p$$

$$s_p = s_R \sqrt{\sum_{j=1}^{m} (1/n_j)}$$

В этой формуле nj - число наблюдений вj-й клетке; т - число клеток; s2R - остаточная дисперсия, определяемая по формуле:

$$s_R^2 = \sum_{j=1}^{m} \sum_{u=1}^{n_j} (y_{ju} - \bar{y}_j)^2 / \sum_{j=1}^{m} (n_j - 1)$$

После выделения первой группы значимых эффектов производится операция корректирования результатов наблюдений, называемая снятием. Она состоит в исключении влияния выделенных факторов и взаимодействий на отклик, для того чтобы выявить остальные существенные эффекты. Для этого из каждого значения отклика вычитают произведения коэффициентов регрессии, соответствующих выделенным эффектам, на значение фактора (или взаимодействия) в соответствующем опыте.

Наряду с использованием диаграмм рассеяния, при ручной обработке результатов применяется менее трудоемкий табличный метод. Применительно к задаче выявления важнейших факторов, влияющих на шероховатость поверхности пиломатериалов при распиливании бревен на ленточнопильных станков. Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий

Метод дихотомии

Пусть фактор X1 варьируется в диапазоне X1min < X1 < X1тах. На первом шаге ставятся два опыта, возможно ближе к середине диапазона варьирования. Обозначим через е разность между значениями факторов в этих точках: ε = X12 – X11(рис. 9.1). Тогда значение фактора х1 в первом опыте равно X11 = x1(0) - ε/2, а во втором опыте X12 = X1{0) + ε/2, где x10) ={X1min+X1max)2.

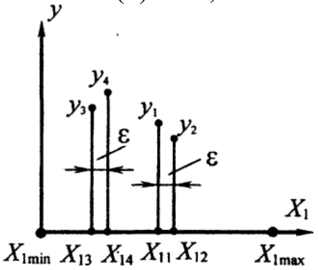


Рис. 9.1. К обоснованию метода дихотомии

Величина ε выбирается возможно меньшей, но достаточной для того, чтобы можно было зафиксировать различие в результатах поставленных опытов.

В методе дихотомии по результатам каждой пары опытов интервал, в котором может находиться искомая точка оптимума, сокращается почти вдвое. Этот интервал называется интервалом неопределенности.

Интересно сравнить эффективность рассмотренного метода с пассивной процедурой, при которой условия проведения всех опытов должны быть заданы заранее. Предположим, например, что запланирована постановка N = 8 опытов.

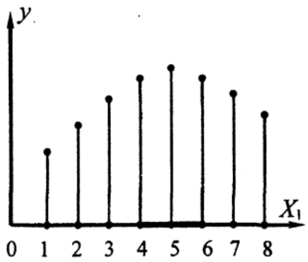


Рис. 9.2. К иллюстрации метода пассивного поиска

Таким образом, при поиске по методу дихотомии величина интервала неопределенности убывает с ростом N по экспоненте, а при пассивном поиске - обратно пропорционально числу N. Поэтому, чем больше N, тем эффективнее метод дихотомии по сравнению с пассивным поиском.

Применение метода золотого сечения для оптимизации процесса отверждения лакового покрытия

Метод золотого сечения еще более эффективен, чем метод дихотомии. Как и в предыдущем методе, на первой итерации ставятся два опыта. Однако каждый последующий этап требует постановки уже только одного опыта. Для упрощения предположим вначале, что фактор X\ варьируется на единичном отрезке 0 ≤ X1 ≤1. К такому отрезку нетрудно перейти, нормируя любой заданный диапазон варьирования. По-прежнему предполагается, что функция отклика унимодальна. По результатам постановки первых двух опытов возможны следующие варианты:

у y2-в этом случае из дальнейшего рассмотрения исключается отрезок (Xl2, 1), при условии поиска максимума функции;

у y2- исключается отрезок (0, X11)этот случай изображен на рис. 9.3;

3) у =у2~ исключаются оба отрезка (0, X11) и (X12, 1).

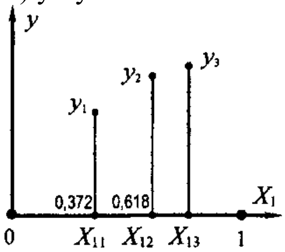


Рис. 9.3. К обоснованию метода золотого сечения

Оставшийся отрезок при любом исходе вновь делится двумя точками на три отрезка в том же отношении: 0,382 и 0,618. Особенность данного метода состоит в том, что, начиная со второй итерации, при делении каждого очередного отрезка в указанном отношении одна из точек деления обязательно (если не рассматривать случай три) совпадает со «старой» точкой, в которой уже был поставлен опыт. Аналогично ставится по одному опыту на каждой последующей итерации.

Метод покоординатного поиска

Обратимся теперь к оптимизационным экспериментам, предполагающим наличие уже не одного, а нескольких варьируемых факторов. Наиболее простым, но не самым эффективным, является метод покоординатного поиска - метод Гаусса-Зейделя. Согласно этому методу факторы варьируются в эксперименте поочередно, то есть ставится несколько серий однофакторных экспериментов. Вначале задается исходная точка в которой ставится первый опыт. Затем последовательно изменяются значения только одного фактора, например X1, а остальные факторы X2,X3 ,...Xk фиксируются на своих начальных уровнях {X20,X3°...,Xk0). Если варьируются два фактора, то этому соответствуют I точки 1—5 на факторной плоскости (рис. 9.4). На этом рисунке нанесены 1 также линии уровня, или линии равного выхода. Для всех точек, лежащих \ на данной /-й линии уровня, значение отклика одинаково и равно некоторому значению yt.

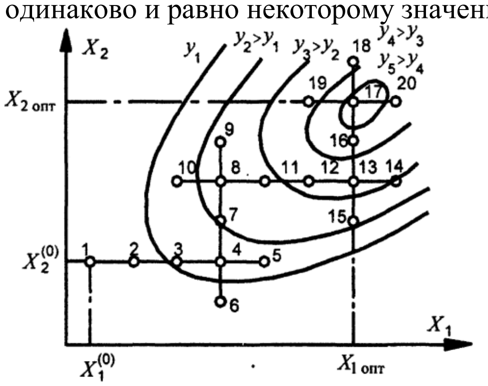


Рис. 9.4. Геометрическая иллюстрация метода покоординатного поиска

Среди поставленных опытов отыскивается наилучший, то есть тот, для которого значение у максимально, если отыскивается максимум (рис. 9.4, опыт 4). Соответствующее значение фактора Хх фиксируется. В этих условиях последовательно изменяются значения фактора X2 (опыты 6-9, рис. 9.4). Для опытов этой серии отыскивается наилучшее значение X2, которое и фиксируется (точка 8, рис. 9.4). В следующей серии варьируется только фактор X3 (если факторов больше двух) и так далее до Хк.

Затем цикл поочередного варьирования факторов проводится заново, начиная с X,. Вся эта процедура повторяется до тех пор, пока не будет найдена точка, смещение относительно которой варьированием

любого фактора приводит только к ухудшению результата. Она принимается за точку оптимума. На рис. 9.4 для ее отыскания (точка 17) понадобилось пять серий однофакторных экспериментов. Отметим, что в каждой серии опытов однофакторного эксперимента можно вместо варьирования фактора с постоянным шагом воспользоваться одним из рассмотренных выше методов
дихотомии или золотого сечения.

Метод крутого восхождения и его применение для оптимизации процессов деревообработки

Идея метода

Наиболее эффективно и широко применяемые методы экспериментальной оптимизации основаны на градиентных методах поиска экстремума. Идею этих методов рассмотрим вначале в предположении, что варьируется единственный фактор X1. На рис. 9.5 точками a и b обозначены границы диапазона варьирования этого фактора.

Рис. 9.5. К обоснованию градиентного метода поиска экстремума

Пусть M - абсцисса искомой точки оптимума (для определенности - максимума). Вначале ставится опыт в некоторой произвольной точке 1 внутри диапазона варьирования фактора X1Результат его: y1. Из точки 1 желательно сдвинуться в направлении точки M, то есть, в данном случае, влево. Но поскольку положение точки M заранее неизвестно, сначала делается пробный шаг в одном из двух возможных направлений, то есть влево или вправо от точки 1. Пусть, например, пробный шаг сделан вправо - точка 2 на рис. 9.5 - и результат его: y2. Из того, что y2 < y1, можно сразу заключить, что точка M находится левее точки 1. Поэтому следующий рабочий шаг делается влево от точки 1, в точку 3. Так как y3 > y1, то очередной рабочий шаг делается в том же направлении, т. е. в точку 4 (рис. 9.5), и так далее. Придя в точку 6, убеждаемся, что y6 < y5. Значит, точка M находится между точками 5 и 6. Если точность, с которой найдена абсцисса точки M, недостаточна, движение продолжается вправо от точки 6 с уменьшенной длиной шага.

Пусть теперь число варьируемых факторов равно двум. Для геометрической иллюстрации метода следует уже рассмотреть факторную плоскость с координатными осями Xx и X2 (рис. 9.6). Первый опыт по- прежнему ставится в некоторой произвольной точке внутри области варьирования факторов (точка A с координатами X\0), X20) на рис. 9.6). Из этой точки можно смещаться уже не в одном из двух возможных направлений, как в предыдущем случае, а в любом из бесчисленного множества направлений на плоскости. При этом движение по некоторым из этих направлений дает увеличение значения отклика по отношению к точке A (это, например, направления 1 - 4), по другим направлениям приводит к его уменьшению (направления 5 - 8). Учитывая, что положение точки оптимума неизвестно, целесообразно считать, что наилучшим направлением, в котором надо сместиться из точки A, является то, в котором функция отклика возрастает быстрее всего. Это направление называется градиентом функции отклика. Отметим, что в каждой точке факторной плоскости направление градиента перпендикулярно касательной к линии уровня, проведенной через ту же точку.

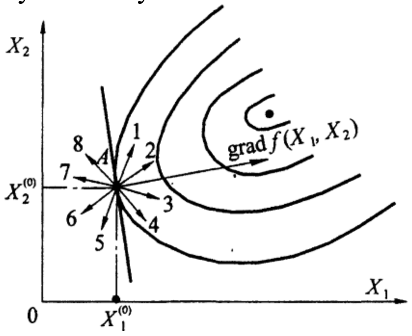


Рис. 9.6. К понятию градиента функции отклика

Условия любого опыта, находящегося на линии градиента, проходящей через исходную точку, можно получить, изменяя значение каждого из факторов в центре плана на величину, пропорциональную соответствующему коэффициенту регрессии линейной модели. Такие опыты называют опытами крутого восхождения. Значения факторов в опыте крутого восхождения определяют, в случае отыскания максимума функции отклика, по формулам:

$$\left.\begin{array}{l} X_1 = X_1^{(0)} + \lambda b_1 \Delta_1; \\ X_2 = X_2^{(0)} + \lambda b_2 \Delta_2; \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ X_k = X_k^{(0)} + \lambda b_k \Delta_k, \end{array}\right\}$$

Затем ставится следующая серия опытов, по результатам которой отыскивается новое направление градиента, и так далее. Отметим, что множитель A, появился в формулах (9.4) из-за того, что они записаны уже для натуральных факторов.

Порядок действия исследователя при оптимизации объекта по методу крутого восхождения

Для определённости ниже рассматривается случай отыскания максимума функции отклика.

Выбирают значения факторов в исходной точке X{0): X1 = ; X2= , Xk=X{k0). Это центр плана в первой серии опытов (рис. 9.7). Положение исходной точки задается исследователем исходя из априорных представлений о положении точки оптимума. Выбирают интервалы варьирования факторов в этой серии: A,,A2,...,A*. Каждый из них должен быть значительно меньше полного диапазона варьирования соответствующего фактора во всем эксперименте из-за необходимости постановки новых серий опытов в других частях факторного пространства.

С центром в точке реализуют полный или дробный факторный план (точки 1 - 4 на рис. 9.7).

Результаты эксперимента обрабатывают с целью получения линейной модели. Оценивают значимость коэффициентов регрессии и проверяют адекватность модели.

С помощью формул рассчитывают условия возможных опытов крутого восхождения. Поскольку из намеченных опытов реализуются только некоторые, такие опыты называют мысленными.

Практически здесь поступают следующим образом. Для каждого фактора вычисляют произведение biΔi. Фактор X1 для которого это произведение оказалось максимальным по абсолютной величине, называют базовым. Для него выбирают шаг варьирования δ1 в опыте крутого восхождения. При этом знак δ1, совпадает со знаком коэффициента bl при поиске максимума и противоположен ему, если отыскивается минимум функции отклика.

В соответствии с формулой условия первого «мысленного» опыта запишутся так:

$$X_i^{(1)} = X_i^{(0)} + \delta_i;\ i = 1,2,\dots,k,$$

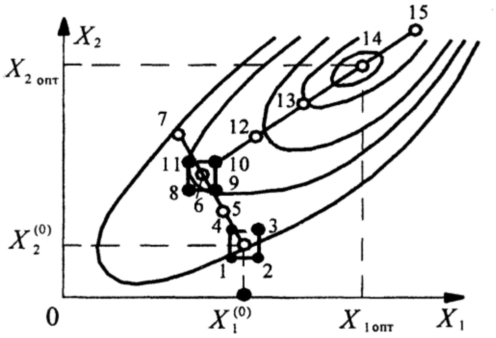


Рис. 9.7. Геометрическая иллюстрация метода крутого восхождения

а значение любого фактора в каждом последующем «мысленном» опыте крутого восхождения получается после прибавления величины шага по этому фактору к значению данного фактора в предыдущем опыте крутого восхождения:

Xi2 = Xi1 +δi, и так далее.

Реализуются некоторые из «мысленных» опытов. На рис. 9.7 это опыты 5, 6, 7. Лучший из них принимается за центр нового плана, после чего процедура повторяется с пункта 2. На рис. 9.7 лучшим из опытов крутого восхождения является опыт 6. Точки 8-11 образуют план новой серии, по результатам которой рассчитаны и реализованы опыты крутого восхождения 12-15.

6.Признаком достижения области оптимума является незначимого» всех линейных коэффициентов регрессии на одном из этапов. В этом случае процедуру крутого восхождения прекращают, а для детального описания области оптимума обычно реализуют план второго порядка в окрестности лучшей достигнутой точки.

Замечания:

В случае отыскания минимума функции отклика используют описанную выше процедуру с учетом того, что в правых частях формул (9.4) -

теперь должны стоять знаки «минус».

Факторы, соответствующие незначимым коэффициентам регрессии, в опытах крутого восхождения не варьируются. Они стабилизируются на некотором уровне, обычно - на нулевом.

При решении вопроса о реализации «мысленных» опытов принимают во внимание результаты проверки адекватности модели. Если модель оказалась адекватной, то, как правило, сразу приступают к реализации тех «мысленных» опытов, которые хотя бы по одному фактору выходят за пределы области варьирования переменных в предыдущей серии. Неадекватную модель тоже обычно используют для планирования опытов крутого восхождения. Но в этом случае целесообразно начать с реализации тех из них, которые находятся внутри области варьирования факторов.

Применение метода крутого восхождения оказывается наиболее эффективным, если абсолютные величины линейных коэффициентов регрессии для модели с нормализованными факторами, рассчитанные по результатам очередной серии опытов, мало отличаются друг от друга. Этого можно добиться выбором интервалов варьирования факторов.

При реализации опытов крутого восхождения возможны различные стратегии. В частности, здесь можно воспользоваться одним из однофакторных методов поиска экстремума, например, методом золотого сечения.

Применение метода крутого восхождения для оптимизации процесса сушки пропитанной древесины

Пример синтезирован на основе исследований в Белорусском технологическом институте (БТИ, Г. М. Шутов). Варьируемые факторы процесса: Хх, с, - условная вязкость теплоносителя; Х2, ч, - продолжительность сушки; Х1, С, - температура процесса сушки. Сушка проводилась в вакууме глубиной 7230 Н/м2. Параметром оптимизации являлась влажность древесины у, %, значение которой минимизировалось.

Условия и результаты экспериментов по методу крутого восхождения записываются обычно в таблицах стандартной формы. В первой серии был реализован ПФП 23

Далее планируются опыты крутого восхождения. Учитывая, что отыскивается минимальное значение параметра оптимизации, значения факторов в этих опытах получаются последовательным вычитанием значений шага из основного уровня факторов:

$$X_i^{(1)} = X_i^{(0)} - \delta_i;\ X_i^{(2)} = X_i^{(1)} - \delta_i = X_i^{(0)} - \delta_i, \text{и так далее.}$$

Последовательный симплекс-метод

Последовательный симплекс-метод (ПСМ), как и метод крутого восхождения, предназначен для решения задач экспериментальной оптимизации. В основе обоих методов лежит идея движения в направлении градиента функции отклика. Если метод крутого восхождения чаще применяется в лабораторных условиях, то ПСМ находит применение как при решении исследовательских задач, так и для оптимизации технологических процессов в производственных условиях. При большом числе факторов и наличии помех ПСМ эффективнее метода крутого восхождения. Подробное рассмотрение метода целесообразно начать со случая двух варьируемых факторов, так как здесь возможна удобная геометрическая интерпретация. Для нормализованных факторов x\ и x2 рассмотрим факторную плоскость с нанесенными на ней линиями уровня. На каждой из них проставим соответствующее значение отклика, например, выхода продукта в процентах (рис. 9.8).

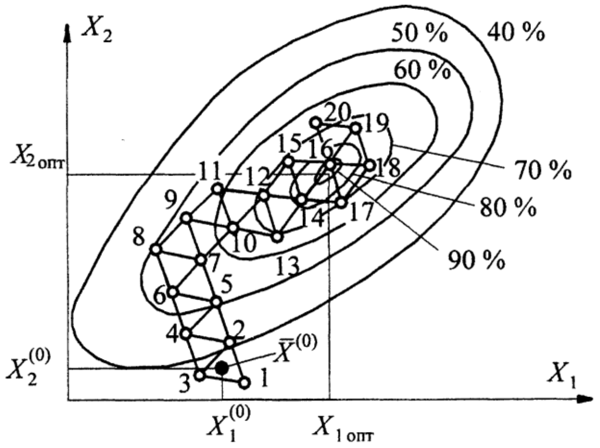


Рис. 9.8. Отыскание максимума функции двух переменных X1 и X2

Пусть целью эксперимента является отыскание максимума функции двух переменных x1 и x2. На рис. 9.8 точка максимума имеет координаты x1опт и x2опт. При двух варьируемых факторах опыты исходной серии в ПСМ предлагается ставить в вершинах правильного треугольника (опыты1,2, 3 на рис. 9.8). Центром треугольника является некоторая исходная точка x°. Из этих опытов выбирается опыт с худшим значением отклика y. В данном случае это, по-видимому, опыт 1, в котором значение >> меньше,

чем в опытах 2 и 3. Далее строят новый треугольник, две вершины которого совпадают с вершинами 2 и 3 предыдущего треугольника, а третья вершина симметрична «худшей» вершине 1 относительно стороны 2-3. Это треугольник 2-4-3. В точке 4 ставят следующий опыт. Из опытов 2, 4, 3, соответствующих вершинам нового треугольника, вновь выбирают худший опыт. Пусть это опыт 3. Новую вершину следующего треугольника строят симметрично вершине 3 относительно стороны 2-4. Это вершина 5, в которой и ставят следующий опыт, и так далее. Движение по такому закону приводит в область оптимума.

Распространим этот метод на случай произвольного числа факторов. Аналогом правильного треугольника в трехмерном пространстве является, очевидно, правильная треугольная пирамида - тетраэдр. Поэтому для трех варьируемых факторов исходная серия состоит из четырех опытов, располагающихся в вершинах тетраэдра. Каждый последующий опыт проводится в вершине нового тетраэдра, симметричной «худшей» вершине предыдущего тетраэдра. Для произвольного числа к факторов введем понятие ^-мерного симплекса, к-мерным симплексом называется простейший выпуклый многогранник в пространстве размерности к, имеющий (к + 1) вершину. Это, например, треугольник на плоскости, треугольная пирамида в трехмерном пространстве. Симплекс называется правильным, если все расстояния между образующими его вершинами равны.

Таким образом, в общем случае к факторов исходная серия в ПСМ содержит (к + 1) опыт. Их ставят в вершинах правильного A>мерного симплекса. Затем «худшая» вершина отбрасывается, а на оставшейся грани строят следующий симплекс. Его новая вершина симметрична «худшей» вершине предыдущего симплекса относительно противолежащей грани. В новой вершине ставят опыт. Далее анализируют выходы в вершинах нового симплекса, и процесс повторяется. Построенная последовательность симплексов позволяет приблизиться к экстремуму. При достижении области оптимума симплексы начинают вращаться вокруг точки оптимума (опыты 14-20, рис. 9.8). Если более чем

$$N_0 = 1{,}65k + 0{,}05k^2$$

подряд идущих симплексов имеют общую вершину, то область оптимума считается достигнутой, а их общая вершина принимается за точку экстремума.

Таким образом, на любом этапе ПСМ есть возможность получить линейное описание исследуемой части факторного пространства аналогично методу крутого восхождения. Планы на симплексе могут использоваться и самостоятельно как насыщенные планы первого порядка, например, в качестве планов отсеивающего эксперимента.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА С КАЧЕСТВЕННЫМИ ФАКТОРАМИ

Применение латинских планов для исследований в деревообработке

Планирование эксперимента по схеме латинских квадратов

Процедуру дисперсионного анализа можно распространить на случай трех и большего числа факторов [19]. Однако при к > 2 перебор всех сочетаний уровней факторов (т. е. полный факторный план) приводит к очень громоздким экспериментам. Так, уже три фактора, варьируемые каждый на четырех уровнях, предполагают постановку 43 = 64 опытов. Поэтому особый интерес представляют методы планирования эксперимента, позволяющие исследовать влияние нескольких качественных факторов при сокращении объема эксперимента по сравнению с полным перебором. Широкое применение здесь нашли комбинаторные планы, которые основаны на использовании латинских и греко-латинских квадратов, кубов и других конструкций комбинаторной алгебры. По существу эти планы представляют собой определенным образом составленные дробные реплики полных факторных планов.

Латинским квадратом тхт называют квадратную таблицу, содержащую т различных элементов (букв или чисел), так, что каждый элемент встречается один раз в каждой строке и в каждом столбце. Например, в табл. 10.9 приведен латинский квадрат 3x3 из трех элементов - букв, в табл. 10.10 - латинский квадрат 4x4, элементы которого числа.элементы - числа. Стандартным, например, является латинский квадрат в табл. 10.9, но не в табл. 10.10. Простейшим способом построения стандартного латинского квадрата является одношаговая циклическая перестановка строк. Так, для построения стандартного латинского квадрата 4*4 возьмем в качестве первой строки числа натурального ряда (табл. 10.11). В качестве второй строки возьмем первую, переставив первый ее элемент в конец строки.

Таблица 10.9

A	B	C
B	C	A
C	A	B

Таблица 10.10

2	3	1	4
1	4	3	2
3	2	4	1
4	1	2	3

Таблица 10.11

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

Латинский квадрат называют стандартным, если его первая строка и первый столбец расположены в стандартном порядке, т. е. в алфавитном, если элементы квадрата буквы, или в порядке натурального ряда, если

Раздел 3. Имитационное моделирование

Тема 3.1. Методы имитационного моделирования. Исследования на имитационной модели.

В последнее время в исследовательской практике широко используются методы имитационного моделирования. Применение этих методов зачастую оказывается плодотворным при изучении очень сложных объектов, когда неэффективны аналитические методы исследования операций: методы линейного, нелинейного и динамического программирования; теории массового обслуживания, управления запасами и др.

Методы имитационного моделирования предполагают использование ЭВМ, поэтому их активное применение во многом обусловлено совершенствованием вычислительной техники. В отличие от регрессионных моделей, которые описывают поведение объекта «в среднем», при имитационном моделировании на ЭВМ последовательно воспроизводятся одиночные события, происходящие в моделируемой системе. Одновременно с помощью специальных подпрограмм генерирования случайных чисел в модель вводятся элементы случайности. Это позволяет использовать статистические методы при обработке результатов моделирования.

Пусть, например, требуется изучить зависимость производительности лесопильного потока на участке раскроя пиловочного сырья от длины бревен, поступающих в распиливание. В этом случае моделируется прохождение через лесопильные рамы первого и второго ряда некоторого количества N бревен и брусьев. В простейшем случае это может происходить следующим образом. Предполагается, что длины бревен, поступающих в распиливание, подчиняются некоторому вероятностному распределению, например нормальному, с известным математическим ожиданием M и дисперсией σ^2. Для каждого очередного бревна, поступающего в лесопильную раму первого ряда, в ЭВМ формируется число, равное его длине. Оно представляет собой значение случайной величины, распределенной по соответствующему закону. Эта процедура называется разыгрыванием случайной величины.

В математическом обеспечении современных компьютеров для этого имеются специальные подпрограммы генерирования случайных чисел. Фиксируется момент t_0 поступления первого бревна в лесопильную раму первого ряда.

Для имитационного моделирования на ЭВМ разработаны специальные языки программирования.

Исследования на имитационной модели

Применение разработанной модели открывает широкие возможности перед исследователями. Любой фактор, являющийся в действительности неуправляемым - кривизна бревен, размеры, количество, ориентация сучков и т. д., - может быть включен в исследование на модели как управляемый, варьируемый фактор. Это делает возможным проведение активных экспериментов с применением хороших экспериментальных планов, что значительно повышает эффективность исследования. Эксперимент на модели может быть воспроизведен любое число раз. Более того, можно многократно подвергать исследованию один и тот же объект. Так, можно имитировать раскрой одних и тех же бревен по различным поставам с сопоставлением результатов.

Рассмотрим методику проведения и результаты отсеивающего эксперимента, поставленного на имитационной модели и включающего семь варьируемых факторов: X_1 - количество сучков на поверхности бревна; X_2 - тип бревен; X_3- средний диаметр сучков, выходящих на поверхность бревен; X_4 - кривизна бревен; X_5 - двугранный угол, в котором преимущественно концентрируются сучки. Ребро этого двугранного угла совпадает с осью *oz*, а величина его равна среднему квадратическому отклонению случайной величины β ;X_6 = δ- направление преимущественной концентрации сучков в плоскости, перпендикулярной к оси бревна; X_7 = 0 - угол между плоскостью, в которой находится криволинейная ось бревна, и горизонтальной плоскостью *xoz*. Изменение угла 0 соответствует разной ориентации кривого бревна относительно продольной его оси при подаче в лесопильную раму первого ряда. При 0 = 0 бревно подается выпуклой частью вправо, при 0 = 90° - выпуклой частью вверх. В качестве откликов регистрировались объемный и ценностный выходы пиломатериалов.

Модели бревен, подвергаемых распиливанию, формировались из моделей хлыстов различных размеров и имели вершинный диаметр 22 см. Применяемый постав тот же, что и в предыдущем примере моделирования раскроя бревен.

Данные относительно распределения пороков, заложенные в компьютер, соответствуют древесине сосны. Кроме своей научной значимости, такой эксперимент, заведомо не осуществимый на практике, демонстрирует возможности имитационной модели, а заодно и является для нее испытанием. При проведении рассматриваемых ниже экспериментов значения длин и ширин досок, полученных в результате раскроя бревен, не округлялись до номинальных значений. Это увеличило чувствительность модели к изменению варьируемых факторов без существенных изменений в значениях откликов.

4.3. Лабораторные работы

№ п/п	*Номер раздела дисциплины*	*Наименование тем лабораторных работ*	*Объем (час.)*	*Вид занятия в интерактивной, активной, инновационной формах, (час.)*
1	**1.**	Определение параметров статистической совокупности.	2	дискуссия (2 часа)
2	**1.**	Характер распределения случайной величины.	3	-
3	**2.**	Метод наименьших квадратов.	4	дискуссия (4 часа)
4	**2.**	Методы планирования многофакторных экспериментов.	4	-
5	**2.**	Построение B-планов (план Кано).	4	-
		ИТОГО	**17**	**6**

4.4. Практические занятия

Учебным планом не предусмотрены.

4.5. Контрольные мероприятия: курсовой проект (курсовая работа), контрольная работа, РГР, реферат.

Учебным планом не предусмотрены

5. МАТРИЦА СООТНЕСЕНИЯ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ К ФОРМИРУЕМЫМ В НИХ КОМПЕТЕНЦИЯМ И ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Компетенции ***№, наименование разделов дисциплины***	***Кол-во часов***	***Компетенции***		***Σ комп.***	$t_{ср}$, ***час***	***Вид учебных занятий***	***Оценка результатов***
		ОПК-1	***ПК-8***				
1	**2**	**3**		**4**	**5**	**6**	**7**
1. Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.	24	+	+	2	12	Лк, ЛР, СР	экзамен
2. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.	24	+	+	2	12	Лк, ЛР, СР	экзамен
3. Имитационное моделирование.	24	+	+	2	12	Лк, ЛР, СР	экзамен
всего часов	**72**	**36**	**36**	**2**	**36**		

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Основы научных исследований в деревообработке. Учебник для ВУЗов / Пижурин А.А., Пижурин А.А. – М.: МГУЛ, 2005. - 304 с.
2. Методы и средства научных исследований: учебное пособие / С.Г. Ганапольский, О.В. Юрова Сыкт. Лесной институт- Сыктывкар : СЛИ, 2013-60с
3. Методы оптимизации: учебное пособие / В. А. Гончаров. - М.: Юрайт, 2010. - 191 с. - (Основы наук);
4. Основы научных исследований : лабораторный практикум / Симонян С. Х. 2008. – 87 с

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	*Наименование издания*	*Вид заня-тия* (*Лк, ПЗ, ЛР*)	*Количество экземпляров в библиотеке,* **шт.**	*Обеспечен-ность,* **(экз./ чел.)**
1	2	3	4	5
Основная литература				
1.	Ганапольский С.Г. Методы и средства научных исследований : учебное пособие / С.Г. Ганапольский, О.В. Юрова –Сыктывкар: СЛИ, 2013-60с ссылка: http://ecat.brstu.ru/catalog/Ресурсы%20свободного%20доступа/Ганапольский%20С.Г.Методы%20и%20средства%20научных%20исследований.Учеб.пособие.2013.pdf	Лк	1Э.Р	1,0
2.	Гончаров В.А. Методы оптимизации: учебное пособие / В.А. Гончаров-М.: Юрайт, 2010-191с	Лк	6	0,5
Дополнительная литература				
3.	Пижурин А.А. Основы научных исследований в деревообработке: Учебник для ВУЗов / Пижурин А.А, Пижурин А.А. –М.:МГУЛ 2005-304с_	ЛР	145	1,0
4.	Симонян С.Х. Основы научных исследований : лабораторный практикум / Симонян С. Х. Братск: БрГУ, 2008. – 87 с	ЛР	101	1,0

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО – ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ» НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.Электронный каталог библиотеки БрГУ
http://irbis.brstu.ru/CGI/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=BOOK&P21DBN=BOOK&S21CNR=&Z21ID=
2. Электронная библиотека БрГУ
http://ecat.brstu.ru/catalog .
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» http://biblioclub.ru .
4. Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань»
http://e.lanbook.com .
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru .
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru .
7. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) https://uisrussia.msu.ru/
8. Национальная электронная библиотека НЭБ
http://xn--90ax2c.xn--p1ai/how-to-search /.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение обучающимися учебной дисциплины «Методы и средства научных исследований» рассчитано на один семестр.

Занятия лекционного типа

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на выполнение самостоятельной работы. В ходе лекций обучающимся рекомендуется:

- вести конспектирование учебного материала;
- обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению;
- задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

В рабочих конспектах желательно оставлять поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся, дополняющего материал прослушанной лекции, а также пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Для успешного овладения курсом необходимо посещать все лекции, так как тематически отдельные темы курса взаимосвязаны между собой. В случаях пропуска занятия обучающемуся необходимо самостоятельно изучить материал и ответить на контрольные вопросы по пропущенной теме во время индивидуальных консультаций.

Самостоятельная работа. Подготовка к занятиям лекционного и семинарского типа

Важной частью самостоятельной работы является умение выделить основополагающие, отправные точки в понимании материала. Особо важную роль в этом процессе необходимо уделить конспекту лекций, в котором преподаватель сформировал «скелет», структуру раздела дисциплины. Чтением учебной и научной литературы обучающийся углубляет и расширяет знания о предмете изучения. Основная функция учебников – ориентировать студента в системе знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены будущими специалистами по данной дисциплине. Подготовка к занятиям лекционного типа подразумевает приобретение обучающимся первичных знаний по теме лекции для подготовки к структуризации объекта изучения, которую преподаватель выполняет на лекции. Изучение материала по теме лекции имеет цель уточнения отдельных моментов.

Подготовка к лабораторным работам.

При подготовке к лабораторным работам обучающемуся необходимо изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, подготовить конспект по методической литературе с учетом рекомендаций преподавателя. На практическом занятии главное - уяснить связь решаемых задач с теоретическими положениями. При решении предложенной задачи нужно стремиться не только получить правильный ответ, но и усвоить общий метод решения подобных задач. Рекомендуется использовать следующий порядок записи решения задачи:

- исходные данные для решения задачи;
- что требуется получить в результате решения;
- какие законы и положения должны быть применены;
- общий план (последовательность) решения;
- расчеты;
- полученный результат и его анализ.

Самостоятельная работа. Подготовка к экзамену.

Подготовка к экзамену предполагает:

- изучение основной и дополнительной литературы;
- изучение конспектов лекций;

- изучение конспектов практических занятий и отчетов по ним;

Перечень вопросов к экзамену представлен в приложении 2 п. 2. Баллы за зачет выставляются по критериям, представленным в приложении 2 п. 3.

9.2. Методические указания для обучающихся по выполнению лабораторных работ

Лабораторная работа №1.
Определение параметров статистической совокупности.

Цель работы-познакомить студентов со статистическими оценками результатов наблюдения.

Задача работы: 1) определение параметров представленной статистической совокупности: выборочного среднего, дисперсии выборки, квадратического отклонения, коэффициента вариации, средней квадратической ошибки среднего значения, показателя точности среднего, доверительного интервала, объема выборки; 2) исключение грубых ошибок из ряда наблюдений.

Большинство процессов и явлений, а также свойств объектов в известной степени являются случайными. Под случайными понимают выходные параметры процессов и явлений, которые нельзя предсказать точно, а лишь с определенной вероятностью Р.

Отклонение результата от истинного значения называется ошибкой опыта.

Различают три вида ошибок: систематические, случайные, грубые (промахи).

Систематическими называют ошибки, которые остаются постоянными на протяжении всей серии измерений. Они могут зависеть:

- от неточности прибора;
- неправильной установки средств измерений;
- влияния внешних условий;
- метода и способа измерения;
- экспериментатора (зрения, роста, нервного состояния).

От всех систематических ошибок можно избавиться.

Случайными называют ошибки, значение которых различны при проведении экспериментов даже в одинаковых условиях.

Грубые ошибки являются браком экспериментатора при повторении опыта. Они связаны с резким нарушением условий экспериментов или просчетом экспериментатора при отдельном наблюдении. Грубые ошибки должны быть отброшены н основании проверки по специальным критериям.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение генеральной статистической совокупности?
2. Что такое выборка; объем выборки?
3. Что называют математическим ожиданием. Приведите формулу для его вычисления.
4. Что является оценкой математического ожидания? Формула вычисления.
5. Что является оценкой генеральной дисперсии? Приведите формулу для ее вычисления.
6. Приведите формулу для вычисления среднего квадратического отклонения случайной величины.
7. Что называют случайной величиной?
8. Что означает запись: р=0,95?
9. Приведите формулу для вычисления уровня значимости q. Определить табличное значение критерия коэффициент Стьюдента для р=0.99; n=10.
10. Приведите формулы для нахождения доверительной нижней и верхней границ интервала.
11. Показатели точности среднего значения.
12. Какие могут возникнуть ошибки в результате проведения опыта?
13. Что называется грубой ошибкой?
14. По каким критериям могут быть отброшены грубые ошибки?
15. Приведите формулу для расчета выборочной дисперсии.
16. Приведите формулу для вычисления расчетной величины tp-критерия Стьюдента.
17. В каком случае сомнительный результат является грубым измерением?

Основная литература

Основы научных исследований в деревообработке. Учебник для ВУЗов / Пижурин А.А., Пижурин А.А. – М.: МГУЛ, 2006. - 304 с.

Методы и средства научных исследований: учебное пособие / Ванников А.В., Бабушкин Г.А. – М.: МГУП, 2009.- 218 с.

Дополнительная литература

Методы оптимизации: учебное пособие / В. А. Гончаров. - М.: Юрайт, 2010. - 191 с. - (Основы наук);

Основы научных исследований : лабораторный практикум / Симонян С. Х. 2008. – 87 с

Лабораторная работа №2.
Характер распределения случайной величины.

Цель работы: установить характер распределения случайной величины.

Задача работы: 1) построить статистический ряд, гистограмму и кривую нормальности распределения;

2) проверить гипотезу о нормальности распределения выходной величины.

Статистическая обработка результатов наблюдений производится с целью установления характера распределения случайной исследуемой величины и определения доверительного интервала для нее.

Вариационный (статистический) ряд разбивают на интервалы (кванты), число которых R вычисляют по формуле $R=1+3,2\lambda qN$.

Вопросы для самоконтроля:

1. Как разбить выборку на интервалы?
2. Как рассчитать длину интервала?
3. Приведите формулу для нахождения середины интервала.
4. Дайте определение понятия среднего арифметического.
5. Запишите формулу для расчета, выборочной дисперсии.
6. Что называется относительной частотой события?
7. Каковы особенности кривой распределения?
8. Назовите существующие в природе распределения.
9. Дайте определение расчетного критерия Пирсона.
10. В каком случае принимают гипотезу о нормальности распределения?

Основная литература

Основы научных исследований в деревообработке. Учебник для ВУЗов / Пижурин А.А., Пижурин А.А. – М.: МГУЛ, 2006. - 304 с.

Методы и средства научных исследований: учебное пособие / Ванников А.В., Бабушкин Г.А. – М.: МГУП, 2009.- 218 с.

Дополнительная литература

Методы оптимизации: учебное пособие / В. А. Гончаров. - М.: Юрайт, 2010. - 191 с. - (Основы наук);

Основы научных исследований : лабораторный практикум / Симонян С. Х. 2008. – 87 с

Лабораторная работа №3.
Метод наименьших квадратов.

Цель работы: ознакомление с основными методами математических моделей, проведение регрессионного анализа.

Планирование эксперимента-это совокупность приемов, позволяющих исследователю разумно поставить эксперимент исходя из цели исследования, со стремлением получить максимальную информацию при ограниченном числе опытов, а также правильно обработать и интерпретировать результаты эксперимента.

При действии на объект факторы изменяют его состояние.

Фактор-это изменяемая переменная величина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение.

Параметр, по которому судят об изменении состояния объекта, называется откликом или выходной величиной объекта.

Факторы могут быть:

- управляемыми:
- переменными (варьируемыме);
- постоянными;
- неуправляемыми:
- неконтролируемыми;
- контролируемыми;
- количественными;
- качественными.

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение понятия «фактор». Какие факторы вы знаете?
2. Что называется выходной величиной объекта?
3. Что такое уровень фактора?
4. Объясните, в чем разница между активными и пассивными экспериментами.
5. Дайте определение понятия «регрессия»?
6. Что называется регрессионной моделью?
7. В чем состоит основное правило метода наименьших квадратов?
8. Приведите уравнения суммы квадратов отклонений.
9. Запишите общее уравнение и систему нормальных в общем виде.
10. Для чего исследователь проводит проверку адекватности регрессионной модели?
11. Назовите предпосылки для проверки адекватности регрессионной модели.
12. По какому критерию проводят проверку однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам одинакового объема? Приведите формулу для вычисления.
13. В каком случае применяют критерий Бартлетта. Приведите формулу для вычисления.
14. Приведите формулу для вычисления критерия Фишера.

Основная литература

Основы научных исследований в деревообработке. Учебник для ВУЗов / Пижурин А.А., Пижурин А.А. – М.: МГУЛ, 2006. - 304 с.

Методы и средства научных исследований: учебное пособие / Ванников А.В., Бабушкин Г.А. – М.: МГУП, 2009.- 218 с.

Дополнительная литература

Методы оптимизации: учебное пособие / В. А. Гончаров. - М.: Юрайт, 2010. - 191 с. - (Основы наук);

Основы научных исследований : лабораторный практикум / Симонян С. Х. 2008. – 87 с

Лабораторная работа №4.
Методы планирования многофакторных экспериментов.

Цель работы: построить математическую модель планирования эксперимента.

При планировании многофакторного активного эксперимента необходимо учитывать ряд требований, предъявляемых к факторам:

1) управляемость, т.е. возможность поддерживать заданное значение фактора в ходе всего эксперимента;
2) совместимость, т.е. возможность задавать любые возможные комбинации фактора;
3) независимость, т.е. возможность устанавливать значения фактора независимо от уровней других факторов;
4) однозначность, т.е. возможность фактора всегда принимать одно и то же значение при выполнении определенных условий;
5) непосредственное воздействие на объект.

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение ПФП?

2. На скольких уровнях может варьироваться фактор?
3. Запишите матрицу ПФП 2^2 в нормализованных обозначениях.
4. Запишите матрицу ПФП 2^3 с парными взаимодействиями в нормализованных обозначениях.
5. Дайте определение понятия факторной плоскости?
6. Что называется областью варьирования факторов?
7. Какими свойствами обладают ПФП 2^R?
8. Приведите формулы для вычисления коэффициентов парных взаимодействий.
9. Приведите формулы для вычисления коэффициентов регрессии линейной математической модели.
10. По какому условию проверяют значимость коэффициентов регрессии?
11. Как проверить адекватность регрессионной модели?
12. Дайте определение понятия ДФП?
13. Что называется обобщающим определяющим контрастом?
14. Объясните понятие «генератор» плана.

Основная литература

Основы научных исследований в деревообработке. Учебник для ВУЗов / Пижурин А.А., Пижурин А.А. – М.: МГУЛ, 2006. - 304 с.

Методы и средства научных исследований: учебное пособие / Ванников А.В., Бабушкин Г.А. – М.: МГУП, 2009.- 218 с.

Дополнительная литература

Методы оптимизации: учебное пособие / В. А. Гончаров. - М.: Юрайт, 2010. - 191 с. - (Основы наук);

Основы научных исследований : лабораторный практикум / Симонян С. Х. 2008. – 87 с

Лабораторная работа №5.
Построение В-планов (план Кано).

Цель работы: построение В-планов (планов второго порядка. План Кано).

Полные и дробные факторные планы позволяют получить линейное описание зависимости отклика от каждого из варьируемых факторов.

Планами второго порядка (В-планами) называют такие планы многофакторного эксперимента, с помощью которых можно получить математическое описание объекта в виде полинома (многочлена) второго порядка, т.е. квадратичную модель.

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение понятия В-плана?
2. Чем отличаются В-планы от ПФП?
3. На скольких уровнях может варьироваться В-план?
4. Запишите матрицу В-плана для двух факторов.
5. Дайте определение понятия факторной плоскости?
6. Что называется областью варьирования факторов?
7. Приведите формулы для вычисления коэффициентов регрессии квадратичной математической модели.
8. Приведите формулы для вычисления коэффициентов парных взаимодействий.

Чем отличаются В-планы от униформ работодательных планов?

Основная литература

Основы научных исследований в деревообработке. Учебник для ВУЗов / Пижурин А.А., Пижурин А.А. – М.: МГУЛ, 2006. - 304 с.

Методы и средства научных исследований: учебное пособие / Ванников А.В., Бабушкин Г.А. – М.: МГУП, 2009.- 218 с.

Дополнительная литература

Методы оптимизации: учебное пособие / В. А. Гончаров. - М.: Юрайт, 2010. - 191 с. - (Основы наук);

Основы научных исследований : лабораторный практикум / Симонян С. Х. 2008. – 87 с

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Информационно-коммуникативные технологии (ИКТ) преподаватель использует для:
- получения информации при подготовке к занятиям;
- создания презентационного сопровождения лекционных занятий;
- работы в электронной информационной среде;
- ОС Windows 7 Professional;
- Microsoft Office 2007 Russian Academic OPEN No Level;
- Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Security.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Вид занятия *(Лк ЛР,, СР)*	***Наименование аудитории***	***Перечень основного оборудования***	***№ Лк, ЛР***
1	**3**	**4**	**5**
Лк	Механическое испытание древесины и древесных материалов	-	Лк № 1-8
ЛР	Дисплейный класс. Кафедра воспроизводства и переработки лесных ресурсов.	Измерительные инструменты: компьютера Pentium 4	ЛР №1-5
СР	ЧЗ1	Оборудование 10-ПК i5-2500/H67/4Gb (монитор TFT19 Samsung); принтер HP LaserJet P2055D	ЛР №1-5

Приложение 1

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-1	способность понимать научные основы технологических процессов в области лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств	**1.** Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.	1.1. Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Научное творчество, научно-технологический процесс-основа развития общества и производства. 1.2 Первичная обработка результатов экспериментов. Статистические оценки результатов наблюдений. Расчет доверительного интервала для математического ожидания. Определение необходимого объема выборки. Отбрасывание грубых измерений. Проверка однородности двух дисперсий. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам одинакового объема. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам различного объема. 1.3 Проверка однородности средних. Проверка нормальности распределения. Коэффициент корреляции. Применение таблиц сопряженности для оценки взаимосвязи признаков. Ранговая корреляция. Использование коэффициента конкордации для обработки экспертных оценок при ранжировании.	Экзаменационный билет
		2. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы	2.1 Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Активные и пассивные, однофакторные и многофакторные эксперименты. Основные	Экзаменационный билет

		экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.	задачи планирования эксперимента. Основные виды математических моделей, применяемые при исследованиях в лесной промышленности. 2.2 Метод наименьших квадратов для многофакторных экспериментов. Статистический анализ уравнения регрессии. Методы экспериментальной оптимизации. Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий. Общие сведения. Метод дихотомии. Метод золотого сечения. Метод покоординатного поиска. 2.3 Методы планирования экспериментов с качественными факторами. Однофакторный дисперсионный анализ. Применение двухфакторного дисперсионного анализа при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли. Применение латинских квадратов при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли.	
		3. Имитационное моделирование.	3.1 Методы имитационного моделирования. Исследования на имитационной модели.	Экзаменационный билет
ПК-8	способность использовать технические средства для измерения основных параметров технологического	**1.** Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.	1.1. Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Научное творчество, научно-технологический процесс-основа развития общества и производства. 1.2 Первичная обработка результатов эксперимен-	Экзаменационный билет

	процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции		тов. Статистические оценки результатов наблюдений. Расчет доверительного интервала для математического ожидания. Определение необходимого объема выборки. Отбрасывание грубых измерений. Проверка однородности двух дисперсий. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам одинакового объема. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам различного объема. 1.3 Проверка однородности средних. Проверка нормальности распределения. Коэффициент корреляции. Применение таблиц сопряженности для оценки взаимосвязи признаков. Ранговая корреляция. Использование коэффициента конкордации для обработки экспертных оценок при ранжировании.	
		2. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.	2.1 Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Активные и пассивные, однофакторные и многофакторные эксперименты. Основные задачи планирования эксперимента. Основные виды математических моделей, применяемые при исследованиях в лесной промышленности. 2.2 Метод наименьших квадратов для многофакторных экспериментов. Статистический анализ уравнения регрессии. Методы экспериментальной оптимизации. Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий. Общие сведения. Метод дихотомии. Метод	Экзаменационный билет

			золотого сечения. Метод покоординатного поиска. 2.3 Методы планирования экспериментов с качественными факторами. Однофакторный дисперсионный анализ. Применение двухфакторного дисперсионного анализа при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли. Применение латинских квадратов при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли.	
		3. Имитационное моделирование.	3.1 Методы имитационного моделирования. Исследования на имитационной модели.	Экзаменационный билет

2. Экзаменационные вопросы

№ п/п	Компетенции		ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	№ и наименование раздела
	Код	Определение		
1	2	3	4	5
1.	ОПК-1	способность понимать научные основы технологических процессов в области лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств	**1.** Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Научное творчество, научно-технический прогресс – основа развития общества и производства.	**1.** Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.
			2. Первичная обработка результатов экспериментов.	
			3. Статистические оценки результатов наблюдений	
			4. Расчет доверительного интервала для математического ожидания. Определение необходимого объема выборки	

			1. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов.	**2.** Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.
			2. Активные и пассивные, однофакторные и многофакторные эксперименты. Основные задачи планирования эксперимента	
			3. Основные виды математических моделей, применяемые при исследованиях в лесной промышленности. Метод наименьших квадратов для моделей с одной переменной.	
			4. Метод наименьших квадратов для многофакторных экспериментов. Статистический анализ уравнения регрессии.	
			1. Исследования на имитационной модели.	**3.** Имитационное моделирование.
	ПК-8	способность использовать технические средства для измерения основных пара-метров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой про-дукции	**5.** Отбрасывание грубых измерений. Проверка однородности двух дисперсий. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам одинакового объема. Проверка однородности нескольких дисперсий, найденных по выборкам различного объема.	
			6. Проверка однородности средних. Проверка нормальности распределения. Коэффициент корреляции	
			7. Применение таблиц сопряженности для оценки взаимосвязи признаков. Ранговая корреляция	
			8. Использование коэффициента конкордации для обработки экспертных оценок при ранжировании	
			5. Методы экспериментальной оптимизации. Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий. Общие сведения	**2.** Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.
			6. Метод дихотомии. Метод золотого сечения. Метод покоординатного	

			поиска. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.	
			7. Однофакторный дисперсионный анализ. Применение двухфакторного дисперсионного анализа при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли	
			Применение латинских квадратов при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли.	
			1. Методы имитационного моделирования.	**3**. Имитационное моделирование.

3 Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать *(ОПК-1)*: - методы получения математически моделей технологических процессов; - математические методы и программы ЭВМ для решения моделей *(ПК-8):* - технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции; **Уметь** *(ОПК-1)*: - использовать математические методы в технических приложениях; - самостоятельно формулировать задачу научного исследования, наметить пути ее решения, организовать проведение научных исследований, делать выводы и обобщения. *(ПК-8):* - использовать технические средства для	**отлично**	Обучающийся демонстрирует глубокое и прочное усвоение программного материала. Четко и последовательно излагает материал. Знает методы получения математической модели. Умеет использовать математический метод.. Владеет математическими методами.
	хорошо	Обучающийся демонстрирует твердое знание материала. Излагает материал грамотно и по существу.
	удовлетворительно	Обучающийся демонстрирует знания только основного материала. При изложении материала допускает неточности.
	неудовлетворительно	Обучающийся демонстрирует отсутствие знания значительной части программного материала. При изложении материала допускает существенные ошибки.

измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции; **Владеть** *(ОПК-1)*: -- математическими методами планирования эксперимента для получения математических моделей описания технологических процессов; - методами статистической обработки результатов эксперимента и проверки адекватности математической модели. *(ПК-8):* - способами использования технических средств для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции		

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Дисциплина «Методы и средства научных исследований» направлена на приобретение у обучающихся теоретических знаний в области математической модели, моделировании и оптимизации в лесной промышленности и охватывает круг вопросов, относящихся к научно-исследовательской производственно-технологической деятельности бакалавра.

Изучение дисциплины «Методы и средства научных исследований» предусматривает:

– лекции,
– лабораторные работы;
– экзамен.

С целью определения уровня овладения компетенциями, закрепленными за дисциплиной, в заданные преподавателем сроки проводится текущий контроль знаний, умений и навыков каждого обучающегося, аттестация по итогам освоения дисциплины. Текущий контроль проводится на аудиторных занятиях с целью определения качества усвоения материала по окончании изучения очередной учебной темы в следующих формах: письменный опрос, тестирование. Аттестация по итогам освоения дисциплины.

Для контроля усвоения данной дисциплины учебным планом предусмотрен экзамен (шестой семестр). На экзамене обучающимся подготавливается ответ на 3 вопроса, список которых приведен в приложении 1 табл.2. На подготовку к ответу студентам выделяется от 30 до 40 минут. На все вопросы студент готовит письменный конспективный ответ, который затем докладывает преподавателю.

В процессе проведения практических занятий происходит закрепление знаний, формирование умений и навыков реализации представления о моделирование и оптимизации процессов в деревообработки.

Самостоятельную работу необходимо начинать с проработки теоретического материала по пройденной теме.

Работа с литературой является важнейшим элементом в получении знаний по дисциплине. Прежде всего, необходимо воспользоваться списком рекомендуемой по данной дисциплине литературой. Дополнительные сведения по изучаемым темам можно найти в периодической печати и Интернете.

Приложение 2

АННОТАЦИЯ
рабочей программы дисциплины
Методы и средства научных исследований

1. Цель и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является: подготовка обучающихся к самостоятельному решению научно-исследовательских задач лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств с использованием современного компьютерного и программного обеспечения.

Задача дисциплины является научить обучающихся использовать математические методы в технических приложениях; использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения; самостоятельно формулировать задачу научного исследования, наметить пути ее решения, организовать проведение научных исследований, делать выводы и обобщения.

2. Структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости по отдельным видам учебной работы, включая самостоятельную работу: лекции (17 часов), лабораторные работы (17 часов), самостоятельная работа (38 часов).
Общая трудоемкость дисциплины составляет 108 часов, 3 зачетные единицы.

2.2 Основные разделы дисциплины:

1.Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.
2.Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.
3.Имитационное моделирование.

3. Планируемые результаты обучения (перечень компетенций)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:
ОПК-1 - способность понимать научные основы технологических процессов в области лесозаготовительных производств
ПК-8 - способность использовать технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции;

4. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Приложение 3

Протокол о дополнениях и изменениях в рабочей программе
на 20___-20___ учебный год

1. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие дополнения:
____
____

2. В рабочую программу по дисциплине вносятся следующие изменения:

____
____
____

Протокол заседания кафедры №____ от «___» __________ 20 ____ г.,
(разработчик)

Заведующий кафедрой ______________________ ________________________
(подпись) *(Ф.И.О.)*

Приложение 4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Описание фонда оценочных средств (паспорт)

№ компетенции	Элемент компетенции	Раздел	Тема	ФОС
ОПК-1	способность понимать научные основы технологических процессов в области лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств	**1.** Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.	1.1 Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. 1.2 Первичная обработка результатов экспериментов. Статистические оценки результатов наблюдений. 1.3 Проверка однородности средних. Проверка нормальности распределения.	Отчеты по ЛР и ПЗ
		2. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.	2.1 Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. 2.2 Метод наименьших квадратов для многофакторных экспериментов. Статистический анализ уравнения регрессии. 2.3 Методы планирования экспериментов с качественными факторами. Однофакторный дисперсионный анализ.	Отчеты по ЛР и ПЗ
		3.Имитационное моделирование.	3.1 Исследования на имитационной модели.	Отчеты по ЛР и ПЗ
ПК-8	способность использовать технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции	**1.** Основные понятия и задачи научных исследований в отрасли. Первичная обработка результатов экспериментов.	1.1. Научное творчество, научно-технологический процесс-основа развития общества и производства. 1.2 Расчет доверительного интервала для математического ожидания. Определение необходимого объема выборки. Отбрасывание грубых измерений. 1.3 Коэффициент корреляции. Применение таблиц сопряженности для оценки взаимосвязи признаков.	Отчеты по ЛР и ПЗ

		2. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.	2.1 Активные и пассивные, однофакторные и многофакторные эксперименты. Основные задачи планирования эксперимента. 2.2 Методы экспериментальной оптимизации. Планирование однофакторных экспериментов при поиске оптимальных условий. 2.3 Применение двухфакторного дисперсионного анализа при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли.	Отчеты по ЛР и ПЗ
		3. Имитационное моделирование.	3.1 Методы имитационного моделирования.	Отчеты по ЛР и ПЗ
		2. Регрессионный анализ и методы планирования эксперимента с целью математического описания объектов. Методы экспериментальной оптимизации. Методы планирования экспериментов с качественными факторами.	2.1 Основные виды математических моделей, применяемые при исследованиях в лесной промышленности. 2.2 Общие сведения. Метод дихотомии. Метод золотого сечения. Метод покоординатного поиска. 2.3 Применение латинских квадратов при исследованиях в лесозаготовительной и деревоперерабатывающей отрасли.	Отчеты по ЛР и ПЗ
		3. Имитационное моделирование.	3.1 Методы имитационного моделирования. Исследования на имитационной модели.	Отчеты по ЛР и ПЗ

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели	Оценка	Критерии
Знать *(ОПК-1)*: - методы получения математически моделей технологических	**зачтено**	Обучающийся демонстрирует глубокое и прочное усвоение программного материала. Четко и последовательно излагает материал.

процессов; - математические методы и программы ЭВМ для решения моделей *(ПК-8):* - технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции; **Уметь** *(ОПК-1)*: - использовать математические методы в технических приложениях; - самостоятельно формулировать задачу научного исследования, наметить пути ее решения, организовать проведение научных исследований, делать выводы и обобщения. *(ПК-8):* - использовать технические средства для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции; **Владеть** *(ОПК-1)*: -- математическими методами планирования эксперимента для получения математических моделей описания технологических процессов; - методами статистической обработки результатов эксперимента и проверки адекватности математической	**не зачтено**	Обучающийся демонстрирует отсутствие знания значительной части программного материала. При изложении материала допускает существенные ошибки.

модели. *(ПК-8):* - способами использования технических средств для измерения основных параметров технологического процесса, свойств исходных материалов и готовой продукции		

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 35.03.02 Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств от «20» октября 2015 г. № 1164
для набора 2017 года: и учебным планом ФГБОУ ВО «БрГУ» для очной формы обучения от «06» марта 2017 г. № 125

Программу составил:
Плотников Николай Павлович, доцент, к.т.н. ________________________

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры ВиПЛР
от « 25 » декабря 2018 г., протокол № 8.

Заведующий кафедрой ВиПЛР ________________ Иванов В.А.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой ________________ Иванов В.А.

Директор библиотеки _________________ Сотник Т.Ф.

Рабочая программа одобрена методической комиссией лесопромышленного факультета
от « 27 » декабря 2018 г., протокол № 4.

Председатель методической комиссии факультета _______________ Сыромаха С.М.

Начальник
учебно-методического управления ________________ Нежевец Г.П.

Регистрационный №________

(методический отдел)